

## طراحی بهینه پارامترها در ضربه انرژی ارتعاش غیرخطی متصل به یک تیر

علی عبداللہی

کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران،  
a.abdolahi@modares.ac.ir

سیامک اسماعیل زاده خادم\*

استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران، khadem@modares.ac.ir

مصطفی خزایی

کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران،  
mostafa.khazae@modares.ac.ir

امین مسلمی

کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران،  
amin\_moslemi@modares.ac.ir

### چکیده

در این مقاله برای کاهش انرژی یک تیر زیر آب از یک چاه غیرخطی انرژی از نوع ارتعاش ضربه استفاده شده است و نیروی ناشی از آب به صورت نیروی هارمونیک سینوسی و بار ثابت در نظر گرفته می‌شود. چاه غیر خطی انرژی شامل یک محفظه است که داخل آن از یک ساچمه استفاده شده است. ابتدا معادلات حاکم بر تیر و چاه غیرخطی انرژی به دست می‌آید. با بهینه سازی، حداقل زمان برای انتقال ۹۵ درصد از انرژی تیر به جاذب به دست می‌آید. برای بهینه سازی چهار پارامتر طول شیار، نسبت جرمی چاه غیرخطی انرژی و تیر، ضریب استرداد و موقعیت جاذب بر روی تیر در نظر گرفته می‌شود که برای اولین بار است که تمام پارامترهای طراحی چاه غیرخطی انرژی برای طراحی بهینه بررسی می‌شوند. در ادامه به بررسی هر کدام از این پارامترهای ذکر شده پرداخته می‌شود، و مقدار بهینه برای هر یک از این پارامترها محاسبه می‌شود. در آخر نشان داده می‌شود که پاسخ دینامیکی سیستم به صورت دو ضربه در هر سیکل به صورت متقارن بهینه‌ترین پاسخ سیستم است.

واژه‌های کلیدی: ارتعاش ضربه، چاه غیرخطی انرژی، تیر اولر برنولی، بهینه سازی، انتقال انرژی هدفمند.

## Optimal Design of Parameters in Nonlinear Energy Vibration Impact Coupled to a beam

A. Abdollahi

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

S. Esmailzadeh Khadem

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

M. Khazaei

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

A. Moslemi

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

### Abstract

In this paper, to reduce the energy of an underwater beam, a vibro-impact nonlinear energy sink is used and the force due to water is considered as a sinusoidal harmonic force and a constant load. A nonlinear energy sink consists of a cavity and a ball in the cavity. First, the governing equations for the beams and the nonlinear energy sink are obtained. With optimization, the minimum time to transfer 95% of the energy of the beam to the absorber is obtained. To optimize the four parameters of cavity length, the mass ratio of the nonlinear energy sink and the beam, restitution coefficient, and adsorbent position on the beam, which is the first time that all parameters of vibro-impact nonlinear energy sink are considered for optimal design. In the following, each of these parameters is considered, and the optimal value for each of these parameters is calculated. Finally, it is shown that the dynamic response of the system with two impacts per cycle (symmetric) is the most optimal response of the system.

**Keywords:** vibro-impact, nonlinear energy sink, Euler Bernoulli beam, optimization, targeted energy transfer.

فرايندهای مشخص انتقال انرژی نامطلوب اما اجتناب‌ناپذیر هستند؛ مانند اتلاف انرژی در سیستم‌های الکترومکانیکی که ناگزیر در سیستم رخ می‌دهد. از سوی دیگر برخی فرايندها مطلوب بوده و برای اهداف طراحی مفید می‌باشند؛ یک مثال کلاسیک از نوع مهندسی مکانیک، افزودن جاذب ارتعاش به یک ماشین برای حذف تکان‌های ناخواسته است.

سیستم‌های ارتعاش ضربه‌ای در بسیاری کاربردهای مهندسی دیده می‌شوند که از آن میان می‌توان به این موارد اشاره کرد: واکنش ارتعاش ضربه‌ای تیرهای مبادله‌کن گرمایی به تحریک آیرودینامیکی، اثر یخ‌های شناور قطبی روی کشتی‌ها، برخورد امواج اقیانوس به سازه‌های موجود

### ۱- مقدمه

اگر چه در بیشتر مواقع، ارتعاشات زاییده‌ی ناخواسته‌ی یک عملکرد سیستم است، منتها بعضی از ارتعاشات عمدا ایجاد می‌شوند. از بین بردن یا دست کم کاهش و کنترل نمودن نویز و ارتعاش ناخواسته و اعمال ارتعاش مورد نظر در هنگام ضرورت یکی از مهمترین خواسته‌هایی است که مهندس طراح می‌بایست به آن توجه نماید، تا این‌که سازه از معرض بارهای دینامیکی مزاحمی که موجب اختلال در عملکرد آن و همچنین استهلاک و کاهش عمر و نهایتاً شکست در اثر پدیده خستگی می‌گردد، محافظت شود. از دیدگاه مهندسی، یک سری از

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: khadem@modares.ac.ir

در بخش ساحلی دریا، برخورد کشتی‌ها با ضربه‌گیر اسکله، سایش استاتور با تیغه‌های روتور در توربوماشین‌ها، ماشین‌های کوچک و دستی که با حرکات کوبه‌ای کار می‌کنند، لولاهایی که هرز شده‌اند، سیستم‌های چرخ دنده دچار لقی، تویی که روی میز بالا و پائین می‌پرد، ماشین تیرکوب، برخورد پرده‌های صوتی انسان با یکدیگر و سیستم جملهمز ماشین. سیستم‌های ارتعاش ضربه‌ای را می‌توان عامل تولید سر و صدای ناخواسته در موقعیت‌های مختلف دانست. مطالعاتی درباره کاهش سر و صدای ناشی از ضربه‌ها انجام گرفته و پیش بینی صدای ناشی از ضربه نیز موضوع اصلی یک سری مقالات پژوهشی بوده است. طیف گسترده‌ای از روش‌های تعریف شده برای خطی سازی معادل و روش حل مسائل مربوط به نظریه سیستم‌های ارتعاش ضربه-ای، اساس مقاله‌های مربوط به این حوزه را تشکیل می‌دهد.

جندلمن و همکارانش در سال ۲۰۰۱، سیستم ۲ درجه آزادی شامل یک نوسانگر خطی و نوسانگر غیرخطی با میرایی ضعیف و اتصال ضعیف را بررسی کردند. در این کار که ادامه کار ذکرشده در مورد دوم بود [۱]، پدیده تشدید گیری<sup>۱</sup> مورد بررسی قرار گرفت. آن‌ها نشان دادند که پمپ انرژی در سیستم بعلت پدیده نوسانگر گیری در منیفلد تشدید ۱:۱ سیستم می‌باشد. همچنین، نواحی جاذب مسئول این پدیده در همسایگی منیفلد تشدید ۱:۱ را مورد مطالعه قرار گرفتند [۲]. واکاکیس در سال ۲۰۰۱، سیستم ۲ درجه آزادی شامل یک نوسانگر خطی و نوسانگر شدیداً غیرخطی با میرایی ضعیف و اتصال ضعیف را بررسی کردند. هدف، گسترش یک فرمول بندی تحلیلی برای القاء پمپ انرژی غیرفعال در یک دسته از نوسانگرهای مکانیکی بود [۳]. جندلمن و همکارانش در سال ۲۰۰۵، بهینه کردن انرژی در سیستم ۲ درجه آزادی شامل یک نوسانگر خطی و نوسانگر غیرخطی (اتصال غیرخطی شامل تابع پتانسیل متقارن با یک جمله خطی مثبت و یک جمله منفی درجه ۳) را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که روند پمپ انرژی در این سیستم توسط ساختار مدهای نرمال غیرخطی میراشده سیستم، کنترل می‌شود. همچنین رژیم‌های مختلف دینامیکی وابسته به پارامترهای سیستم شناسایی شده و شرایط پمپ انرژی بهینه به اتصال شدیداً غیرخطی فرمول بندی شدند. بعلاوه احتمال وجود پاسخ آشفته گذرا<sup>۲</sup> نیز بررسی گردید [۴].

جندلمن و همکارانش در سال ۲۰۱۲ بر روی جاذب غیرخطی انرژی از نوع ارتعاش ضربه کار کردند. آن‌ها نشان دادند که این نوع جاذب به دلیل نداشتن فنر و میراگر به نیروی کمی برای راه اندازی نیاز دارد و می‌تواند حتی در اثر نیروهای کوچک نیز عملکرد مناسبی را ارائه دهد [۵]. جندلمن و همکارانش در سال ۲۰۱۵ مقایسه بین چاه غیرخطی انرژی از نوع دورانی و چاه غیر خطی از نوع ارتعاش ضربه را انجام دادند. آن‌ها همچنین به بررسی رفتار دینامیکی سیستم جرم فنر دمپر متصل به چاه غیر خطی انرژی از نوع ارتعاش ضربه در حالت آشوبناک پرداختند و به صورت تحلیلی نشان دادند در حالت آشوبناک تحت چه شرایطی امکان پذیر است [۶].

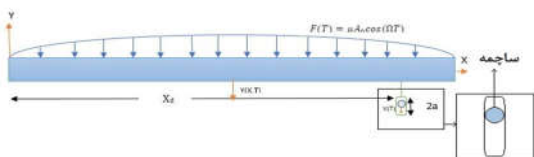
امروزه، اکثر تحقیقات انجام شده پیرامون چاه غیر خطی انرژی از نوع ارتعاش ضربه‌ای با استفاده از روش‌های حل عددی صورت می‌گیرد [۷-۱۳]. با استفاده از روش میان‌گیری<sup>۳</sup> و روش مقیاس‌های چندگانه<sup>۴</sup> می‌توان راه حل تقریبی برای پاسخ گذرای چنین مسائلی ارائه کرد.

در این مقاله ابتدا معادلات سیستم به دست می‌آیند، و سپس با تغییر متغیرهای مناسب معادلات به گونه‌ای نوشته می‌شوند که بتوان آن‌را حل کرد. با استفاده از حل عددی نتایج به دست می‌آیند و با روش الگوریتم ژنتیک بهینه سازی انجام می‌شود.

## ۲- معادلات

سیستم شامل دو قسمت است یک سیستم اصلی که در آن محفظه‌ای خالی و افقی قرار دارد، و قسمت دوم ساچمه‌ای که درون این قسمت خالی آزادانه و بدون داشتن اصطکاک روی خط مستقیمی حرکت می‌کند. تصویر این سیستم در شکل ۱ مشاهده می‌شود. ضریب استرداد دیواره‌های محفظه کم‌تر از یک در نظر گرفته شده است  $\gamma < 1$ . این ضریب استرداد تنها عامل استهلاک به عنوان چاه غیر خطی انرژی است.

برای مستقل شدن از یکاها اندازه گیری ابتدا مسئله به صورت بی بعد در می‌آید. جرم سیستم اصلی و ضریب سختی فنر متصل به آن برابر واحد است، و طول محفظه‌ی خالی که در آن ساچمه در حال حرکت است دو واحد می‌باشد (شکل ۱). جرم ساچمه که در واقع چاه غیر خطی سیستم است برابر با ۴ در نظر گرفته شده است. جابجایی سیستم اصلی و ساچمه به ترتیب با  $u(t)$  و  $v(t)$  است.



شکل ۱- چاه غیر خطی انرژی از نوع ارتعاش ضربه متصل به تیر

نیروی خارجی به صورت هارمونیک با دامنه  $\mu A_1$ ، یک بار ثابت هیدرواستاتیک  $\mu A_0$  و فرکانس  $\omega$  فرض می‌شود. در ابتدا جابجایی ساچمه نسبت به سیستم اصلی نوشته می‌شود.

$$w(t) = u(t) - v(t) \quad (1)$$

برخورد بین ساچمه و دیواره‌های محفظه زمانی رخ می‌دهد که  $w(t_j) = \pm 1$  باشد، که  $t_j$  نشان دهنده‌ی  $J$  امین برخورد است. می‌توان از مفاهیم قوانین نیوتون برای لحظه برخورد استفاده کرد. رابطه سرعت ساچمه نسبت به سیستم اصلی قبل از برخورد و بلافاصله پس از آن با رابطه زیر بیان می‌شود.

$$\dot{w}(t_j + 0) = -\kappa \dot{w}(t_j - 0) \quad (2)$$

<sup>3</sup> Averaging method  
<sup>4</sup> Multiply scales method

<sup>1</sup> Resonance capture  
<sup>2</sup> Chaotic transient response

$$a = \frac{mL^4}{EI} \cdot A_2 = \frac{A_0 L^3}{EI} \cdot A_3 = \frac{A_1 L^3}{EI} \cdot \beta = \frac{1}{mL}$$

پس از جایگذاری روابط (۹) در دستگاه معادلات (۸) روابط به فرم ساده شده‌ی زیر در می‌آیند:

$$\begin{cases} u_{xxxx} + u_{tt} + \beta \frac{\varepsilon(1+\kappa)}{1+\varepsilon} \sum_j \dot{w}'(t_j) \delta(t-t_j) \delta(x-x_d) = \mu A_2 + \mu A_3 \cos(\omega t) \\ v_{tt} = \frac{1+\kappa}{1+\varepsilon} \sum_j \dot{w}'(t_j) \delta(t-t_j) \end{cases} \quad (10)$$

برای حل سیستم (۱۰) از روش گلرکین استفاده می‌شود. به این منظور ابتدا می‌باید که با استفاده از روش جدا سازی متغیرها پاسخ سیستم را به صورت ضرب دو تابع مکانی و زمانی در نظر گرفت. و در معادلات جایگذاری کرد:

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) q_i'(t) \quad (11)$$

در روابط فوق برای سادگی می‌توان از نمادهای زیر استفاده کرد:

$$m_{11} = \int_0^1 \varphi_1^2(x) dx = 1 \quad k_{11} = \int_0^1 \varphi_{1,xxxx} \varphi_1 dx \quad (12)$$

$$A_{11} = \int_0^1 A_3 \varphi dx \quad A'_{11} = \int_0^1 A_3 dx$$

که در نهایت معادلات به فرم ساده شده‌ی زیر در می‌آیند:

$$\begin{cases} q''_{1,tt} + k_{11} q'_1 + \beta \frac{\varepsilon(1+\kappa)}{1+\varepsilon} \sum_j \varphi_d(\varphi_1 q'_{1,t} - v_t) \delta(t-t_j) = \mu A'_{11} + \mu A_{11} \cos(\omega t) \\ v_{tt} = \frac{1+\kappa}{1+\varepsilon} \sum_j \dot{w}(t_j) \delta(t-t_j) \end{cases} \quad (13)$$

$$q = \varphi_d q'. X_q = q + \varepsilon \beta \varphi_d v \quad (14)$$

با نمادهای (۱۴)، (۱۵) و (۱۶) معادلات (۱۳) را می‌توان به صورتی نوشت که متغیرهای مستقل جدید تابع جابجایی مرکز جرم تیر و چاه غیرخطی انرژی در راستای محور  $u$  و اختلاف جابجایی بین سیستم اصلی و چاه غیرخطی انرژی باشد:

$$w = q - v. q = \frac{X_q + \varepsilon \beta \varphi_d^2 w}{1 + \varepsilon \beta \varphi_d^2} \quad (15)$$

$$\tau = \omega t.$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{(1 + \varepsilon \beta \varphi_d^2)(1 - \varepsilon \sigma)}}. \mu = \varepsilon \omega^2 \quad (16)$$

پس از جایگذاری و ساده سازی معادلات به زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{cases} X_{q,\tau\tau} + k_{11}(1 - \varepsilon \sigma)(X_q + \varepsilon \beta \varphi_d^2 w) = \mu A_{11} \cos(\tau) \\ w_{\tau\tau} + k_{11}(1 - \varepsilon \sigma)(X_q + \varepsilon \beta \varphi_d^2 w) + (1 + \varepsilon \beta \varphi_d^2) \frac{1+\kappa}{1+\varepsilon} \sum_j w_{\tau}(t_j) \delta(\tau - \tau_j) = \mu A'_{11} + \mu A_{11} \cos(\tau) \end{cases} \quad (17)$$

علامت " $t_j - 0$ " نشان دهنده زمان در لحظه‌ای کوتاه قبل از برخورد است و " $t_j + 0$ " زمان را بلافاصله پس از برخورد نمایش می‌دهد. جابجایی‌ها به صورت پیوسته بیان می‌شوند و احتیاجی به گسسته در نظر گرفتن آن‌ها نیست. ضربات به صورت لحظه‌ای رخ می‌دهند و می‌توان از اثر نیروی خارجی بر روی ممنتوم سیستم صرف نظر کرد. معادله ممنتوم در طی هر ضربه به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\dot{u}(t_j - 0) + \varepsilon \dot{v}(t_j - 0) = \dot{u}(t_j + 0) + \varepsilon \dot{v}(t_j + 0) \quad (3)$$

می‌توان معادله را به فرم زیر نوشت:

$$\frac{\dot{u}(t_j + 0) - \dot{u}(t_j - 0)}{\varepsilon} = -\dot{v}(t_j + 0) + \dot{v}(t_j - 0) \quad (4)$$

با اضافه و کم کردن عبارت  $\dot{u}(t_j + 0) - \dot{u}(t_j - 0)$  از دو طرف معادله بالا به دست می‌آید:

$$\frac{\dot{u}(t_j + 0) - \dot{u}(t_j - 0)}{\varepsilon} + \dot{u}(t_j + 0) - \dot{u}(t_j - 0) = -\dot{v}(t_j + 0) + \dot{v}(t_j - 0) + \dot{u}(t_j + 0) - \dot{u}(t_j - 0) \quad (5)$$

در ادامه معادله به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\begin{aligned} \dot{u}(t_j + 0) + \frac{\dot{u}(t_j + 0)}{\varepsilon} - \left( \dot{u}(t_j - 0) + \frac{\dot{u}(t_j - 0)}{\varepsilon} \right) = \\ \dot{u}(t_j + 0) - \dot{v}(t_j + 0) - (\dot{u}(t_j - 0) - \dot{v}(t_j - 0)) \\ \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) \dot{u}(t_j + 0) - \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) \dot{u}(t_j - 0) \\ = \dot{w}(t_j + 0) - \dot{w}(t_j - 0) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\left( 1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) (\dot{u}(t_j + 0) - \dot{u}(t_j - 0)) = -(1 + \kappa) \dot{w}(t_j - 0)$$

در نهایت معادله به فرم خلاصه شده زیر در می‌آید:

$$\dot{u}(t_j + 0) - \dot{u}(t_j - 0) = -\frac{\varepsilon(1+\kappa)}{(1+\varepsilon)} \dot{w}(t_j - 0) \quad (7)$$

جمله فوق نیروی حاصل از هر ضربه به دست می‌آید، و با کمک معادله فوق می‌توان معادله‌ی عمومی حرکت را به دست آورد.

$$\begin{cases} E I u_{xxxx} + m u_{tt} \\ + \varepsilon \frac{1+\kappa}{1+\varepsilon} \sum w_t(t-t_j) \delta(x-x_d) = \mu A_0 + \mu A_1 \cos(\omega t) \\ v_{tt} = \frac{1+\kappa}{1+\varepsilon} \sum w_t(t-t_j) \end{cases} \quad (8)$$

که در معادله (۸) رابطه اول مربوط به حرکت تیر است و رابطه دوم مربوط به حرکت ساچمه درون محفظه است.

برای سادگی در محاسبات و بی بعد کردن معادلات از متغیرهای زیر استفاده می‌شود:

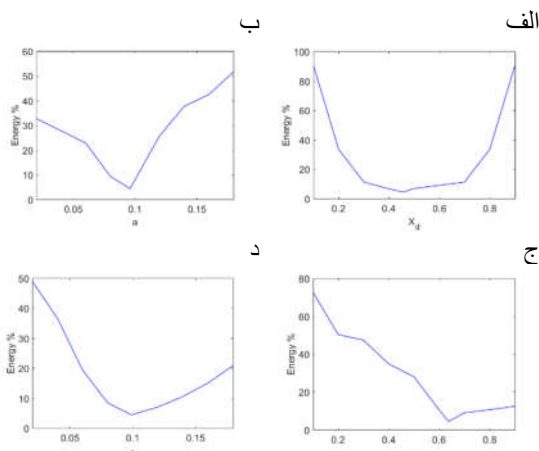
$$u = \frac{Y}{L} \cdot x = \frac{X}{L} \cdot v = \frac{V}{L} \cdot w' = \frac{W}{L} \cdot t = \frac{T}{a} \cdot \omega = \Omega a. \quad (9)$$

### ۳- نتایج

#### ۳-۱- جدول‌ها و شکل‌ها

برای استفاده از چاه غیرخطی انرژی از نوع ارتعاش ضربه روی تیر می‌توان پارامترهای آن‌را به گونه‌ای انتخاب کرد تا بتواند به بهترین شکل ممکن انرژی را از تیر دریافت کند. برای این از روش الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. پارامترهای طراحی عبارتند از: نسبت جرم ساچمه به جرم تیر، طول محفظه‌ای که ساچمه در آن حرکت می‌کند، ضریب استرداد بین محفظه و ساچمه، و محل قرار گیری چاه غیرخطی انرژی بر روی تیر است. برای بهینه سازی از نرم افزار MATLAB استفاده شد. هدف بهینه سازی کاهش ۹۵ درصد انرژی اولیه سیستم در کمترین زمان ممکن است. برای بررسی سیستم حالتی در نظر گرفته شد که سیستم تحت یک نیروی ضربه‌ای در شرایط اولیه خود شروع به کار کند. شرایط اولیه برای سیستم و نیرو تحت شرایط زیر است:  $w_0 = 0$ ،  $u_0 = 0$ ،  $\dot{u}_0 = 0.1$ ،  $A_{11} = 2$ ،  $\mu = 1$ ،  $\dot{A}_{11} = 5$  و  $w_0 = 0$ .

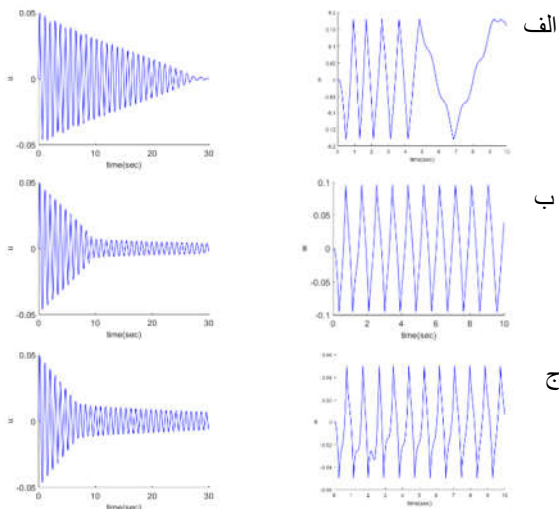
با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک پارامترهای بهینه  $K = 0.637$ ،  $\varepsilon = 0.099$ ،  $a = 0.096$ ،  $X_d = 0.456$  در شکل ۲ تاثیر ایرن پارامترها بر روی عملکرد سیستم دیده می‌شود. محور افقی درصد انرژی باقی مانده در تیر بعد از گذشت ۱۰ ثانیه از شروع حرکت را نشان می‌دهد و محور افقی مقادیر مربوط به یکی از پارامترهای بهینه سازی است. شکل ۲ (الف) مربوط به موقعیت جاذب انرژی بر روی تیر است همان‌طور که دیده می‌شود اگر جاذب انرژی در ابتدا و انتهای تیر قرار داده شود جاذب نمی‌تواند عملکرد مناسبی داشته باشد و انتقال انرژی از تیر به جاذب به سختی رخ می‌دهد. شکل ۲ (ب) مربوط به اندازه محفظه است. اندازه محفظه باید از مقادیر بالاتر از صفر شروع شود. باید در نظر داشت که طول شیار را نمی‌توان از شعاع ساچمه کوچکتر در نظر گرفت. اندازه خیلی کوچک طول شیار باعث می‌شود ضربه‌های ساچمه به دیواره محفظه از قدرت مناسبی برخوردار نباشد. و اندازه زیاد باعث می‌شود تعداد ضربات کمتر شود. شکل ۲ (ج) تاثیر ضریب استرداد بر انرژی تیر را نشان می‌دهد و شکل ۲ (د) به تغییرات انرژی تیر تحت اثر نسبت جرم ساچمه به جرم تیر مربوط می‌شود. جرم ساچمه نمی‌تواند صفر باشد و در نزدیکی صفر نیز جاذب اصلا عملکرد مطلوبی ندارد. افزایش جرم ساچمه نه تنها باعث کاهش راندمان انتقال انرژی بین تیر و چاه غیرخطی انرژی می‌شود بلکه این افزایش جرم باعث آسیب به جداره‌های محفظه نیز می‌شود.



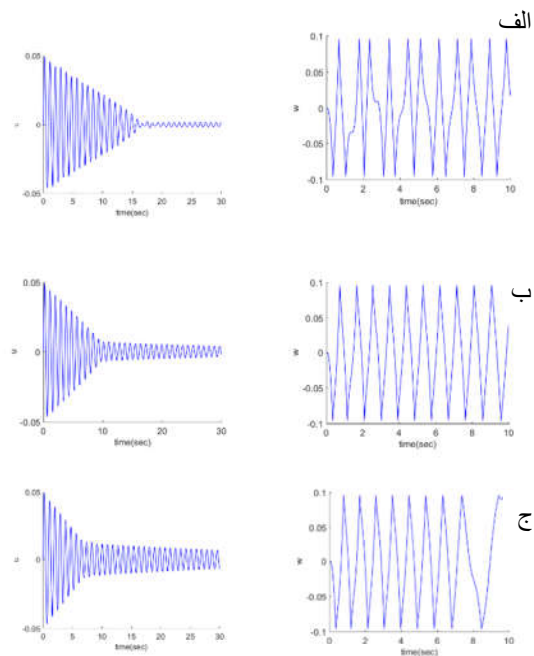
شکل ۲- درصد تغییرات انرژی تیر نسبت به انرژی اولیه بر اثر تغییرات (الف) موقعیت جاذب بر روی تیر (ب) طول شیار (ج) ضریب استرداد (د) نسبت جرمی ساچمه به تیر

در شکل ۳ سیستم با ضرایب استرداد مختلف بررسی شده است. ستون اول نشان دهنده جابجایی تیر و ستون دوم نشان دهنده جابجایی نسبی چاه غیرخطی انرژی است. برای مقدار بهینه دامنه ارتعاش تیر به سرعت کاهش یافته است. و پاسخ سیستم در این حالت به صورت برخورد دو ضربه به صورت متقارن در هر دوره است. یعنی این‌که در هر دوره نوسان تیر ساچمه دوبار به جداره‌های محفظه‌ای که در آن قرار گرفته است برخورد می‌کند. و متقارن است یعنی این‌که زمانی که ساچمه از سمت یکی از دیواره‌های محفظه به سمت دیواره مقابل می‌رود با زمانی که این مسیر را بر می‌گردد یکسان است. برای مثال در شکل ۳ (الف)، ستون سمت راست جابجایی نسبی چاه غیرخطی انرژی از ثانیه یک تا ثانیه چهار در هر دوره ۲ برخورد دارد اما این برخوردها به صورت نامتقارن است. تعداد این ضربات نقش مهمی در انتقال انرژی بین تیر و چاه غیرخطی انرژی دارد. هر چقدر که تعداد این ضربات بیشتر باشد انرژی بیشتری از سمت تیر به سوی جاذب منتقل می‌شود، اما نکته دیگر بحث قدرت این ضربات است.

شکل ۴ اثر تغییر نسبت جرم بین ساچمه و تیر را بر ارتعاش تیر و جابجایی نسبی چاه غیرخطی انرژی را نشان می‌دهد و شکل ۵ مربوط به تاثیر طول محفظه‌ای که ساچمه در آن در حرکت است بر ارتعاش تیر است. در شکل ۶ مشاهده می‌شود که اگر موقعیت جاذب روی تیر تغییر کند عملکرد جاذب چگونه است. زمانی که چاه غیرخطی انرژی در مرکز تیر قرار گیرد بهترین مکان برای قرار گیری چاه غیرخطی انرژی است. و اگر در انتها و ابتدای تیر قرار گیرد قادر نیست به خوبی انرژی تیر را جذب کند. نکته قابل ملاحظه در همه این شکل‌ها این است که رفتار سیستم زمانی که پاسخ دینامیکی سیستم پاسخ از نوع دو ضربه متقارن در هر دوره است بهترین بازده و کاهش انرژی را دارد. در قسمت (ب) شکل‌های ۳ تا ۶ حالت بهینه نشان داده شده است و برای همه این شکل‌ها یکی است.

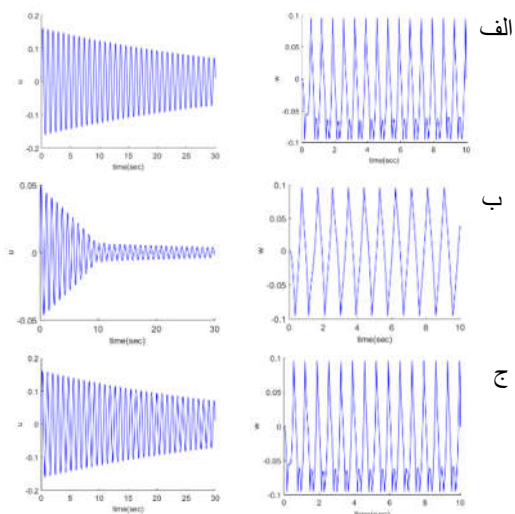


شکل ۵- پاسخ زمانی برای مقادیر مختلف طول شیار ستون سمت راست جابجایی نسبی چاه غیر خطی انرژی ستون سمت چپ جابجایی تیر  
 الف)  $a=0.18$  (ب)  $a=0.1$  (ج)  $a=0.05$



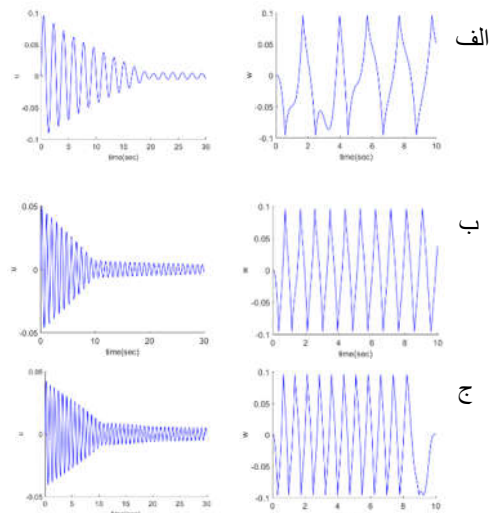
شکل ۳- پاسخ زمانی برای مقادیر مختلف ضریب استرداد ستون سمت راست جابجایی نسبی چاه غیر خطی انرژی ستون سمت چپ جابجایی تیر  
 الف)  $\kappa=0.9$  (ب)  $\kappa=0.637$  (ج)  $\kappa=0.5$

همان طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود تغییر نسبت جرمی بین ساچمه و تیر اثرات قابل ملاحظه‌ای را بر ارتعاش تیر می‌گذارد و این شکل جابجایی نسبی چاه غیرخطی انرژی را نشان می‌دهد. اگر نسبت جرم بالا باشد همان گونه که در ستون سمت راست شکل ۴ (الف) مشخص است تعداد برخوردها پایین است و رفتار سیستم آشوبناک است، و اگر نسبت جرم بسیار کم باشد انتقال انرژی کم می‌شود.



شکل ۶- پاسخ زمانی برای مقادیر مختلف محل قرار گیری جاذب روی تیر، ستون سمت راست جابجایی نسبی چاه غیر خطی انرژی ستون سمت چپ جابجایی تیر الف)  $X_d=0.9$  (ب)  $X_d=0.456$  (ج)  $X_d=0.1$

شکل ۵ مربوط به تاثیر طول محفظه بر ارتعاش تیر است. در این شکل مشاهده می‌شود که در زمانی که طول شیار زیاد است تعداد برخوردها نیز کاهش می‌یابد و در زمانی که طول شیار کم است انتقال انرژی در هر ضربه کم می‌شود. در شکل ۶ مشاهده می‌شود که اگر چاه غیرخطی انرژی در مرکز تیر قرار گیرد جابجایی نسبی به صورت دو ضربه در هر دوره و متقارن است. جابجایی تیر نیز به بهترین شکل ممکن کم شده است که نشان می‌دهد انرژی تیر به خوبی به جاذب انرژی انتقال یافته است. همانطور که مشاهده می‌شود در حالت بهینه دو ضربه در هر دوره



شکل ۴- پاسخ زمانی برای مقادیر مختلف نسبت جرمی ساچمه و تیر ستون سمت راست جابجایی نسبی چاه غیر خطی انرژی ستون سمت چپ جابجایی تیر الف)  $\varepsilon=0.18$  (ب)  $\varepsilon=0.1$  (ج)  $\varepsilon=0.05$

اتفاق می‌افتد، اما اگر جاذب در ابتدا یا انتهای تیر قرار گیرد پاسخ دینامیکی سیستم به صورت سه ضربه در هر دوره است.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این تاثیر پارامترهای مختلف طراحی برای چاه غیرخطی انرژی از نوع ارتعاش ضربه روی یک تیر بررسی شد. در نتایج نشان داده شد که دو عامل برای تعیین مقدار بهینه پارامتر مورد نظر مورد نظر موثر است. اول تعداد ضربات ساچمه به دیواره شیار، هر چقدر تعداد ضرباتی که ساچمه در یک بازه زمانی مشخص به دیواره‌های شیار وارد می‌کند بیشتر باشد مقدار انرژی بیشتری نیز در هر ضربه از سیستم اصلی که در این‌جا تیر است به چاه غیرخطی انرژی انتقال پیدا می‌کند. مورد دوم مقدار انرژی است که در هر ضربه انتقال می‌یابد. در بررسی هر چهار مورد مشاهده شد که زمانی که در هر دوره از حرکت اگر سلچمه دو ضربه به صورت متقارن به دیواره‌های محفظه وارد کند، مطلوب بهینه ترین حالت در انتقال انرژی تیر به چاه غیرخطی انرژی از نوع ارتعاش ضربه است. در چهار پارامتر مورد بررسی نشان داده شد که ضریب استرداد زیاد تعداد ضربات را افزایش می‌دهد ولی انرژی انتقالی در هر ضربه کاهش می‌یابد. و هر چه ضریب استرداد کاهش پیدا کند تعداد ضربات کاهش می‌یابد و انرژی انتقالی رو به افزایش است. طول شیار با تعداد ضربات رابطه عکس دارد ولی افزایش طول شیار باعث افزایش انتقال انرژی می‌شود. در مورد نسبت جرمی ساچمه و تیر نیز می‌توان گفت افزایش نسبت جرمی ساچمه و تیر باعث نامنظم شدن ضربات می‌شود و تعداد ضربات را کاهش می‌دهد ولی نسبت جرمی کم باعث می‌شود انتقال انرژی کم تری انجام شود. برای تعیین محل مناسب برای جاذب می‌توان وسط تیر را انتخاب کرد و بهترین محل برای قرار گیری چاه غیرخطی انرژی است.

#### ۵- نمادها

$\kappa$	ضریب استرداد
L	طول تیر (m)
a	طول شیار (m)
T	زمان (s)
$X_0$	محل قرار گیری چاه غیرخطی انرژی (m)
F	نیرو (N)
$\mu A_0$	بار ثابت هیدرواستاتیکی (N)
$\mu A_1$	دامنه نیروی خارجی (N)
w	جابجایی نسبی (m)
u	جابجایی سیستم اصلی (m)
v	جابجایی ساچمه (m)
t_j	زمان برخورد (s)
$\Omega$	فرکانس (Hz)
EI	ضریب صلبیت خمشی تیر ( $\text{Pa}\cdot\text{m}^4$ )

#### ۶- مراجع

- [1] Vakakis A.F. and Gendelman O., Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators: part II—resonance capture. *J. Appl. Mech.*, Vol. 68, No. January 2001, 2013.
- [2] Gendelman O., Manevitch L.I., Vakakis A.F. and M'closkey, R., Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators: Part I—Dynamics of the underlying Hamiltonian systems. *J. Appl. Mech.*, Vol. 68, No. 1, pp. 34–41, 2001.
- [3] Vakakis A.F., Inducing passive nonlinear energy sinks in vibrating systems. *J. Vib. Acoust.*, Vol. 123, No. 3, pp. 324–332, 2001.
- [4] Gendelman O.V. and Lamarque C.H., Dynamics of linear oscillator coupled to strongly nonlinear attachment with multiple states of equilibrium. *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 24, pp. 501–509, 2005.
- [5] Gendelman O.V. Analytic treatment of a system with a vibro-impact nonlinear energy sink. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 331(21), pp.4599-4608, 2012.
- [6] Gendelman O.V., Alloni A. Dynamics of forced system with vibro-impact energy sink. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 358, pp.301-314, 2015.
- [7] Li T., Seguy S., Lamarque C.H. and Berlioz A., Experiment-based motion reconstruction and restitution coefficient estimation of a vibro-impact system. *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 141, No. 2, 2019.
- [8] Qiu D., Seguy S. and Paredes M., Design criteria for optimally tuned vibro-impact nonlinear energy sink. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 442, pp. 497–513, 2019.
- [9] Li T., Lamarque C.H., Seguy S. and Berlioz A., Chaotic characteristic of a linear oscillator coupled with vibro-impact nonlinear energy sink. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 91, No. 4, pp. 2319–2330, 2018.
- [10] Li T., Gourc E., Seguy S. and Berlioz A., Dynamics of two vibro-impact nonlinear energy sinks in parallel under periodic and transient excitations. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 90, No. December 2016, pp. 100–110, 2017.
- [11] Li T., Seguy S. and Berlioz A., Optimization mechanism of targeted energy transfer with vibro-impact energy sink under periodic and transient excitation. *Nonlinear Dynamics*, Vol. 87, No. 4, pp. 2415–2433, 2017.
- [12] Li T., Seguy S. and Berlioz A., On the dynamics around targeted energy transfer for vibro-impact nonlinear energy sink. *Nonlinear Dynamics*, vol. 87, no. 3, pp. 1453–1466, 2017.
- [13] Andreaus U, De Angelis M. Influence of the characteristics of isolation and mitigation devices on the response of single-degree-of-freedom vibro-impact systems with two-sided bumpers and gaps via shaking table tests. *Structural Control and Health Monitoring*, 2020.