کنترل موقعیت دقیق نوکِ ربات تک رابط انعطاف پذیر با استفاده از کنترل کننده مود لغزشی مرتبه کسری

فرزانه حمزه نژاد	دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی برق، دانشگاه ولی عصر ^(عچ) رفسنجان، رفسنجان، ایران، f.hamzehnejad73@gmail.com
على فياضى*	استادیار، گروه مهندسی برق، دانشگاه ولی عصر ^(عج) رفسنجان، رفسنجان، ایران، a.fayazi@vru.ac.ir
حسین قیومی زادہ	استادیار، گروه مهندسی برق، دانشگاه ولی عصر ^(عج) رفسنجان، رفسنجان، ایران، h.ghayoumizadeh@vru.ac.ir
حسن فاتحى مرج	استادیار، گروه مهندسی برق، دانشگاه ولی عصر ^(عج) رفسنجان، رفسنجان، ایران، h.fatehi@vru.ac.ir
حسن حسين نيا	استادیار، گروه مهندسی میکروسیستم و ابزار دقیق،دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی دلفت، دلفت، هلند، s.h.hosseinniakani@tudelft.nl

چکیدہ

در این مقاله یک روش کارآمد بر مبنای کنترل مود لغزشی مرتبه کسری برای کنترل موقعیت دقیق یک بازوی ربات تک رابط انعطاف پذیر، ارائه شده است. روش کنترل پیشنهادی، در برابر تغییرات پارامترهای سیستم نظیر تغییرات جرم رابط و اصطکاک لزجتی در حضور اغتشاش نامعلوم اصطکاک کولمبی مقاوم است. هدف اصلی طرح کنترل پیشنهادی، کاهش انحراف ناشی از کشسانی رابط و کنترل دقیق موقعیت نوک رابط انعطاف پذیر است. برای تحقق این هدف روش کنترل مود لغزشی در دو مرحله انجام میشود. در مرحله اول، اختلاف بین زاویه موتور و زاویه نوک رابط با اعمال کنترل کندهی مود لغزشی مرتبه کسری پیشنهادی کاهش می ابد. سپس در مرحله دوم، به منظور دستیابی به کنترل دقیق موقعیت نوک رابط با عمال کنترل کنندهی مود لغزشی مرتبه کسری شبیه سازی عددی کارآیی و اثربخشی روش کنترل پیشنهادی را نشان می همد.

واژه های کلیدی: کنترل موقعیت دقیق نوک، بازوی تک رابط انعطاف پذیر، ربات انعطاف پذیر، مدل جرم فشرده، کنترل مد لغزشی، محاسبات مرتبه کسری.

Precision Tip Positioning Control of a Single-Link Flexible Robot Using Fractional Order Sliding Mode Controller

F. Hamzeh NejadDepartment of Electrical Engineering, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan, IranA. FayaziDepartment of Electrical Engineering, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan, IranH. Ghayoumi ZadehDepartment of Electrical Engineering, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan, IranH. Fatehi MarjDepartment of Electrical Engineering, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan, IranS. H. HosseinNiaDepartment of Precision and Microsystems Engineering, Delft University of Technology, Delft,
Netherlands

Abstract

In this paper, an efficient scheme is presented based on fractional order sliding mode control (FOSMC) method for tip position control of a single link flexible robot manipulator. The proposed control strategy is robust against the system parameters variations such as payload and viscous friction variations in the presence of the unknown Coulomb friction disturbances. The main objective of the proposed control scheme is to reduce the deflection due to the flexibility of the link and the precise tip positioning control of the single-link flexible manipulator. To achieve this aim, sliding mode control method is performed in two stages. In the first step, the difference between the motor angle and the tip angle of the flexible link is reduced by applying the proposed fractional order sliding mode controller. Then, in the second step, another sliding mode controller is added to obtain precise control of tip-link position. Numerical simulation results show the feasibility and effectiveness of the proposed control method.

Keywords: Precision tip positioning control, a Single-link flexible arm, Flexible robot, Lumped mass model, Sliding mode controller, Fractional order calculus.

مصرف انرژی کمتر، افزایش قابلیت حمل بار، انجام کار در محیط های مختلف و هزینه تولید پایینتر، اشاره نمود. به رغم این ویژگیهای مفید، انعطاف پذیری این نوع رباتها منجر به غیرخطی شدن بیشتر معادلات دینامیکی و رفتار نوسانی در نوک رابط میشود. بنابراین کنترل موقعیت دقیق نوک رابط کار بسیار دشواری است و نیازمند طرحهای کنترل حلقه بسته بسیار پیچیده است [۲]. کنترل کننده اعمال شده به این نوع سیستم باید دو وظیفه متفاوت ِ حذف انحراف ناشی از کشسانی رابط وکنترل دقیق موقعیت انتهای رابط را انجام دهد. به منظور رسیدن به این اهداف کنترلی، روشهای کنترل بسیاری به

۱– مقدمه

در دهه های اخیر، کاربردهای رباتیک در زمینه های مختلف علوم و مهندسی باعث شده است که تحقیقات در زمینه کنترل بازوهای انعطاف پذیر توسعه یابد. از جمله این کاربردها، می توان به کاربردهای صنعتی اشاره نمود که گرایش به استفاده از مواد سبک در ساخت بازوهای رباتیک انعطاف پذیر بهمنظور بهبود عملکرد رباتهای صنعتی سنگین و حجیم فعلی میباشد. رباتهای انعطاف پذیر با توجه به مزیتهایی که نسبت به رباتهای صلب دارند، توجه بسیاری از محققان را جلب کرده اند [1]. از جملهی این مزایا، میتوان به وزن پایین،

^{*} نويسنده مكاتبه كننده، آدرس پست الكترونيكي: a.fayazi@vru.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۸/۰۵/۲۷

تاريخ پذيرش: ۹۹/۰۵/۲۷

رباتهای انعطاف پذیر اعمال شده است. در مقالاتی که تاکنون منتشر شدهاست، کنترل کنندههای متعددی از جمله کنترل موقعیت مرتبه کسری [۳]، ترکیب کنترل کننده فازی با الگوریتم بهینهسازی ژنتیک [۴]، روش کنترل کلاسیک PID [۵]، کنترل مود لغزشی [۶]، کنترل تطبیقی [۷]، کنترل مبتنی بر دینامیک معکوس [۸]، کنترل براساس روشهای جایابی قطب [۹]، کنترل بر اساس شبکههای عصبی [۱۰]، برای این نوع رباتها بهکار گرفته شدهاست.

در مرجع[۵]، یک روش کنترلی، شامل دو حلقه داخلی و بیرونی برای کنترل موقعیت یک رابطِ انعطاف پذیر با دو درجه آزادی ارائه شده است. حلقهی داخلی برای کنترل موقعیت دو موتور بوسیله یک کنترل-كننده PID و حلقه بيروني جهت حذف ارتعاشات رابط انعطاف پذير با اعمال استراتژی خطی سازی پسخورد حالت- ورودی پیشنهاد شده است. در مرجع [۶]، دو حلقه کنترل تو در تو برمبنای مود لغزشی برای کنترل موقعیت ربات تک رابط انعطاف پذیر پیشنهاد شده است که در مقابل تغییرات بار و اصطکاک موتور مقاوم است. در مرجع [۱۱]، از كنترل كنندههاى مرتبه كسرى براى كنترل موقعيت دقيق ربات تك رابط انعطاف پذیر ارائه شدهاست که هدف کنترل موقعیت نوک رابط و کاهش بخش عمده ای از لرزشهای رابط انعطاف پذیر است. در مراجع [۱۳و۱۲]، طرح کنترلی شامل دو حلقه کنترل تو در تو مبتنی بر روش کنترل کننده انتگرالی نوسانی (IRC) برای کنترل موقعیت تک رابط انعطاف پذیر که در مقابل تغییرات اصطکاک موتور و دینامیک های مدل نشده مقاوم است و نوسانات نوک رابط را کاهش میدهد، بیان شده است. در مرجع [۱۴]، دو حلقه کنترل تو در تو برمبنای کنترل کننده تناسبی-انتگرالی تعمیم یافته (GPI) برای کنترل موقعیت رابط انعطافپذیر پیشنهاد شده است که در مقابل تغییرات بزرگ بار مقاوم است. در مرجع[10]، یک روش کنترل مقاوم غیرخطی بر مبنای جبران کننده فازی برای کنترل موقعیت یک رابط انعطاف پذیر ارائه شده است. در مرجع[۱۶]، یک طرح کنترلی دو قسمتی برای ردیابی مسیر و كنترل ارتعاشات بازو با رابط انعطاف پذير پيشنهاد شده است. در قسمت اول، از یک روش کنترل مود لغزشی برای کنترل موقعیت رابط بکارگرفته شده است و در قسمت دوم، از یک طرح کنترلی فعال جهت حذف و میرایی ارتعاشاتِ رابط انعطاف پذیر استفاده شده است. در مرجع[۱۷]، یک روش کنترل ترکیبی هوشمند جهت ردیابی موقعیت و كنترل ارتعاشات يك رابط انعطاف پذير ارائه شده است.

در اکثر مقالات مربوط به کنترل موقعیت رابط انعطاف پذیر، به منظور ساده تر شدن مدل رابط انعطافپذیر، زاویه موتور و زاویه نوک

رابط مساوی فرض شده است و در ادامه استراتژی های کنترلی مختلف بر اساس این مدل پیشنهاد شده است. در این مقاله در بخش مدل-سازی تک رابط انعطاف پذیر به منظور دستیابی به مدل دینامیکی دقیق و نزدیک تر به حرکت واقعی رابط، زاویه موتور و زاویه نوک رابط مساوی فرض نشده است. لذا در مرحله اول، یک استراتژی کنترلی بر مبنای کنترل مود لغزشی برای رفع این انحراف ناشی از کشسانی رابط پیشنهاد شده است. سپس در مرحله دوم، استراتژی کنترل دیگری برمبنای کنترل مود لغزشی مرتبه کسری، جهت کنترل موقعیت دقیق انتهای رابط به استراتژی کنترلی اول اضافه شده است. بنابراین، تاآجاییکه نویسندگان این مقاله اطلاع دارند، کنترل دقیق موقعیت تک رابط انعطاف پذیر برای مدل دقیق پیشنهادی رابط، کمتر مورد مطالعه قرار گرفته است.

این مقاله به صورت زیر مرتب شده است. در ادامه و در بخش دوم مدلسازی بازوی ربات با انعطاف پذیری شرح داده شده است. بخش سوم مقاله به طراحی کنترل کنندهی موقعیت برمبنای استراتژی کنترل مود لغزشی مرتبه کسری و تحلیل پایداری سیستم کنترل حلقه بسته می پردازد. بخش چهارم به شبیه سازی عددی با استفاده از روش پیشنهادی اختصاص یافته است. در پایان نتایج بدست آمده در بخش پنچم جمع بندی شده است.

۲- مدلسازی ربات تک رابط انعطاف پذیر

مدل سازی دینامیک ربات تک رابط انعطاف پذیر شامل دو بخش میباشد: دینامیک مربوط به محرّک رابط انعطاف پذیر، شامل دینامیک موتور جریان مستقیم همراه با چرخ دنده و منبع تغذیه است و بخش دیگر دینامیک مربوط به تک رابط انعطاف پذیر است. در ادامه، بهترتیب دینامیک مربوط به موتور و تک بازوی انعطاف پذیر شرح داده می شود. ۲-۱- دینامیک موتور

همان طور که اشاره شد، محرّک تک رابط انعطاف پذیرِ مورد مطالعه شامل یک موتور جریان مستقیم همراه با یک جعبه دنده و یک تقویت کننده-سروو جریان است. این تقویت کننده سروو، جریان ورودی به موتور را کنترل میکند که این مقدار جریان با ولتاژ اعمالی به سروو از طرف کنترل کننده متناسب است. شکل ۱ بلوک دیاگرام این محرّک الکتریکی را نشان میدهد.



دینامیک موتور، تقویت کننده سروو جریان و چرخ دنده بهترتیب مطابق روابط (۱)، (۲) و (۳) می باشد:

$$\Gamma_m = k_m i = J \ddot{\theta}_m + \nu \dot{\theta}_m + \Gamma_{coul} + \Gamma_{coup} \tag{1}$$

$$i = k_d V \tag{(Y)}$$

$$\theta_m = n \theta_l; \Gamma_{coup} = \frac{\Gamma_l}{n} \tag{(7)}$$

i که در روابط بالا k_m ثابت الکترومکانیکی مربوط به موتور، i جریان موتور، J لختی موتور، v ضریب اصطکاک لزجتی موتور، V جریان موتور، Γ_{coup} گشتاور گوپلینگ اعمالی بر رابط انعطاف پذیراز جانب موتور، k_a , هره ولتاژ اعمال شده به سروو تقویت کننده از طرف کنترل کننده، k_a , هره تقویت کننده از طرف کنترل کننده، و k_a بهره وتورت کننده و n نسبت کاهشی جعبه دنده است. موقعیت زاویه ای موتور بوسیله m نمایش داده شده است، l^0 مربوط به موقعیت زاویه ای موتور دیده شده از خروجی چرخ دنده (سمت رابط) میباشد. با ترکیب روابط (۱)، (۲) و (۳) دینامیک کامل محرک به صورت رابطه زیر به دست میآید:

$$KnV = Jn^{2} \ddot{\theta}_{l} + vn^{2} \dot{\theta}_{l} + \Gamma_{F_{m}} + \Gamma_{l}$$
^(†)

 $\Gamma_{F_m} = n\Gamma_{coul}$ که در آن $K = k_a k_m$ ثابت موتور است و \mathcal{R}_{F_m} عشتاور اصطکاک کولمب، اغتشاشی است که دینامیک سیستم را تحت تاثیر خود قرار میدهد. این اغتشاش وابسته به علامت سرعت زاویهای موتور میباشد. اغتشاش اصطکاک کولمبی مطابق رابطهی زیر مدل می شود:

$$\Gamma_{coul} = \begin{cases} \Gamma_c \, sign(\dot{\theta}_m) & \dot{\theta}_m \neq 0\\ sign(V) \, .min(k \mid V \mid, \Gamma_c) & \dot{\theta}_m = 0 \end{cases} \tag{\Delta}$$

که در آن r_c مقدار ثابت اصطکاک کولمبی نامعلوم است که برای هر موتور مقداری متفاوت دارد و مقدار اصطکاک استاتیک با بیشترین مقدار گشتاور موتور در شروع حرکت بیان می شود که ضریب اصطکاک کولمبی نیز، نامیده می شود. اولین ضابطه در رابطه (۵) گشتاور اصطکاک کولمبی را در زمان حرکت موتور نشان می دهد و دومین ضابطه همان گشتاور در هنگام توقف موتور است.

۲-۲- دینامیک تک رابط انعطاف پذیر

روشهای مختلفی برای مدلسازی تک بازوی ربات با انعطاف-پذیری رابط وجود دارد. از جملهی این روشها، میتوان به مدل المان محدود، مدل مودهای مفروض و مدل پارامترهای فشرده اشاره نمود [۸۹ و ۱۹]. در این مقاله، از روش مدل پارامتر فشرده (مدل جرم فشرده) جهت مدلسازی دینامیکی تک رابط انعطاف پذیر استفاده شده است. در این مدل، فرض شده است تغییر شکل در ساختار رابط کوچک است و کل جرم در موقعیت انتهای رابط متمرکز شده است (جرم بار چندین برابر جرم بازو است) و جرم آزادانه در موقعیت نوک میچرخد. بنابراین لختی دورانی این جرم روی دینامیک رابط تاثیر نمی گذارد و هیچ گشتاوری از این موقعیت ایجاد نمیشود. شکل ۲ بازوی تک رابط انعطاف پذیر را نشان میدهد.





(6)

(λ)

$$ml^2 \ddot{\theta_t} = c(\theta_1 - \theta_t)$$

 $\Gamma_{\rm l}={
m c}(heta_{
m l}- heta_{
m t})$ (۷) که در روابط فوق mجرم متمرکز شده در انتهای رابط، l طول رابط، Γ_l گشتاور اعمالی به رابط از طرف موتور و c سختی دورانی بازو

$$c = \frac{3EI}{l}$$

که در آن E ممان اینرسی که در آن E ممان اینرسی سطح مقطع است. هر دو این پارامتر در طول سازه انعطاف پذیر ثابت در نظر گرفته شده است θ_1 موقعیت زاویهای نوک رابط و θ_1 موقعیت زاویهای نوک رابط و مور موقعیت زاویهای موتور است. تک رابط انعطاف پذیر می تواند حول محور z (به صورت افقی) بچرخد.

در ادامه متغییرهای حالت را مطابق بردار حالت زیر انتخاب می-کنیم:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta_l(t) & \dot{\theta}_l(t) & \theta_t(t) & \dot{\theta}_t(t) \end{bmatrix}^T$$
(9)

با در نظر گرفتن معادلات (۴)، (۶) و (۷) و انتخاب متغییرهای حالت مطابق رابطه (۹) مدل فضای حالت بازوی تک رابط انعطاف پذیر مطابق رابطه زیر بدست میآید:

$$\begin{aligned} x_{1}(t) &= x_{2}(t) \\ \dot{x}_{2}(t) &= -\frac{v}{J} x_{2}(t) - \frac{c}{Jn^{2}} (x_{1}(t) - x_{3}(t)) - \frac{\Gamma_{F_{m}}}{Jn^{2}} + \frac{K}{Jn} V \\ \dot{x}_{3}(t) &= x_{4}(t) \\ \dot{x}_{4}(t) &= \frac{c}{ml^{2}} (x_{1}(t) - x_{3}(t)) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned}$$
(1.1)

y(t) خروجی معادلات فضای حالت سیستم است. این سیستم (t)

یک ورودی از جنس ولتاژ دارد که ولتاژ اعمالی به مورتور است. مقدار ولتاژ اعمالی به موتور در محدودهی [۱۰ ۱۰-] ولت قرار دارد.

ר معرفی عملکر گسری
عملگر دیفرانسیلی مشتق گیر-انتگرال مرتبه کسری توسط عملگر
عملگر دیفرانسیلی مشتق گیر-انتگرال مرتبه کسری توسط عملگر
$$D_t^q = \begin{cases} \frac{d^q}{dt^q} & q > 0 \\ 1, & q = 0 \\ 1, & q = 0 \end{cases}$$
 (۱۱)
که در آن *P* مرتبه کسری و ثابت *a* مربوط به شرایط اولیه است.

ته در آن p مرببه نسری و نابت u مربوط به سرایط آونیه است. این عملگر نمادی از عملگر مشتق گیر و انتگرال گیر کسری است. به این ترتیب، که برای pهای مثبت عملگر d_t^p نماینده عملگر مشتق گیر و برای pهای منفی عملگر $d_t^p_a$ نماینده عملگر انتگرال گیر است. تعاریفی که به طور معمول برای مشتق بیان می گردد شامل ریمان-لیویل'، گرانوالد-لتنیکوف^۲، وکاپوتو^۲ است.

تعریف۱– مشتق ریمان-لیوویل به عنوان ساده ترین تعریف مطابق رابطه زیر در نظر بگیرید[۲۳]:

$${}^{RL}_{a}D^{q}_{t}f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-q)}\frac{d^{m}}{dt^{m}} \int_{a}^{t} \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-(m-q)}} d\tau \qquad (17)$$

$$P_{a} = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m - 1 < q < m \quad \text{in the set of } m = m \quad \text{in the set of } m = m \quad \text{in the set of } m = m \quad \text{in the set of } m = m \quad \text{in the set of } m = m \quad \text{in the set of } m = m \quad \text{in the set of } m = m \quad \text{in the set of } m = m \quad \text{in the set of } m = m \quad \text{in the set of } m = m \quad \text{in the set of } m = m \quad \text{in the set of } m \quad \text{in the set of } m = m \quad \text{in the set of } m \quad \text{in the set of$$

تعریف۲-مشتق گرانوالد-لتنیکوف طبق رابطه زیر بیان شده است[۲۴]:

$${}^{GL}_{a}D^{q}_{t}f(t) \equiv \lim_{N \to \infty} \left\{ \left(\frac{N}{t}\right)^{q} \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{\Gamma(j-q)}{\Gamma(-q)\Gamma(j+1)}\right) \left(f\left(\frac{(N-j)t}{N}\right)\right)$$
(19)

تعريف ٣-مشتق كاپوتو طبق رابطه زير بيان شده است [٢۵]:

$$L\left\{\frac{d^{q}f(t)}{dt^{q}}\right\} = s^{q}L\left\{f(t)\right\} - \sum_{k=0}^{m-1} s^{q-1-k}f^{(k)}(0), \qquad (1\Delta)$$
$$m-1 < q \le m \in N$$

برخلاف مشتق ریمان- لیوویل فقط مشتقهای مرتبه صحیح تابع ƒ در تبدیل لاپلاس کسری کاپوتو ظاهر میشود. به ازای شرایط اولیه صفر داریم:

$$L\left\{\frac{d^{q}f(t)}{dt^{q}}\right\} = s^{q}L\left\{f(t)\right\}$$
(19)

در ادامه با توجه به تعریف عملگر مشتقگیر در رابطه (۱) نماد $D^q x(t)$ به عنوان عملگر مشتق کسری کاپوتو از مرتبه q معرفی میشود.

۴- طراحی کنترل کننده ۴-۱- کنترل مود لغزشی

کنترل کنندهی مود لغزشی یک تکنیک کنترل غیرخطی است که در مقابل عدم قطعیتهای معلوم سیستم و اغتشاشات خارجی به خوبی عمل می کند. طراحی کنترل مود لغزشی شامل دو مرحله است: مرحله اول شامل طراحی سطح لغزش است که بر اساس مشخصات عملکردی سیستم حلقه بسته طراحی می شود. مرحله دوم شامل به دست آوردن قانون کنترل به گونهای که همواره حالتهای سیستم روی سطح لغزش باقی بماند.

۴-۲- طراحی کنترل کننده مود لغزشی

در این بخش به طراحی کنترل کننده مود لغزشی برای کنترل موقعیت بازوی ربات تک رابط انعطاف پذیر می پردازیم. شکل ۳ بلوک دیاگرام سیستم کنترل حلقه بسته پیشنهادی را نشان می دهد. همان طور که از شکل ۳ مشاهده می شود، کنترل کننده ای دو مرحله ای برای کنترل دقیق موقعیت بازوی ربات با انعطاف پذیری رابط پیشنهاد شده است. در روش کنترل پیشنهادی از دو کنترل کننده ی مود لغزشی استفاده شده است. در مرحله اول با طراحی کنترل کننده ی مود نفزشی، انحراف موقعیت نوک رابط انعطاف پذیر ناشی از کشسانی حذف می شود. در مرحله دوم با صرف نظر از اختلاف زاویه ی بین موقعیت نوک رابط و موتور در معادلات دینامیکی بازوی انعطاف پذیر، کنترل کننده مود لغزشی دیگری طراحی شده است که با افزودن آن به قانون کنترل کننده ی مرحله اول ردیابی کامل مسیر مرجع انجام می شود.

¹ Riemann-Liouville

² Grunwald-Letnikov

³ Caputo



شکل ۳- بلوک دیاگرام سیستم کنترل حلقه بسته پیشنهادی.

مىآيد:

درادامه، متغییر حالت جدید $z_1(t)$ را بر اساس میزان اختلاف زاویه موتور با زاویهی انتهای رابط مطابق رابطه زیر تعریف میکنیم: $z_1(t) = x_1(t) - x_3(t)$ (۱۷) بنابراین رابطه (۱۰) را می توان بر اساس متغییر حالت جدید

بنابرایی رابطه (۱۰) را می نوان بر اساس منعییر کان جدید بصورت رابطه (۱۸) بازنویسی کرد: $z_{1}(t) = z_{2}(t)$

$$F_{1}(t) = z_{2}(t)$$

$$F_{2}(t) = -(\frac{c}{\ln^{2}} + \frac{c}{\ln^{2}})z_{1}(t) + g(x_{2}(t)) + \frac{K}{\ln^{2}}V$$
(1A)

که در آن
$$g(x_2(t)) = -(\frac{\nu}{j}x_2(t) + \frac{\Gamma_{F_m}}{jn^2})$$
 (۱۹)

در ادامه، در مرحله اول برای طراحی کنترل کننده مود لغزشی مرتبه کسری جهت پایدارسازی سیستم مطابق رابطه (۱۸) ابتدا سطح لغزش (s₁(t را به صورت رابطهی زیر تعریف میکنیم:

$$s_1(t) = k_p z_1(t) + k_d D^q z_1(t)$$
 (7.)

که در آن *k_d ، k_p و q* پارامترهای کنترلی ثابت می باشند که توسط طراح مشخص میشوند. رابطه (۲۰) را می توان بهصورت رابطه زیر بازنویسی نمود:

$$s_1(t) = k_p z_1(t) + k_d D^{q-1} \dot{z}_1(t)$$
(71)

با مشتق گیری از طرفین رابطهی (۲۱) و جایگذاری از رابطهی(۱۸) بدست می آوریم:

$$\dot{s}_1(t) = k_p z_2(t) +$$

$$k_d D^{q-1} \left(-(\frac{c}{Jn^2} + \frac{c}{ml^2}) z_1(t) + g(x_2(t)) + \frac{K}{Jn} V \right)$$
(YY)

که در آن ولتاژ ورودی V را به عنوان سیگنال کنترل u₁ مطابق رابطه زیر معرفی می کنیم:

$$u_1 = u_{eq_1} + u_{s_1}$$
 (17)

که در آن u_{eq1} برای جبران جملات معلوم و قانون کنترل u_{s1} برای کاهش پدیده لرزشِ فاز لغزش در کنترل مود لغزشی مورد استفاده قرار می گیرد. قانون کنترل معادل u_{eq1} با برابر صفر قرار دادن (t)، مطابق رابطه زیر بدست می آید:

$$u_{eq_1} = \frac{Jn}{K} \begin{pmatrix} (\frac{c}{Jn^2} + \frac{c}{ml^2})z_1(t) - g(x_2(t)) \\ -\frac{k_p}{k_d} D^{1-q}(z_2(t) - \frac{k_{s_1}}{k_d}s_1(t)) \end{pmatrix}$$
(11f)

همچنین قانون کنترل سوئیچینگ u_s مطابق رابطه زیر بدست

که در آن پارامترهای k_{st} ، k_{s} و φ تابت های مثبتی هستند که توسط طرّاح تعیین میشود. با جایگذاری رابطههای (۲۳) و (۲۴) در رابطهی(۲۲) داریم: ((۲) داریم: ((۲) داریم) در ((۲) در (۲) د. (۲) در (۲) د. (۲) در (۲) در (۲) در (۲) در (۲) در (۲) در (۲) د

$$k_1(t) = -k_{s_1}s_1(t) - k_{st_1} \operatorname{sat}(s_1(t))$$
 (YV)

بنابراین با انتخاب مناسب پارامترهای کنترلی k_{s_1} و k_{st_1} می-توان گفت دینامیک سطح لغزش پایدار است. لذا با اعمال قانون کنترل u_1 به سیستم اختلاف زاویه موتور و انتهای رابط انعطاف پذیر بعد از گذشت مدت زمان τ به صفر نزدیک می شود. بنابراین از اختلاف زاویه موتور و انتهای رابط صرف نظر می شود.

در ادامه و مرحله دوم هدف طراحی یک کنترل کنندهی مود لغزشی است که مسیر مرجع را دنبال نماید. لذا با در نظر گرفتن ا*ا θ*_l = *θ* و با توجه به معادلات (۴)، (۶)و (۷) دینامیک محرک به صورت رابطهی زیر به دست میآید:

$$\Gamma_m = k_m i = J \ddot{\theta}_m + \nu \dot{\theta}_m + \Gamma_{coul} \tag{YA}$$

 $x(t) = [\theta_m(t) \quad \dot{\theta}_m(t)]^T$ معادلات دینامیک رابط انعطاف پذیر در قالب معادلات فضای حالت به صورت رابطه زیر بدست میآید:

$$\dot{x}_{1}(t) = x_{2}(t)$$

$$\dot{x}_{2}(t) = -\frac{v}{J}x_{2}(t) - \frac{\Gamma F_{m}}{{h^{2}}} + \frac{K}{J_{n}}V$$
(Y9)

خطای بین موقعیت موتور و مسیر مرجع را مطابق زیر تعریف می

$$e(t) = x_1(t) - x_d(t)$$
 (۳۰)

در ادامه برای طراحی کنترل کنندهی مود لغزشی جهت تحقق هدف کنترلی در مرحله دوم، همانند مرحله قبل، ابتدا سطح لغزش مناسبی به صورت زیر تعریف می شود: $s_2(t) = \dot{e}(t) + \beta e(t)$ (۳۱)

$$s_2(t) = \dot{e}(t) + \beta e(t) \tag{(7)}$$

که در آن β پارامتر کنترلی ثابت و مثبت است. با مشتق گیری از طرفین رابطهی (۳۱) و جایگذاری از رابطهی (۲۹) بدست میآوریم:

$$\begin{aligned} \dot{r}_{2}(t) &= \ddot{e}(t) + \beta \dot{e}(t) = \dot{x}_{2}(t) - \dot{x}_{d}(t) + \beta(x_{2}(t) - \dot{x}_{d}(t)) \\ &= -\frac{v}{J}x_{2}(t) - \frac{\Gamma_{F_{m}}}{J_{n}^{2}} + \frac{K}{J_{n}}V - \ddot{x}_{d}(t) + \beta(x_{2}(t) - \dot{x}_{d}(t)) \end{aligned}$$
(*Y)

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2}\sum_{k=0}^$$

رابطه زیر معرفی می کنیم: $u_2 = u_{eq_2} + u_{s_2} \tag{(۳۳)}$

مشابه مرحله اول، u_{eq_2} برای جبران جملات معلوم و قانون کنترل u_{s_2} برای کاهش پدیده لرزشِ فاز لغزش در کنترل مود لغزشی مورد استفاده قرار می گیرد. قانون کنترل معادل u_{eq_2} با برابر صفر قرار دادن $s_2(t)$ مطابق رابطه زیر بدست می آید:

$$u_{eq_2} = \frac{Jn}{K} \left(\frac{\nu}{J} x_2(t) + \frac{\Gamma_{F_m}}{Jn^2} + \ddot{x}_d(t) \\ -\beta(x_2(t) - \dot{x}_d(t)) - k_{s_2} s_2(t)) \right)$$
(75)

همچنین قانون کنترل سوئیچینگ ₂۵ همانند مرحله اول مطابق روابطی مشابه روابط (۲۵) و (۲۶) بدست میآید. با جایگذاری رابطههای (۳۳) و (۳۴) در رابطهی(۳۲) داریم:

$$2(t) = -k_{s_2}s_2(t) - k_{st_2} \operatorname{sat}(s_2(t))$$
 (ra

بنابراین با انتخاب مناسب پارامترهای کنترلی _{ss2} و _{st2} می-توان گفت دینامیک سطح لغزش پایدار است.

قانون کنترل بدست آمده در این مرحله (u_2) بعد از گذشت مدت زمان τ ثانیه (پس از به صفر رسیدن اختلاف زاویه موتور و انتهای رابط انعطاف پذیر) جهت تحقق هدف ردیابی ورودی مرجع توسط انتهای رابط، به قانون کنترلی مرحله اول (u_1) اضافه می شود. بنابراین قانون کنترل مطابق رابطه زیر بدست می آید:

$$u(t) = \begin{cases} u_1(t) & t < \tau \\ au_1(t) + bu_2(t - \tau) & t \ge \tau \end{cases}$$
(*?)

که در آن پارامتر های *a*و *b* به عنوان پارامترهای کنترلی برای تحقق ردیابی کامل و تضمین پایداری سیستم حلقه بسته توسط طراح تعیین می شود.

۴-۳- تحلیل پایداری سیستم کنترل حلقه بسته

در این بخش، شرایط پایداری سیستم حلقه بسته کنترل بررسی می شود. برای این منظور تابع لیاپانوف مطابق رابطهی زیر معرفی می-شود[75]:

$$V(s_1, s_2) = \frac{1}{2} \left(s_1^2 + s_2^2 \right) \tag{(YY)}$$

با مشتق گیری از طرفین رابطهی (۳۷) و با استفاده از روابط (۲۷) و (۳۵) داریم:

$$V'(s_1, s_2) = s_1 \left(-k_{s_1} s_1 - k_{st_1} \operatorname{sat}(s_1) \right) + s_2 \left(-k_{s_2} s_2 - k_{st_2} \operatorname{sat}(s_2) \right) \quad (\Upsilon \wedge)$$

$$\leq -k_{s_1} s_1^2 - k_{s_2} s_2^2 - k_{st_1} \operatorname{sat}(s_1) s_1 - k_{st_2} \operatorname{sat}(s_2) s_2$$

دینامیک سطح لغزش ₁ ۶ و ₅۶ پایدار مجانبی است و با انتخاب مناسب پارامترهای کنترلی می توان به پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته دست یافت.

۵- معیار ارزیابی

در این بخش، معیار ارزیابی در راستای ارزیابی عملکرد کنترل

کننده پیشنهادی تعریف می شود. مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE) به صورت رابطه زیر تعریف شده است:

$$RMSE = RMSE_1 + RMSE_2$$
$$= \sqrt{\sum_{t=\tau}^{t_f} \left\| \theta_d(t) - \theta_t(t) \right\|^2 \frac{T}{t_f}} + \sqrt{\sum_{t=0}^{t_f} \left\| \theta_l(t) - \theta_t(t) \right\|^2 \frac{T}{t_f}}$$
(re)

که در آن، مجذور مربعات خطا برای مرحله ردیابی مسیر و ، مجذور مربعات خطا برای ارزیابی عملکرد کنترل کننده در مرحله کاهش انحراف ناشی از انعطافپذیری رابط است.

$$RMSE_{2} = \sqrt{\sum_{t=0}^{t_{f}} \left\|\theta_{l}\left(t\right) - \theta_{t}\left(t\right)\right\|^{2} \frac{T}{t_{f}}}$$

$$(\mathbf{f} \cdot \mathbf{)}$$

مجذور مربعات ولتاژ ورودی کنترل (RMSV) مطابق رابطه زیر تعریف می شود:

$$RMSV = \sqrt{\sum_{t=0}^{t_{f}} \left\| U(t) \right\|^{2} \frac{T}{t_{f}}}$$
(*1)

RMSE و RMSV برای ارزیابی حل معادلات عددی استفاده می-

شود که T زمان نمونه برداری و t_f مدت زمان نهایی انجام شبیه سازی است که در شبیه سازی به ترتیب مقادیر ۰/۰۰۱ و ۱۰ ثانیه در نظر گرفته شده است.

۶- نتایج شبیه سازی

شبیه سازی عددی این کار در محیط نرمافزاری سیمولینک متلب انجام شده است و برای حل مجموعه معادلات دیفرانسیل از حل کننده رانگ–کوتا^۱ و اندازه گامهای ثابت^۲ ۲۰۰۱ استفاده شده است. برخی از مقادیر پارامترهای فیزیکی مورد استفاده در این شبیه سازی برگرفته از مرجع [۲۶] میباشد که در جدول ۱ آمده است. همچنین پارامترهای کنترلی شامل پارامترهای کنترل کنندهی مود لغزشی با سعی و خطا جهت رسیدن به بهترین پاسخ و تضمین پایداری سیستم حلقه بسته مطابق جدول ۲ انتخاب شده اند. هر چند میتوان با استفاده از الگوریتم مطابق جدول ۲ انتخاب شده اند. هر چند میتوان با استفاده از الگوریتم مطابق مقادیر بهینه پارامترهای کنترلی را بدست آورد. مقدار (PSO) مقادیر بهینه پارامترهای کنترلی را بدست آورد. مقدار m = 0.05kgشده است. برای شبیه سازی، مسیر مطلوب θ مطابق رابطه زیر تعریف شده است. برای شبیه سازی، مسیر مطلوب θ مطابق رابطه زیر تعریف

$$\theta_{d}(t) = \begin{cases} 5(t-1)^{2} & 1 \le t \le 2\\ 10(t-1)-5 & 2 < t \le 4\\ 10(4(t-1)-\frac{(t-1)^{2}}{2})-50 & 4 < t \le 5\\ 30 & t > 5 \end{cases}$$
(FY)

با اعمال کنترل کنندهی طراحی شدهی مرحله اول ((u_1) به سیستم، در مدت زمان ۱ ثانیه ($\tau = 1 \sec t$) اختلاف زاویه بین موقعیت زاویه ای انتهای رابط صفر می شود ($\theta_1 = \theta_1$)

¹Runge-Kutta solver

² Fixed step size

نشريه

، مهندسی

می شود و سپس بعد از گذشت یک ثانیه کنترل کننده ی طراحی شده در مرحله دوم (u_2) نیز جهت تحقق ردیابی کامل ورودی مرجع به کنترل کنندهی اول افزوده میشود.

جدول ۱- پارامترهای فیزیکی سیستم

مقدار	توصيف پارامتر	پارامتر				
مشخصات رابط انعطاف پذير						
122×10 ⁹ pa	مدول الاستيسيته	Ε				
$3.017 \times 10^{-12} m^4$	ممان اينرسي سطح مقطع	Ι				
$1800 \ kg/m^3$	چگالی	ρ				
0.98 m	طول	l				
$2.8 \times 10^{-3} m$	قطر	d				
$43.71 \times 10^{-3} kg$	جرم	m				
		مشخصات موتور				
	•	مشخصات موتور				
$6.87 \times 10^{-5} \ kg \ m^2$	اینرسی کلی موتور و چرخ	مشخصات موتور I				
$6.87 \times 10^{-5} \ kg \ m^2$	اینرسی کلی موتور و چرخ دنده	مشخصات موتور J				
$\frac{6.87 \times 10^{-5} \ kg \ m^2}{1.041 \times 10^{-3} \ kg \ m^2 \ /s}$	اینرسی کلی موتور و چرخ دنده ضریب اصطکاک ویسکوز	مشخصات موتور J V				
$\frac{6.87 \times 10^{-5} \ kg \ m^2}{1.041 \times 10^{-3} \ kg \ m^2/s}$ 50	اینرسی کلی موتور و چرخ دنده ضریب اصطکاک ویسکوز نسبت کاهش دنده موتور	مشخصات موتور J v n				
$6.87 \times 10^{-5} \ kg \ m^2$ $1.041 \times 10^{-3} \ kg \ m^2/s$ 50 $2.1 \times 10^{-1} \ N \ m/V$	اینرسی کلی موتور و چرخ دنده ضریب اصطکاک ویسکوز نسبت کاهش دنده موتور ثابت موتور	مشخصات موتور J v n k				
$6.87 \times 10^{-5} \ kg \ m^2$ $1.041 \times 10^{-3} \ kg \ m^2/s$ 50 $2.1 \times 10^{-1} \ N \ m/V$ $+ 10 \ V$	اینرسی کلی موتور و چرخ دنده ضریب اصطکاک ویسکوز نسبت کاهش دنده موتور ثابت موتور ولتاژ اشباع تقویت کننده	مشخصات موتور J N N K				

مقدار	ر توصيف پارامتر	پارامت	
مشخصات كنترل كننده مود لغزشى			
0.95	ضریب مرتبه کسری	q	
5.4	پارامتر کنترلی	k_{p}	
5.4	پارامتر کنترلی	k_{d}	
10	پارامتر کنترلی	k_{s_1}	
0.5	پارامتر کنترلی	k_{st_1}	
1.25	پارامتر کنترلی	β	
8	پارامتر کنترلی	k_{s_2}	
0.5	پارامتر کنترلی	k_{st_2}	
0.6	پارامتر کنترلی	а	
0.4	پارامتر کنترلی	b	

جدول ۲- پارامترهای کنترلی سیستم

نتایج شبیه سازی در شکل ۴ آمده است.



شکل ۴- رابط انعطاف پذیر

همان طور که مشاهده می شود با اعال سیگنال کنترلی u_1 ، در مدت زمان ۱ ثانیه اختلاف زاویه بین موقعیت زاویه ای موتور و موقعیت زاویه ای نوک رابط صفر می شود و بعد از گذشت ۱ ثانیه با اعمال سیگنال کنترلی u(t) مسیر مرجع توسط انتهای رابط ردیابی می شود. بنابراین این طرح کنترل پیشنهادی با حذف انحراف ناشی از کشسانی رابط در مرحله اول در ردیابی موقعیت مطلوب به خوبی عمل مي کند.

شکلهای ۵ و ۶ به ترتیب سیگنال کنترلی و گشتاور کوپلینگ را نشان میدهد. همان طور که در شکل ۵ مشاهده می شود، سیگنال كنترلى از حد ولتاژ اشباع منبع تغذيه تجاوز نمى كند و مقدار آن همواره كمتر از ولتاژ اشباع موتور است.





برای نشان دادن میزان رباستنس سیستم در مقابل تغییرات جرم رابط شبیه سازی به ازای تغییرات ۲۵ درصدی جرم رابط انجام شد. شکل ۷ و شکل ۸ به ترتیب نتایج شبیه سازی را به ازای اعمال کنترل کننده مود لغزشی مرتبه کسری (9.95 = q) و مرتبه صحیح (q = 1) نشان میدهد.

درصدی جرم رابط حداکثر انحراف، از حالت نامی کمتر از °0.5 است. همچنین، سیگنال کنترلی هموار و مقدار دامنه آن در طول فرآیند کنترل (مرحله اول حذف انحراف ناشی از کشسانی رابط و مرحله دوم کنترل دقیق موقعیت انتهای رابط) از مقدار اشباع ولتاژ منبع تغذیه تجاوز نمیکند.

۸- مراجع

- [1] Delavari H., Azizkhani A. and Shiuooei P., Design and Practical Implementation of a Fractional Order PID Controller for a Single Flexible-Link Robot. *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No.10, pp. 411-419, 2017.
- [2] Pereira E., Becedas, J., Payo I., Ramos F. and Feliu V., 2010, Control of flexible manipulators, theory and practice. In Robot Manipulators Trends and Development. InTech, 2010.
- [3] Monje C.A., Ramos F., Feliu V. and Vinagre B.M., 2007, Tip position control of a lightweight flexible manipulator using a fractional order controller. *IET Control Theory & Applications*, Vol. 1, No. 5, pp. 1451-1460, 2007.
- [4] Alam M.S. and Tokhi M.O., Hybrid fuzzy logic control with genetic optimisation for a single-link flexible manipulator. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 21, No. 6, pp. 858-873, 2008.
- [5] Castillo-Berrio C.F. and Feliu-Batlle V., Vibration-free position control for a two degrees of freedom flexible-beam sensor. *Mechatronics*, Vol. 27, pp. 1-12, 2015.
- [6] Mamani G., Becedas J. and Feliu V., Sliding mode tracking control of a very lightweight single-link flexible robot robust to payload changes and motor friction. *Journal of Vibration* and Control, Vol. 18, No. 8, pp. 1141-1155, 2012.
- [7] Shaheed M.H. and Tokhi O., Adaptive closed-loop control of a single-link flexible manipulator. *Journal of Vibration and Control*, Vol. 19, No. 13, pp. 2068-2080, 2013.
- [8] Feliu V., Somolinos J.A. and Garcia A., Inverse dynamics based control system for a three-degree-of-freedom flexible arm, *IEEE transactions on robotics and automation*, Vol. 19, No. 6, pp. 1007-1014, 2003.
- [9] San-Millan A., Feliu V. and Garcia A., A two-stage control scheme of single-link flexible manipulators. In 23th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), Spain, 2015.
- [10] Su Z. and Khorasani K., A neural-network-based controller for a single-link flexible manipulator using the inverse dynamics approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 48, No. 6, pp. 1074-1086, 2001.
- [11] Feliu-Talegon D. and Feliu-Batlle V., A fractionalorder controller for single-link flexible robots robust to sensor disturbances. *IFAC-PapersOnLine*, Vol. 50, No. 1, pp. 6043-6048, 2017.
- [12] Pereira E., Aphale S.S., Feliu V. and Moheimani S.R., A hybrid control strategy for vibration damping and precise tip-positioning of a single-link flexible manipulator. 2009 *IEEE International Conference on Mechatronics*, Spain, 2009.
- [13] Pereira E., Aphale S.S., Feliu, V. and Moheimani, S.R., Integral resonant control for vibration damping and precise tip-positioning of a single-link flexible manipulator. *IEEE ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 16, No. 2, p. 232-240, 2011.
- [14] Morales R., Feliu V. and Jaramillo V., Position control of very lightweight single-link flexible arms with large payload variations by using disturbance observers. *Robotics* and Autonomous Systems, Vol. 60, No. 4, pp. 532-547, 2012.
- [15] Ghazavi-Khorasgani H., Elmi-Ghiasi N, Farshad A, Talebi H. A., Nonlinear robust control of flexible-link manipulator with fuzzy compensator: Experimental results 2011 The 2nd International Conference on Control, Instrumentation and Automation, Iran, 2011.



شکل ۸- موقعیت زاویه ای مطلوب و موقعیت زاویه ای نوک رابط به ازای تغییرات جرم رابط و به ازای 1= q

نتایج حاصل از اعمال کنترل کننده مرتبه کسری و مرتبه صحیح بر اساس معیار های ارزیابی در جدول ۳ با هم مقایسه شده است.

جدول ۳-عملکرد کنترل کننده پیشنهادی به ازای معیارهای ارزیابی

RMSV	RMSE	روش كنترل پيشنهادي
0.8144	0.2024	کنترل کننده مود لغزشی مرتبه کسری (FOSMC)
0.8691	0.2504	کنترل کننده مود لغزشی (SMC)

۷- نتیجه گیری

در این مقاله، یک روش کنترلی بر مبنای روش کنترل مود لغزشی مرتبه کسری برای کنترل موقعیت یک بازوی ربات تک رابط انعطاف-پذیر پیشنهاد شد.. هدف از طراحی این کنترل کننده، در مرحله اول کاهش انحراف ناشی از کشسانی رابط و در نتیجه از بین بردن اختلاف زاویه بین موقعیت زاویهای موتور و موقعیت زاویهای رابط انعطاف پذیر و طور که از نتایج شبیه سازی مشاهده می شود، عملکرد کنترل کننده پیشنهادی در حذف انحراف ناشی از انعطاف پذیری رابط و ردیابی مسیر مطلوب، بسیار مناسب می باشد. علاوه بر این، کنترل کننده بی منهادی در برابر تغییرات جرم رابط مقاوم است. به طوریکه با اعمال تغییرات ۲۵

- [16] Garcia-Perez OA., Silva-Navarro G, and Peza-Solis J.F, Flexible-link robots with combined trajectory tracking and vibration control. *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 70, pp. 285-298, 2019.
- [17] Tahir N.M., bubakar K.A, Sambo A.U, and Kunya A.B, Vibrations and intelligent tracking control of single link flexible manipulator. *Sensors & Transducers*, Vol. 232, No. 4, pp. 8-14, 2019.
- [18] Bascetta L. and Rocco P., Modelling flexible manipulators with motors at the joints. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, Vol. 8, No. 2, pp. 157-183, 2002.
- [19] Castillo C.F., Engin S.N. and Batlle V.F., Design dynamic modelling and experimental validation of a 2DOF flexible antenna sensor. *International Journal of Systems Science*, Vol. 45, No. 4, pp. 714-727, 2014.
- [20] Payo I., Feliu V. and Cortázar O.D., Force control of a very lightweight single-link flexible arm based on coupling torque feedback. *Mechatronics*, Vol. 19, No. 3, pp. 334-347, 2009.
- [21] Podlubny I., 1998. Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications, Elsevier, 1998.
- [22] Calderón, A. J., Vinagre, B. M. and Feliu, V., Fractional order control strategies for power electronic buck converters. *Signal Processing*, Vol. 86, No. 10, pp. 2803-2819, 2006.
- [23] Miller K. and Ross B., An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations. A Wiley-Interscience Publication, San Fransisco, 1993.
- [24] Podlubny I., *Fractional Differential Equations*, Academic Press, New York, 1999.
- [25] Caputo M., Linear models of dissipation whose Q is almost frequency independent-II. *Geophys, JR Astron. Soc*, Vol. 13, pp. 529-539, 1967.
- [26] Fayazi A., Pariz N., Karimpour A. and Hosseinnia S.H., Robust Impedance Control of a Single- Link Flexible Robot Interacting with the Unknown Environment using Sliding Mode Control Method. *Journal of Control*, Vol. 11, No. 4, pp. 57-71, 2018.