

تاثیر ابعاد هندسی قطعه کار و ابزار بر پایداری لرزشی فرآیند فرزکاری دیواره‌های جدار نازک

مهران محبوب خواه* دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، mahboobkhah@tabrizu.ac.ir

محمد رضا موحدی استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران، movahhed@sharif.edu

امیر جدیری فیضی دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران، jodeirifeiziamir@gmail.com

چکیده

فرآیند فرزکاری دیواره‌های جدار نازک به صورت گسترده در صنایع مختلف از جمله خودرو، هوافضا و غیره مورد استفاده قرار می‌گیرد. یکی از مشکلات رایج در این فرآیند، بروز ارتعاشات خودتحریک لرزشی یا همان ناپایداری چتر می‌باشد که سبب کیفیت سطح نامطلوب، کاهش راندمان ماشین‌کاری، شکست ابزار و قطعه کار و غیره می‌شود. مطالعات فراوانی توسط محققان مختلف برای شناخت پدیده چتر و کنترل اثرات مخرب آن، انجام شده است. هدف اصلی این مقاله بررسی تاثیر پارامترهای هندسی سیستم فرزکاری بر پایداری لرزشی دیواره‌های جدار نازک می‌باشد. به این منظور ابتدا با به کارگیری تابع تبدیل نسبی، مدل دینامیکی قطعه کار و ابزار ارائه گردیده است؛ سپس با انجام تست‌های تجربی، ضرایب نیروی برشی استخراج و ناحیه پایداری سیستم، استخراج می‌شود. در نهایت تاثیر ابعاد قطعه کار و ابزار بر ناحیه پایدار سیستم، بررسی می‌شود. نتایج بررسی نشان داد با افزایش طول آزاد ابزار، ناحیه پایداری سیستم کاهش پیدا می‌کند.

واژه‌های کلیدی: فرزکاری، دیواره‌های جدار نازک، تابع تبدیل نسبی، پدیده چتر، دینامیک ماشینکاری، پایداری لرزشی.

Effects of tool and workpiece geometry on the chatter stability in milling of thin-walled structures

M. Mahboubkhah

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

M. R. Movahhedy

Department of Mechanical Engineering, Sharif university of technology, Tehran, Iran

A. Jodeiri Feizi

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Abstract

Milling process of the thin-walled structures has broad applications in aerospace, automotive industries and etc. One of the main problems in their machining is unstable chatter vibrations, which causes not only the poor machined surface quality but also decreases the system life span and machining efficiency. So, lots of researchers are interested in investigating the dynamic behavior of the thin-walled structures during the machining processes and restrain its pernicious effects. In this regard, the main purpose of this paper is to study the effects of geometrical parameters of machining system including workpiece height, thickness, and tool overhang and its diameter on the chatter stability. To this end, first by utilizing relative transfer function concept, dynamic models of tool and workpiece were derived. Then experimental tests conducted to extract cutting force coefficients. Finally, stability lobe diagrams were constructed under impression of tool and workpiece dimensions. Results proved that by increasing tool overhang length, stability region decreases.

Keywords: Milling, Thin-walled structures, Relative transfer function, Chatter, Machining dynamics, stability.

ماشینکاری دارد.

۱- مقدمه

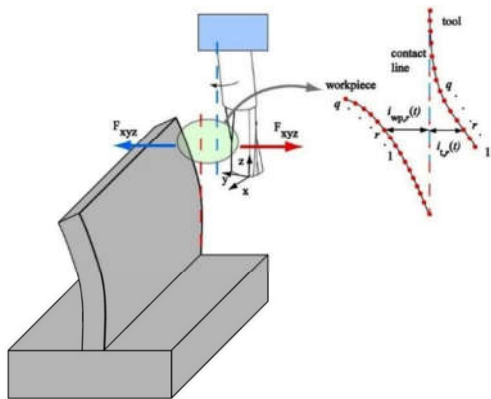
نخستین مطالعات روی این پدیده توسط توبیاس و فیشویک [۴] انجام شد. آن‌ها مکانیزم ارتعاشات لرزشی را شناسایی نموده و مدل ریاضی آن را به شکل معادله دیفرانسیلی تاخیری ارائه نمودند. گُنزال و همکاران [۵] فعالیت خود را بر شبیه‌سازی ماشینکاری قطعات آلومینیومی جدار نازک متمرکز نمودند. آنها شبیه‌سازی خود را بر پایه-ی مدل مکانیستیک و در حوزه‌ی زمان انجام دادند و برای تعیین تغییرات خواص دینامیکی دیواره‌ی نازک آلومینیومی بدلیل براده-برداری، از مدل المان محدود قطعه کار استفاده نمودند. سانگ و همکاران [۶] برای پیش‌بینی پایداری در فرزکاری قطعات جدار نازک، روشی پیشنهاد نمودند که در آن تغییر مشخصه‌های دینامیکی قطعه-کار متناسب با موقعیت ابزار، مورد توجه بوده است. آنها تابع پاسخ فرکانسی قطعه کار را از مدل المان محدود استخراج نمودند و با اسکن-

ماشینکاری قطعات جدار نازک بدلیل صلبیت بسیار کم آن‌ها با دشواری‌های زیادی روبرو است. یکی از مهمترین مشکلات فرزکاری دیواره‌های جدار نازک بروز ناپایداری لرزشی در ترکیب‌های خاصی از عمق برش و سرعت دورانی اسپیندل است. این پدیده، یک ناپایداری دینامیکی، ناشی از ارتعاشات خودتحریک است که از برهم کنش دینامیکی میان ابزار و قطعه کار بوجود می‌آید و سبب محدود شدن نرخ براده‌برداری، کاهش راندمان ماشین‌کاری، کیفیت سطح نامطلوب، سروصدای زیاد، سایش ابزار و در صورت عدم کنترل، باعث شکست ابزار و قطعه کار خواهد شد [۱-۳]. برای جلوگیری از ارتعاشات لرزشی، لازم است همواره فرآیند ماشینکاری در محدوده‌ی پایدار تداوم یابد؛ به همین دلیل پیش‌بینی صحیح مرز پایداری نقش مهمی در راندمان

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: mahboobkhah@tabrizu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۸/۰۸/۰۸

تاریخ پذیرش: ۹۹/۰۲/۲۶



شکل ۱- جایجایی نسبی ابزار و قطعه کار

با توجه به آنکه انعطاف‌پذیری قطعه‌کار در جهت x در مقایسه با جهت y بسیار ناچیز است؛ می‌توان از ارتعاشات قطعه‌کار در جهت x صرف نظر کرد. بدین ترتیب جایجایی نسبی ابزار و قطعه‌کار، از جمع جایجایی قطعه‌کار و جایجایی ابزار در جهت y بدست می‌آید. بنابراین تابع تبدیل نسبی در راستای y برای سیستم از رابطه (۱) قابل محاسبه است [۷].

$$\phi_{\text{relative}}(yy) = \phi_{\text{mm}}(yy) + \phi_{\text{wp}}(yy) \quad (1)$$

در رابطه (۱) $\phi_{\text{mm}}(yy)$ و $\phi_{\text{wp}}(yy)$ به ترتیب تابع تبدیل ماشین‌ابزار و قطعه‌کار در راستای y هستند؛ لذا برای استخراج ناحیه پایدار ماشین‌کاری، لازم است؛ ابتدا تابع تبدیل قطعه‌کار و ابزار استخراج گردد.

۲-۱- تابع تبدیل قطعه‌کار

در ماشینکاری قطعات جدار نازک، دینامیک قطعه کار تاثیر به سزایی بر روی ناحیه پایدار دارد. برای استخراج تابع فرکانسی قطعه‌کار، از تابع تبدیل چند درجه آزادی ارائه شده در رابطه (۲) [۱۲] استفاده شده که در آن φ_{jr} و φ_{kr} المان‌های مربوط به درجات آزادی z و k در بردار شکل مود متعامده شده به جرم m_r ، η_r نسبت میرایی سازه-ای، ω_r فرکانس طبیعی مود r ام و ω فرکانس تحریک هستند. برای استخراج شکل مود متعامده شده به جرم قطعه‌کار و فرکانس‌های طبیعی آن از نرم افزار ABAQUS استفاده شده است. به عنوان نمونه صفحه‌ای از جنس آلومینیوم ۷۰۷۵ به ارتفاع ۶۵، عرض ۴۰ و ضخامت ۶ میلی‌متر و مدول یانگ ۷۰ GPa و چگالی 2800 kg/m^3 به عنوان قطعه‌ی جدار نازک در نظر گرفته شده است. سه فرکانس طبیعی اول قطعه کار به‌همراه شکل موده‌های نرمال شده جرمی آن با استفاده از نرم‌افزار ABAQUS استخراج شد. برای مدل‌سازی صفحه در نرم افزار ABAQUS از المان shell S4R استفاده شده است.

$$\phi_{jk} = \sum_{r=1}^n \frac{\varphi_{jr}\varphi_{kr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + \eta_r\omega_r\omega} \quad (2)$$

مقادیر نخستین سه فرکانس طبیعی قطعه‌کار در جدول ۱ ارائه شده است. همچنین سه مود اول قطعه‌کار، در شکل ۲ نشان داده شده است. برای اطمینان از مدل‌سازی مناسب قطعه کار در نرم‌افزار و صحت

کردن دائم خواص دینامیکی از مدل المان محدود در حین ماشینکاری، دیاگرام پایداری را استخراج کردند. پراوو و همکاران [۷] مدل‌سازی دینامیکی سیستم را با استفاده از تابع تبدیل نسبی که در واقع مجموع توابع تبدیل ماشین‌ابزار و قطعه‌کار می‌باشد؛ انجام دادند و با انجام آزمایشات ماشینکاری، نشان دادند دیاگرام‌های پایداری بدست آمده از تابع تبدیل نسبی، از دیاگرام‌های پایداری که در آنها فقط از تابع تبدیل ماشین‌ابزار یا فقط از تابع تبدیل قطعه‌کار استفاده شده است؛ دقیق‌تر هستند. ژانگ و همکاران [۸] برای پیش‌بینی مرزهای پایداری فرزکاری قطعات انعطاف‌پذیر، برهم کنش میان موده‌های قطعه‌کار را در نظر گرفته و از روش گسسته‌سازی کامل برای محاسبه‌ی مرزهای پایداری استفاده کردند. آنها بیان داشتند در غالب تحقیقات انجام شده در فرزکاری دیواره‌های نازک، فقط یک مود سازه در نظر گرفته شده است؛ ولی در فرزکاری قطعات انعطاف‌پذیر، چند مود اول سازه‌ی انعطاف پذیر، اثر مهمی بر پیش‌بینی پایداری دارد و باید تاثیر همه‌ی آنها را در تحلیل پایداری لحاظ کرد. پووالکا و جمیل‌نیاک [۹] با استفاده از آنالیز مودال عملیاتی و فقط بر اساس داده‌های پاسخ سیستم که توسط شتاب‌سنج در حین ماشینکاری اندازه‌گیری شده است؛ دیاگرام‌های پایداری را استخراج نمودند. نتایج آنها نشان داد؛ لوب‌های پایداری بدست آمده از این روش، به ضرائب مدل نیروی برشی حساس نیستند. ون و همکارانش [۱۰] روش موثری برای بهبود پایداری فرزکاری دیواره‌های جدار نازک ارائه دادند. در روش پیشنهادی آنها برای بهبود رفتار پایداری سیستم، جرم‌هایی به قطعه‌کار اضافه می‌گردد. همچنین ون و همکارانش [۱۱] در مقاله دیگری نشان دادند؛ می‌توان پایداری ماشین‌کاری قطعات جدار نازک را با اعمال پیش تنش به قطعه‌کار، بهبود داد.

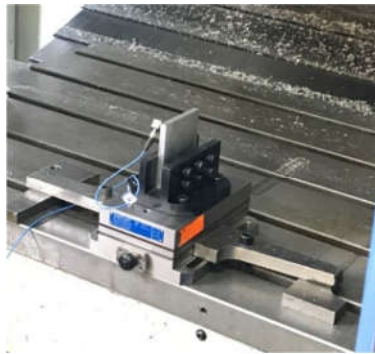
تحقیقات فوق نشان می‌دهد؛ یکی از راه‌های جلوگیری از وقوع ارتعاشات لرزشی، استفاده از دیاگرام‌های پایداری استخراج‌شده از مدل دینامیکی فرآیند است. دیاگرام‌های پایداری این امکان را به کاربر می‌دهد که شرایط برشی را طوری انتخاب نماید که ضمن حفظ یا افزایش نرخ براده برداری فرآیند و تسریع در کار، پدیده چتیر روی ندهد. هدف از این تحقیق، بررسی تاثیر پارامترهای هندسی سیستم ماشینکاری، شامل طول ابزار و ارتفاع قطعه‌کار بر دیاگرام‌های پایداری می‌باشد. در این مقاله ابتدا تابع تبدیل نسبی قطعه‌کار و ماشین ابزار با در نظر گرفتن چند مود ارتعاشی استخراج شده است. در ادامه نحوه استخراج دیاگرام‌های لوب پایداری مورد بحث قرار گرفته و ضرائب نیروی برشی با انجام تست‌های تجربی استخراج شده است. در نهایت تاثیر پارامترهای هندسی قطعه‌کار و ابزار بر پایداری لرزشی فرآیند فرزکاری مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- مدل‌سازی رفتار دینامیکی سیستم با استفاده از

تابع تبدیل نسبی

در ماشینکاری دیواره‌های نازک با استفاده از انگشتی، ارتعاشات ابزار و قطعه‌کار، هر دو اهمیت پیدا می‌کند و برای مدل‌سازی رفتار دینامیکی سیستم، همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است؛ باید جایجایی نسبی ابزار و قطعه‌کار در نظر گرفته شود.

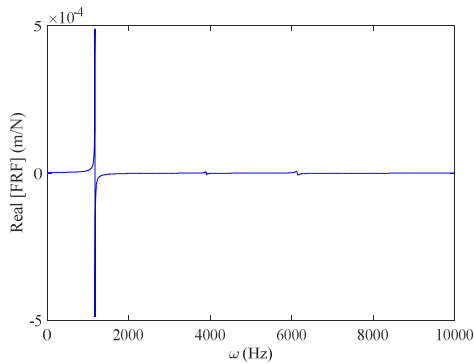
قطعه کار، با استفاده از رابطه (۲) پاسخ فرکانسی قطعه کار بدست آمد. در شکل ۴ قسمت حقیقی و موهومی پاسخ فرکانسی قطعه کار نشان داده شده است.



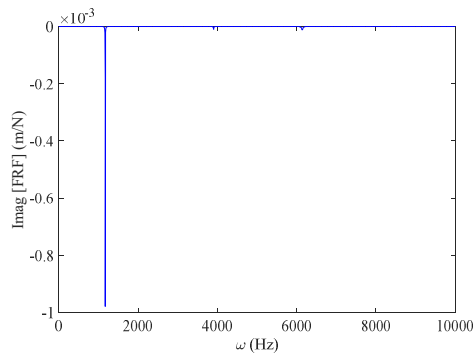
شکل ۳- تست مودال قطعه کار

جدول ۲- سه نسبت میرایی اول قطعه کار

شماره مود	نسبت میرایی (درصد)
۱	۰/۲۵
۲	۰/۴۱
۳	۰/۶۱



(الف)



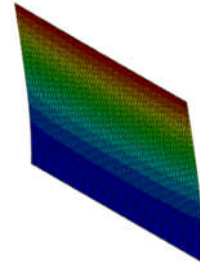
(ب)

شکل ۴- تابع پاسخ فرکانسی قطعه کار بر اساس سه فرکانس طبیعی اول قطعه کار (الف) قسمت حقیقی (ب) قسمت موهومی

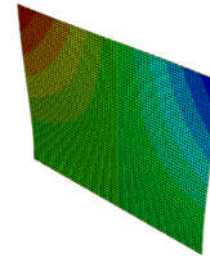
نتایج، سه فرکانس استخراجی از نرم افزار ABAQUS با نتایج مرجع [۱۳] مقایسه گردید.

جدول ۱- سه فرکانس طبیعی اول قطعه کار

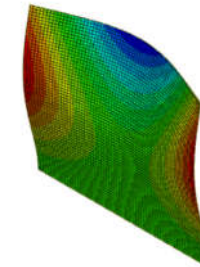
شماره مود	پژوهش حاضر (Hz)	لیسا (Hz) [۱۳]
۱	۱۱۷۱	۱۱۶۲
۲	۳۹۰۳	۴۱۸۷
۳	۶۱۳۹	۷۱۶۸



(الف)



(ب)



(ج)

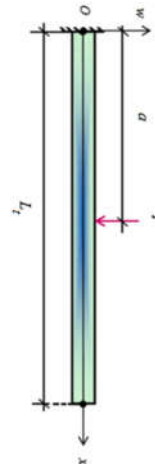
شکل ۲- سه مود اول قطعه کار (الف) مود اول (ب) مود دوم (ج) مود سوم

دلیل در نظر گرفتن سه مود برای تحلیل پایداری در این مقاله این است که در بررسی پایداری دیوارهای جدار نازک حین فرآیند فرزندکاری تنها در نظر گرفتن مود اول و صرفنظر کردن از تاثیر مابقی مودها می تواند منجر به ایجاد خطا در دیاگرام های پایداری پیش بینی شده گردد لذا در مراجع مختلف از جمله مراجع [۷، ۸، ۱۴] بیش از یک مود برای مدل سازی دینامیک قطعه کار استفاده شده است.

در ادامه برای استخراج نسبت میرایی سازه ای، تست تجربی مودال روی قطعه کار انجام شد. بدین منظور همانطور که در شکل ۳ مشاهده می شود؛ قطعه کار تحت تحریک لرزاننده قرار گرفت و شتاب یک نقطه از آن با استفاده از شتاب سنج اندازه گیری شد. بعد از استخراج شتاب و با در دست بودن نیروی تحریک، سه نسبت میرایی اول قطعه کار استخراج گردید (جدول ۲). بعد از استخراج پارامترهای مودال

۲-۲- تابع تبدیل ابزار

برای استخراج تابع پاسخ فرکانسی ابزار، همانطور که در شکل ۵ نشان داده شده است؛ انگشتی به عنوان یک تیر یک سرگیردار فرض شد. به این منظور، ابتدا معادلات ارتعاشی یک تیر یک سرگیردار استخراج و در ادامه با استفاده از روش عددی، پاسخ زمانی آن به ازای نیروی تحریک ضربه استخراج شد و در نهایت پاسخ فرکانسی ابزار با استفاده از تبدیل فوری به پاسخ زمانی جایجایی، بدست آمد.



شکل ۵- طرحواره ابزار

معادله ارتعاشی تیر تحت تحریک نیروی نشان داده شده برابر است با [۱۵]:

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + c_a \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = p(t)\delta(x-a) \quad (3)$$

$w(x,t)$ جایجایی عرضی هر نقطه از تیر، c_a میرایی لزجی، EI سفتی خمشی و m جرم واحد طول تیر است. می توان پاسخ سیستم مورد نظر را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$w(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(x) \eta_r(t) \quad (4)$$

با جایگذاری رابطه (۴) در معادله (۳) و اعمال شرایط تعامد مودها، رابطه (۵) به دست می آید.

$$\frac{d^2 \eta_r(t)}{dt^2} + 2\zeta_r \omega_r \frac{d\eta_r(t)}{dt} + \omega_r^2 \eta_r(t) = \frac{1}{m} \int_0^L \phi_s(x) p(t) \delta(x-a) dx, \quad r=1,2,3 \quad (5)$$

که در آن λ_r پارامتر فرکانس بی بعد، ω_r فرکانس طبیعی سیستم و ζ_r نسبت میرایی بوده که از روابط (۶) تا (۸) قابل محاسبه می باشند.

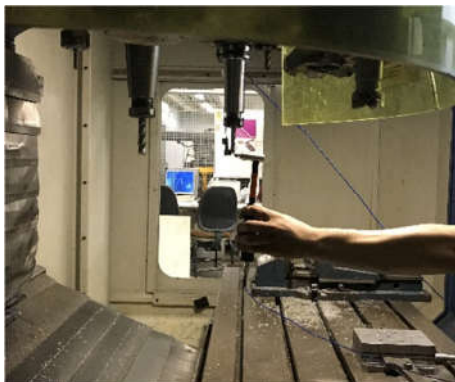
$$1 + \cosh \lambda_r \cos \lambda_r = 0 \quad (6)$$

$$\omega_r = \lambda_r^2 \sqrt{\frac{EI}{mL_t^4}} \quad (7)$$

$$2\zeta_r \omega_r = \frac{c_a}{m} \quad (8)$$

در ادامه، با استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه ی ۴، پاسخ ارتعاشی

سیستم به ازای پارامترهای $E=200\text{GPa}$ ، $r=10\text{ mm}$ ، $L_t=60\text{ mm}$ و $\rho=7800\text{ kg/m}^3$ استخراج می شود و با استفاده از تبدیل فوری، پاسخ فرکانسی ابزار به دست می آید. محل اعمال نیرو در انتهای تیر در نظر گرفته شده است و برای استخراج ضرایب میرایی ابزار، مشابه قطعه کار از تست مودال استفاده شده است. بدین منظور با بستن ابزار روی دستگاه و با استفاده از چکش، سیستم را تحریک کرده و شتاب آن اندازه گیری شده است (شکل ۶). بعداز اندازه گیری شتاب، ضرایب میرایی ابزار استخراج و نتایج در جدول ۳ نشان داده شده است.

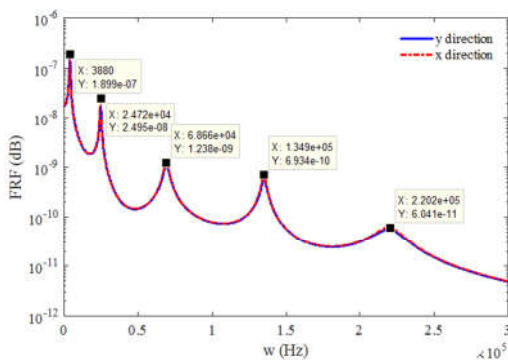


شکل ۶- انجام تست مودال روی ابزار

جدول ۳- پنج نسبت میرایی اول قطعه کار

شماره مود	نسبت میرایی (درصد)
۱	۴/۷
۲	۰/۹
۳	۲/۳
۴	۰/۸
۵	۱/۳

بعد از استخراج ضرایب میرایی و وارد کردن آنها در مدل شبیه سازی شده، پاسخ زمانی جایجایی ابزار را محاسبه کرده و با استفاده از تبدیل فوری، تابع فرکانسی سیستم مطابق شکل ۷ استخراج گردید. همانطور که در شکل ۷ مشاهده می شود رفتار دینامیکی ابزار در دو جهت X و Y تقریباً یکسان است.



شکل ۷- پاسخ فرکانسی ابزار در راستای X و راستای Y

$$n = \frac{60}{NT} \quad (15)$$

که k تعداد عداد امواج ارتعاشی کاملی است که در یک پروید دندان، روی سطح ایجاد شده‌اند و n سرعت دورانی اسپیندل بر حسب rpm است. همانطور که در رابطه (۹) مشاهده می‌شود؛ یکی از پارامترهای تاثیر گذار بر محاسبه‌ی ناحیه‌ی پایدار لرزشی، ضرایب نیروی برشی است. در ادامه به تعیین مقادیر ضرایب نیروی برشی با استفاده از تست تجربی پرداخته می‌شود.

۳-۱- تعیین ضرایب نیروی برشی فرزکاری

شکل کلی روابط نیرویی برای مولفه‌های مماسی و شعاعی نیروی برش برای فرآیند فرزکاری به صورت روابط (۱۶) و (۱۷) است [۱۷]:

$$F_t = K_{tc}bh + K_{te}b \quad (16)$$

$$F_r = K_{rc}bh + K_{re}b \quad (17)$$

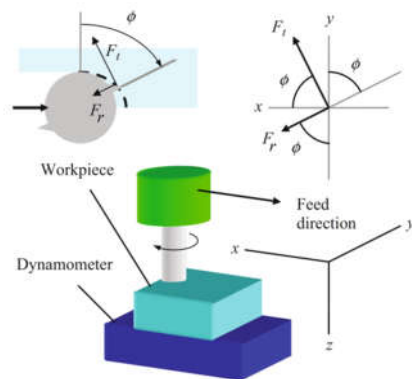
در رابطه فوق F_t مولفه‌ی نیرو در جهت مماسی و F_r مولفه‌ی نیرو در جهت شعاعی ابزار است. ثابت‌های K_{tc} و K_{rc} به ترتیب ضرایب برشی نیرو در جهت مماسی و شعاعی و K_{te} و K_{re} ضرایب لبه‌ی نیرو در جهت مماسی و شعاعی هستند. در روابط فوق b عمق برش و h ضخامت براده است که از رابطه (۱۸) قابل محاسبه است.

$$h = c \sin \phi \quad (18)$$

که در آن c نرخ پیشروی بر حسب میلی‌متر بر دندانه و ϕ زاویه‌ی غوطه‌وری می‌باشد. همانطور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود؛ به منظور اندازه‌گیری نیروی‌های فرزکاری توسط دینامومتر، مولفه‌های نیروهای فرزکاری در راستای x و y مطابق روابط (۱۹) و (۲۰) تجزیه شده‌اند.

$$F_x = F_t \cos \phi + F_r \sin \phi \quad (19)$$

$$F_y = F_t \sin \phi - F_r \cos \phi \quad (20)$$



شکل ۸- مولفه‌های نیروهای برشی در راستای x و y [۱۸]

با جایگذاری روابط (۱۶) تا (۱۸) در روابط (۱۹) و (۲۰)، نیروی کل لبه‌ها حین فرزکاری از روابط (۲۱) و (۲۲) به دست می‌آید.

برای اطمینان از صحت مدل، فرکانس‌های طبیعی تیر به روش تحلیلی استخراج و در جدول ۴ نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود؛ فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از تبدیل فوریه‌ی پاسخ زمانی سیستم، به مقادیر ارائه شده در جدول ۴ نزدیک است که صحت مدل‌سازی سیستم را نشان می‌دهد.

جدول ۴- فرکانس‌های طبیعی سیستم با استفاده از روش تحلیلی

مود	روش تحلیلی (Hz)
۱	۳۹۳۵
۲	۲۴۶۶۳
۳	۶۹۰۵۹
۴	۱۳۵۳۲۸
۵	۲۲۳۷۰۷

لازم به توضیح است از انعطاف‌پذیری سیستم در جهت Z (محور اسپیندل) صرف نظر شده است.

۳- تعیین ناحیه پایداری

مطالعات بوداک و آلتینتاش [۱۶] بر روی پایداری فرآیند فرزکاری نشان داد که ناحیه پایداری سیستم را می‌توان از رابطه (۹) محاسبه کرد.

$$b_{lim} = -\frac{2\pi\Lambda_R}{NK_t} (1 + \kappa^2) \quad (9)$$

که در آن κ نسبت قسمت موهومی به قسمت حقیقی مقادیر ویژه معادله مشخصه سیستم می‌باشد؛ همچنین N تعداد لبه‌های برشی ابزار، K_t ضریب مماسی نیروی برشی، Λ_R قسمت حقیقی مقادیر ویژه معادله مشخصه سیستم می‌باشند که پارامتر اخیر از رابطه (۱۰) به دست می‌آید.

$$\Lambda = -\frac{1}{2a_0} \left(a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0} \right) \quad (10)$$

و در آن :

$$a_0 = \phi_{relative}(i\omega_c) \phi_{relative}(i\omega_c) (\alpha_{xx} \alpha_{yy} - \alpha_{xy} \alpha_{yx}) \quad (11)$$

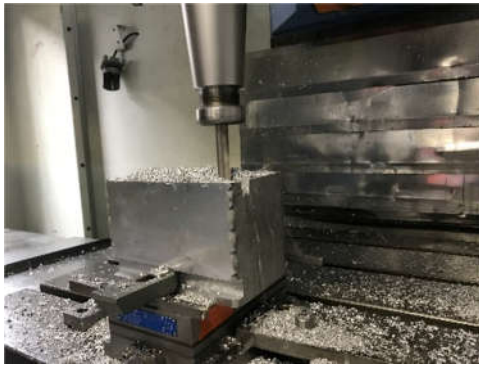
$$a_1 = \alpha_{xx} \phi_{relative}(i\omega_c) + \alpha_{yy} \phi_{relative}(i\omega_c) \quad (12)$$

در نتیجه با داشتن فرکانس لرزش ω_c ، محدوده‌ی پایداری لرزشی بر حسب عمق برش محوری از رابطه‌ی (۱۰) قابل محاسبه است. همچنین سرعت اسپیندل را می‌توان به کمک رابطه‌ی (۱۳) به شکل زیر محاسبه کرد:

$$\kappa = \frac{\Lambda_I}{\Lambda_R} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\omega_c T}{2}\right) \quad (13)$$

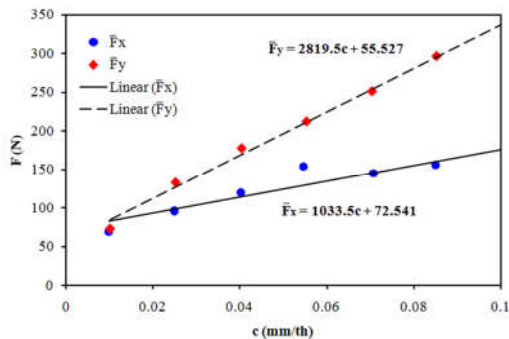
با حل معادله بالا، رابطه بین سرعت اسپیندل و فرکانس لرزشی به صورت روابط زیر حاصل می‌گردد:

$$\omega_c T = \pi - 2\psi + 2k\pi \quad (14)$$



شکل ۹- اندازه‌گیری نیروی ماشینکاری در فرآیند شیار تراشی بلوک آلومینیومی

در هر گروه از این تست‌ها، نیروی برشی میانگین در جهات x و y در نرخ‌های پیشروی ذکر شده، با دینامومتر از نوع KISTLER 9257B اندازه‌گیری شد. به عنوان نمونه در شکل ۱۰ نیروی برشی متوسط در راستاهای x و y بر حسب نرخ پیشروی، به ازای حالت اول نشان داده شده است. با برازش خط روی داده‌ها و با استفاده از روابط (۲۴) و (۲۵) مقادیر ضرایب برشی $K_{rc} = 344.5 \text{ MPa}$ و $K_{tc} = 939.83 \text{ MPa}$ به دست می‌آید.



شکل ۱۰- نیروی برشی متوسط در راستاهای x و y بر حسب نرخ پیشروی برای حالت اول

در نهایت با محاسبه میانگین همه نتایج بدست آمده، مقادیر $K_{rc} = 309.94 \text{ MPa}$ و $K_{tc} = 964.42 \text{ MPa}$ حاصل شده است. در نهایت ضریب برشی نیرو در جهت مماسی $K_{tc} = 964.42 \text{ MPa}$ و ضریب برشی نیرو در جهت شعاعی $\frac{K_{rc}}{K_{tc}} = 0.32$ مورد نیاز در تحلیل پایداری فرآیند در نظر گرفته شد.

۳-۲- تاثیر ابعاد ابزار و قطعه‌کار بر روی ناحیه پایداری لرزشی

برای بررسی تاثیر ابعاد قطعه‌کار بر روی ناحیه پایداری لرزشی، ناحیه پایداری قطعه‌کار جدار نازک آلومینیوم ۷۰۷۵ به عرض ۴۰ و ضخامت ۶ میلی‌متر در سه ارتفاع مختلف $L = 70 \text{ mm}$ ، $L = 60 \text{ mm}$ و $L = 80 \text{ mm}$ در شکل ۱۱ رسم شده است. عمق برش شعاعی ۴ میلی‌متر در نظر گرفته شده و پارامترهای دیگر سیستم، مطابق

$$F_x = \sum_{j=1}^N \left(K_{tc} a c \frac{\sin 2\phi_j}{2} + K_{tc} a \cos \phi_j + K_{rc} a c \frac{1 - \cos 2\phi_j}{2} + K_{rc} a \sin \phi_j \right) g(\phi_j) \quad (21)$$

$$F_y = \sum_{j=1}^N \left(K_{tc} a c \frac{1 - \cos 2\phi_j}{2} + K_{tc} a \sin \phi_j - K_{rc} a c \frac{\sin 2\phi_j}{2} - K_{rc} a \cos \phi_j \right) g(\phi_j) \quad (22)$$

در روابط فوق $g(\phi_j)$ تابع پله‌ی واحد است که نشان‌دهنده درگیری یا عدم درگیری لبه برشی می‌باشد و از رابطه (۲۳) محاسبه می‌شود:

$$g(\phi_j) = \begin{cases} 1 & \text{if } \phi_{st} < \phi_j < \phi_{ex} \\ 0 & \text{if } \phi_j < \phi_{st} \text{ or } \phi_j > \phi_{ex} \end{cases} \quad (23)$$

که در آن ϕ_{ex} و ϕ_{st} به ترتیب زوایای ورود و خروج ابزار می‌باشند. با انتگرال‌گیری از روابط (۲۱) و (۲۲) در بازه $[\phi_{st}, \phi_{ex}]$ و با در نظر گرفتن فرآیند شیار تراشی ($\phi_{ex} = \pi$ و $\phi_{st} = 0$)، نیروی متوسط در پرپود دندان، طبق روابط (۲۴) و (۲۵) بیان می‌شود:

$$\bar{F}_x = \frac{NaK_{rc}}{4} c + \frac{NaK_{rc}}{\pi} \quad (24)$$

$$\bar{F}_y = \frac{NaK_{tc}}{4} c + \frac{NaK_{tc}}{\pi} \quad (25)$$

بنابراین با انجام آزمایشات شیار تراشی در نرخ‌های پیشروی مختلف $c = [0.01, 0.025, 0.04, 0.055, 0.07, 0.085, 0.01] \text{ mm/th}$ در سرعت دورانی و عمق برش محوری ثابت و با اندازه‌گیری نیروی برشی میانگین، می‌توان ضرایب برشی را استخراج کرد. در این مقاله، برای استخراج ضرایب برشی، مطابق شکل ۹، دینامومتر روی میز ماشین فرز CNC سه محوره قرار گرفته و بلوک مکعبی از جنس آلومینیوم ۷۰۷۵ روی آن نصب شده است. در ادامه با استفاده از ابزار فرز انگشتی سر تخت ۴ لبه‌ای، ۶ گروه تست شیار تراشی با شرایط برشی نشان داده شده در جدول ۵ انجام گرفت.

جدول ۵- شرایط برشی تست‌های شیار تراشی

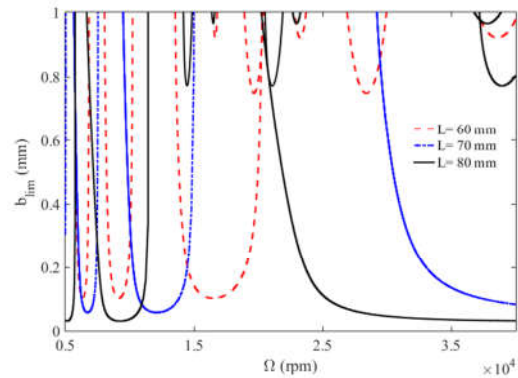
شماره تست	سرعت اسپیندل (rpm)	عمق محوری (mm)
۱	۷۰۰	۳
۲	۵۰۰	۳
۳	۷۰۰	۲
۴	۵۰۰	۲
۵	۱۰۰۰	۱
۶	۷۰۰	۱

ماشینکاری بررسی شد. به این منظور با انجام تست‌های تجربی، ابتدا پارامترهای مودال قطعه‌کار و ابزار استخراج شد و با در نظر گرفتن تابع تبدیل چند درجه آزادی برای سیستم، ناحیه پایدار ماشینکاری بدست آمد. تاثیر پارامترهای ابعادی ابزار و قطعه‌کار روی ناحیه پایداری بررسی شد و برای طول‌های مختلف ابزار و قطعه‌کار، نمودارهای پایداری ارائه گردید. نتایج بررسی نشان داد افزایش ارتفاع قطعه‌کار، احتمال ناپایداری فرآیند فرزکاری را افزایش می‌دهد و سبب حرکت لوب‌های پایداری به سمت چپ می‌شود. همچنین با افزایش طول آزاد ابزار از ۸۰ میلی‌متر به ۱۰۰ میلی‌متر، پایداری سیستم کاهش می‌یابد؛ طوریکه حداقل عمق محوری بحرانی از ۰/۰۸۸ میلی‌متر به ۰/۰۷۴ میلی‌متر کاهش پیدا می‌کند.

۵- مراجع

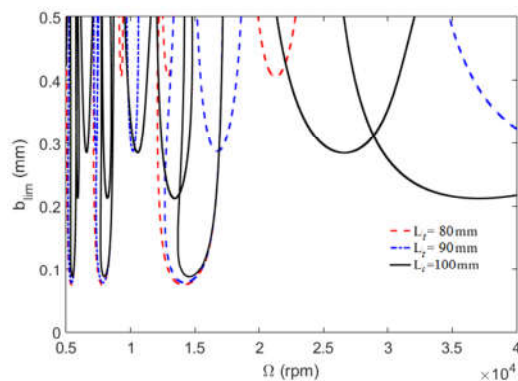
- [1] Sunilsing R., Deshmukh D., Experimental analysis of regenerative chatter in BFW vertical milling machine, *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*, Vol. 3, pp. 13731-13739, 2014.
- [2] Inesperger T., Mann B.P., Stépán G., Bayly P.V., Stability of up-milling and down-milling, part 1: alternative analytical methods, *International journal of Machine tools and manufacture*, Vol. 43, pp. 25-34, 2003.
- [3] Otto A., Rauh S., Kolouch M., Radons G., Extension of Tlustý's law for the identification of chatter stability lobes in multi-dimensional cutting processes, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 82, pp. 50-58, 2014.
- [4] Tobias S.A., Fishwick W., *A theory of Regenerative chatter*, The Engineer London, 205, 1958.
- [5] Gonzalo O., Peigne G., Gonza'lez D., High speed machining simulation of thin-walled components, in: *Proceedings of 5th International Conference on High Speed Machining, University of Metz Metz, France, 2006*.
- [6] Song Q.H., Wan Y., Yu S.Q., Ai X., Pang J.Y., Stability Prediction during Thin-Walled Workpiece High-Speed Milling, *Advanced Materials Research (Ultra-Precision Machining Technologies, CJCUPM2008)*, Vol. 69-70, pp. 428-432, 2009.
- [7] Bravo U., Altuzarra O., López de Lacalle L.N., Sánchez J.A., Campa F.J., Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 45, pp. 1669-1680, 2005.
- [8] Zhang X., Xiong C., Ding Y., A New Solution for Stability Prediction in Flexible Part Milling, in: *S. Jeschke, H. Liu, D. Schilberg (Eds.) Intelligent Robotics and Applications, Springer Berlin Heidelberg*, pp. 452-464, 2011.
- [9] Powalka B., Jemielniak K., Stability analysis in milling of flexible parts based on operational modal analysis, *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, Vol. 9, pp. 125-135, 2015.
- [10] Wan M., Dang X.-B., Zhang W.-H., Yang Y., Optimization and improvement of stable processing condition by attaching additional masses for milling of thin-walled workpiece, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 103, pp. 196-215, 2018.
- [11] Wan M., Gao T.-Q., Feng J., Zhang W.-H., On improving chatter stability of thin-wall milling by prestressing, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 264, pp. 32-44, 2019.
- [12] Alan, S., Budak, E. and Özgüven, H.N., Analytical prediction of part dynamics for machining stability

بخش‌های قبل در نظر گرفته شده است. همانطور که در شکل دیده می‌شود؛ با افزایش ارتفاع قطعه‌کار، لوب‌های پایداری به سمت پایین حرکت کرده و سبب کاهش ناحیه پایدار سیستم می‌شوند. دلیل افزایش ناپایداری این است که با افزایش ارتفاع قطعه‌کار، سفتی معادل سیستم کاهش یافته و در نتیجه احتمال ناپایداری سیستم بیشتر می‌شود؛ همچنین با افزایش ارتفاع قطعه‌کار، لوب‌های پایداری به سمت چپ جابجا می‌شوند که دلیل آن، کاهش فرکانس‌های طبیعی قطعه‌کار است.



شکل ۸- دیاگرام پایداری قطعه‌کار- ابزار بر اساس سه ارتفاع مختلف قطعه‌کار

در شکل ۱۲ دیاگرام پایداری فرآیند فرزکاری برای سه طول مختلف ابزار $L_t = 100$ mm و $L_t = 90$ mm، $L_t = 80$ mm رسم شده است. سایر پارامترهای ابزار مطابق پارامترهای ابزار ارائه شده در بخش ۲-۲ در نظر گرفته شده است. همچنین عمق برشی شعاعی ۴ میلیمتر و پارامترهای قطعه‌کار مطابق بخش ۲-۱ در نظر گرفته شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود با افزایش طول ابزار ناحیه پایداری کاهش می‌یابد.



شکل ۱۲- دیاگرام پایداری قطعه‌کار- ابزار بر اساس سه طول مختلف ابزار

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله پایداری لرزشی فرزکاری دیواره‌های جدار نازک، با بکارگیری تابع تبدیل نسبی برای مدلسازی دینامیک سیستم

- analysis. *International Journal of Automation Technology*, Vol. 4(3), pp. 259-267, 2010.
- [13] Leissa A.W., *Vibration of plates*, in, OHIO STATE UNIV COLUMBUS, 1969.
- [14] Adetoro O., Wen P., Sim W., Vepa R., Numerical and experimental investigation for stability lobes prediction in thin wall machining, *Engineering Letters*, 2009.
- [15] Clough R.W., Penzien J., *Dynamics of structures*, Copyright of Applied Mechanics & Materials, 1993.
- [16] Budak E., Altintas Y., Analytical prediction of chatter stability in milling—part I: general formulation, *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, Vol. 120, pp. 22-30, 1998.
- [17] Altintas Y., *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*, Cambridge university press, 2012.
- [18] Schmitz T.L., Smith K.S., *Machining dynamics*, Springer, 2008.