طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال پیوسته تطبیقی برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی در حضور اعوجاج

آزاده بارو[۱]، دانشجوی کارشناسی ارشد؛ زهرا رحمانی چراتی[۲]، دانشیار؛ سارا میناگر[۳]، استادیار

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل- بابل- ایران- azadebarou@gmail.com
۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل- بابل- ایران- zrahmani@nit.ac.ir
۳- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر- دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل- بابل- ایران- minagar@nit.ac.ir

چکیده: در این مقاله، برای یک دسته از سیستم‌های مرتبه دوم متغیر با زمان دارای پارامتر نامعلوم و اعوجاج، یک کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال پیوسته تطبیقی پیشنهاد می‌گردد. در روش پیشنهادی، کنترل‌کننده از ترکیب کنترل مد لغزشی ترمینال پیوسته و کنترل تطبیقی تشکیل می گردد. اثبات همگرایی روش پیشنهادی مبتنی بر یک تابع لیاپانوف پیوسته مشتق‌پذیر، همگن و اکید است و پارامتر نامعلوم سیستم به‌کمک یک قانون تطبیق تخمین زده می‌شود. همگرایی روش پیشنهادی به خطای صفر تنها با داشتن اطلاعات خروجی و مشتق اول آن به‌دست می‌آید، به‌علاوه در این روش اعوجاج جبران می‌گردد و سیگنال کنترل پیوسته‌ای ایجاد می‌شود که باعث کاهش چترینگ می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی‌ها عملکرد مناسب روش را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: پایداری لیاپانوف، کنترل تطبیقی، کنترل مد لغزشی ترمینال پیوسته، پارامتر نامعلوم.

Designing an Adaptive Continuous Terminal Sliding Mode Controller for a Class of Nonlinear Systems in Presence of Perturbation

A. Barou[1], Master science Student; Z. Rahmani[2], Associate Professor; S. Minagar[3], Assistant Professor

1- Department of Electrical and computer Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran, Email: azadebarou@gmail.com
2- Department of Electrical and computer Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran, Email: zrahmani@nit.ac.ir
3- Department of Electrical and computer Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran, Email: minagar@nit.ac.ir

Abstract: : In this paper, an adaptive continuous terminal sliding mode controller is proposed for a class of second-order time varying perturbed systems with unknown parameters. In the proposed method, the controller is a combination of continuous terminal sliding mode control and adaptive control. The convergence of the proposed method is based on a continuously-differentiable, homogeneous and strict Lyapunov function, and the unknown parameter of the system is estimated by an adaptive law. Zero-error convergence of the proposed method is attained with information about the output and its derivative; furthermore, in this method, perturbation is compensated and a continuous control signal is generated which reduces the chattering. The simulation results show proper performance of the proposed method.

Keywords: Lyapunov stability, adaptive control, continuous terminal sliding mode controller, unknown parameter.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۶/۱۲/۰۵
تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۷/۰۳/۲۲
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۶/۲۳
نام نویسنده مسئول: زهرا رحمانی چراتی
نشانی نویسنده مسئول: ایران - بابل - خیابان شریعتی - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر.

۱- مقدمه

پایدارسازی و دنبال‌یابی سیستم‌های دارای نامعینی کاربردهای وسیعی در سیستم‌های الکترونیک، مکانیک و رباتیک دارد[۱-۳]. به‌عنوان مثال سیستم‌های دینامیک متعددی نظیر روبات انعطاف‌پذیر، نوسانگرها، سیستم‌های آشوبناک و ماشین‌های سنکرون به‌کمک ساختار غیرخطی دارای نامعینی مدل می‌شوند. با توجه به اینکه ساختار اکثر سیستم‌های فیزیکی و دینامیکی غیرخطی است و این ساختارها می‌توانند بسیاری از پدیده‌های مهم را مدل کنند و رفتارهای مختلفی نظیر نقاط تعادل متفاوت را برای سیستم‌های متغیر با زمان نمایش بدهند، در سال‌های اخیر گسترش مسائل غیرخطی توجه بسیاری را به خود معطوف کرده است[۴-۶].

روش کنترل مد لغزشی (SMC)[۱] به‌عنوان یک روش کنترلی مقاوم و مؤثر برای افزایش پایداری و بهبود عملکرد سیستم‌های غیرخطی در حضور نامعینی‌ها شناخته می‌شود [۷-۱۱]. مشخصه اصلی روش SMC پاسخ سریع، مقاومت بالا در برابر نامعینی‌ها، عدم حساسیت در برابر اغتشاش، پاسخ گذرای مطلوب و سادگی محاسبه در مقایسه با دیگر روش‌های کنترلی است [۱۲-۱۴]. هدف از این کنترل‌کننده جبران نامعینی، با صفر نگه داشتن متغیرهای انتخابی در سطح لغزش است، اما عیب آن نوسان‌هایی است که به‌دلیل فرکانس سوئیچینگ بالا ایجاد می‌کند که منجربه چترینگ بزرگ می‌شود [۱۵].

در دو دهه اخیر، روش‌هایی به‌کارگرفته شده است تا تأثیر چترینگ را کاهش دهند؛ یکی از معروف‌ترین آن‌ها روش مد لغزشی مرتبه بالا (HOSM)[۲] است [۱۶]. یکی از کنترل‌کننده های مهم HOSM، الگوریتم فوق پیچشی (STA)[۳] است. این کنترل‌کننده دارای دو قسمت می‌باشد، قسمت اول به‌صورت پیوسته است و قسمت دوم دارای ناپیوستگی است که با حفظ شرایط لازم برای انتخاب پارامترها، همگرایی سیستم تضمین می‌گردد[۱۷].

کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال یکی دیگر از روش‌های HOSM می باشد. در این کنترل‌کننده سطح لغزش به‌صورت چندجمله‌ای دارای توان کسری معرفی می‌گردد و برحسب شرایط تعریف‌شده و نوع توان کسری به سه دسته عمده کنترل مد لغزشی ترمینال تکین، غیرتکین و سریع دسته‌بندی می‌شوند. در این کنترل‌کننده برخلاف STA، حالات پس از رسیدن به سطح لغزش بر روی آن می‌مانند تا به مبدأ همگرا گردند. مزیت عمده این کنترل‌کننده در این است که حتی برای سیستم‌های با درجه نسبی دو همگرایی زمان محدود خروجی و مشتق آن به مبدأ را نتیجه می‌دهد[۱۸-۲۰]. یکی دیگر از روش‌های SMC، کنترل‌کننده مد لغزشی با درجه دلخواه[۴] است که در سیستم‌هایی با درجه نسبی دو منجر به کاهش چترینگ می‌شود [۱۶، ۲۱، ۲۲]. این کنترل‌کننده همگرایی زمان محدود خروجی و مشتق آن را به مبدأ تأمین می‌کند، اما عیب آن این است که برای تنظیم چترینگ و تولید سیگنال کنترل پیوسته، درجه سیستم با یافتن مشتق دوم خروجی به سه افزایش داده می‌شود و حالت لغزشی تودرتو[۵] و گوسی پیوسته مرتبه سوم بر روی قانون کنترل جدید یعنی مشتق خروجی اعمال می‌شود و به‌علاوه نیاز به داشتن مشتق دوم خروجی دارد.

اخیراً نسل جدیدی از کنترل‌کننده‌های مد لغزشی پیوسته برای سیستم‌های مرتبه دو پیشنهاد شده است [۱۵، ۲۳، ۲۴]. در پژوهش [۲۵]، روش STA پیوسته همگن برای سیستم‌هایی با مرتبه بالاتر از یک طراحی شده است که باعث همگرایی زمان محدود حالات می‌شود. در پژوهش [۲۴] روش HOSM پیوسته مبتنی بر کنترل تطبیقی ارائه شده است که با استفاده از قانون کنترل فیدبک حالت و کنترل مد لغزشی مرتبه بالای پیوسته، برای سیستمی دارای اغتشاش، که تنها کران بالای مشتق آن وجود دارد، اما نامعلوم است، همگرایی زمان محدود حالات سیستم را فراهم می‌کند. در پژوهش [۱۵] روش کنترل مد لغزشی ترمینال پیوسته (CTSM)[۶] برای سیستم‌های مرتبه دو دارای اعوجاج معرفی شده است و چترینگ در این روش کاهش قابل‌ملاحظه‌ای داشته است.

مسئله موردنظر در این پژوهش، کنترل سیستم مرتبه دومی است که علاوه بر اعوجاج و نامعینی دارای پارامتر نامعلوم است. با الهام از پژوهش [۱۵] کنترل‌کننده‌ای برای سیستم طراحی می‌شود که ترکیبی از روش CTSM با کنترل تطبیقی است. در همین راستا، ابتدا همگرایی روش پیشنهادی اثبات می‌گردد. برای اثبات همگرایی روش پیشنهادی، از یک تابع لیاپانوف همگن، پیوسته مشتق‌پذیر و اکید استفاده می‌گردد. سپس با به‌دست‌آوردن قانون تطبیقی مناسب، پارامتر نامعلوم سیستم تخمین زده می‌شود. در روش پیشنهادی، همگرایی به خطای صفر را با داشتن اطلاعات خروجی و مشتق اول آن نشان داده می‌شود. نتایج شبیه‌سازی بیانگر کارایی روش پیشنهادی است.

نوآوری این پژوهش عبارت است از ارائه روش مدلغزشی ترمینال پیوسته تطبیقی برای دسته‌ای از سیستم‌های مرتبه دوم دارای اعوجاج و پارامتر نامعلوم، با ارائه یک تابع لیاپانوف جدید. روش پیشنهادی دارای مزایای زیر است:

۱- سیگنال کنترل به‌صورت پیوسته است و درنتیجه چترینگ سیستم به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد.

۲- اعوجاج موجود در سیستم توسط روش پیشنهادی جبران می‌گردد.

۳- برای اثبات همگرایی تنها به خروجی و مشتق مرتبه اول آن نیاز است.

روش به‌کاررفته شده در این مقاله با الهام از [۱۵] است، البته تابع لیاپانوف با مرجع [۱۵] متفاوت اختیار می‌گردد. به‌علاوه در [۱۵] پارامتر سیستم معلوم فرض شده است و در مقاله حاضر این پارامتر هم نامعلوم فرض شده است و قانون تطبیق به‌گونه‌ای انتخاب می‌گردد که تابع لیاپانوف انتخابی همگن باشد.

در ادامه ساختار پژوهش به این شرح است. در بخش دوم ابتدا به توصیف سیستم و بیان مسئله پرداخته می‌شود، سپس در بخش سوم کنترل‌کننده پیشنهادی معرفی می‌گردد. برای این کار ابتدا بر اساس، ساختار کنترل‌کننده CTSM، برای سیستم موردنظر کنترل‌کننده

به صورت پارامتری معرفی می شود و سپس در روند اثبات با استفاده از قضایای مربوط به پایداری، شروط لازم برای انتخاب پارامترها به‌دست می‌آیند. همچنین پارامتر نامعلوم موجود در سیستم نیز توسط قانون تطبیقی به‌دست آمده، تخمین زده می شود. در بخش چهارم نیز نتایج شبیه سازی سیستم در نرم‌افزار متلب و نمودارهای حالات سیستم و تخمین پارامتر ارائه می‌شوند و پایداری سیستم و عملکرد آن مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. بخش پایانی نیز شامل نتیجه‌گیری مقاله است.

۲- تعاریف و بیان مسئله

۲-۱- تعاریف ریاضی

تعریف ۱ [۱۵]: $\lceil z \rfloor^p = |z|^p sgn(z)$ که در آن $z \in \mathbb{R}$ و $p \in \mathbb{R}$ است و اگر $p=0$ در نظرگرفته شود، $\lceil z \rfloor^0 = sgn(z)$ خواهد بود. به‌علاوه $\lceil z \rfloor^p \lceil z \rfloor^q = |z|^{p+q}$

تعریف ۲[۲۵]: رابطه همگن‌بودن برای یک تابع اسکالر به‌صورت $f(kx) = k^\delta f(x)$ $(k>0$ و $\delta \in \mathbb{R})$ تعریف می‌گردد.

تعریف ۳[۲۵]: تابع $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ (یا یک تابع چندمتغیره $F:\mathbb{R}^n \rightrightarrows \mathbb{R}$ ، $F(x) \subset \mathbb{R}$) همگن از درجه δ با تأخیر $d_k:(x_1,x_2,\ldots,x_n) \mapsto (k^{r1}x_1, k^{r2}x_2,\ldots,k^{rn}x_n)$ است، به‌طوری که $r_1,\ldots,r_n$ به‌عنوان وزن‌ها، مقادیر مثبتی هستند، اگر برای هر $k>0$ رابطه $f(d_k x) = k^\delta f(x)$ برقرار باشد (همچنین $F(d_k x) = k^\delta F(x)$).

تعریف ۴[۲۵]: یک تابع برداری $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ (یا یک مجموعه توابع برداری $F:\mathbb{R}^n \rightrightarrows \mathbb{R}^n$ و $F(x) \subset \mathbb{R}^n$) همگن از درجه δ است، اگر برای $k>0$، $f(d_k x) = k^\delta f(x)$ برقرار باشد (به همین ترتیب $F(d_k x) = k^\delta F(x)$). اگر یک تابع برداری همگن از درجه $\delta \neq 0$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت همواره آن را با یک تغییر ضریب تناسبی مناسب وزن‌های $r_1,\ldots,r_n$، به -1 یا $+1$ تبدیل کرد.

تعریف ۵(نامساوی یانگ) [۲۶]: برای هر مقدار $p>1$ و $q<1$ به‌طوری‌که $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$ برقرار باشد، آن‌گاه برای هر عدد حقیقی مثبت $a,b,c \in \Re$ نامساوی $ab \le c^p \frac{a^p}{p} + c^{-q}\frac{b^q}{q}$ برقرار است.

۲-۲- توصیف سیستم

سیستم مورد مطالعه در این پژوهش از مرتبه دوم و دارای اعوجاج است که به‌صورت زیر توصیف شده است:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a x_2 \\ \dot{x}_2 = u + \mu(t) \end{cases} \qquad (۱)$$

در این رابطه $x_1, x_2 \in \Re$ حالت‌های سیستم هستند، $u \in \Re$ ورودی کنترل است، $\mu(t)$ بیانگر اعوجاج است که یک تابع پیوسته در زمان لیپ‌شیتز است و شرط $|\dot{\mu}(t)| \le \Delta, \Delta \in R$ همواره برای آن برقرار است. a پارامتر نامعلوم سیستم است.

۲-۳- بیان مسئله

مسئله مدنظر در این مقاله، طراحی قانون کنترل پیوسته زمان است به‌طوری‌که خروجی $\sigma = x_1$ و مشتق آن یعنی $\dot{\sigma}$ با وجود اعوجاج، در زمان محدود همگرا شود و در صفر بماند، یعنی $\sigma = \dot{\sigma} \equiv 0$. به‌علاوه کنترل‌کننده اعوجاج را جبران کند، یعنی $u(t) \equiv -\mu(t)$.

۳- طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی

برای سیستم (۲)، قانون کنترل پیوسته به‌صورت رابطه (۲) و (۳) پیشنهاد می‌گردد[۱۵].

$$\begin{aligned} u &= -k_1 L^{\frac{2}{3}} \lceil \varphi_L(x_1,x_2) \rfloor^{\frac{1}{3}} + z \\ \dot{z} &= -k_2 L \lceil \varphi_L(x_1,x_2) \rfloor^0 \end{aligned} \qquad (۲)$$

که

$$\varphi_L(x_1,x_2) = x_1 + \frac{\alpha}{L^{\frac{1}{2}}} \lceil x_2 \rfloor^{\frac{3}{2}} \qquad (۳)$$

در رابطه (۳)، $\varphi_L(x_1,x_2)$ یک تابع پیوسته مشتق‌پذیر از حالات است. پارامترهای $k_i (i=1,2)$، L و α بهره‌های مثبتی‌اند که در طراحی مشخص می‌گردند. توجه شود، برای L=۱، $\varphi_1(x_1,x_2)$ به‌صورت $\varphi(x_1,x_2)$ نوشته می‌شود.

حال یک پارامتر جدید به‌صورت $x_3 \triangleq z + \mu$ تعریف می‌شود. بنابراین معادله سیستم حلقه بسته با استفاده از (۱)، (۲) و (۳) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a x_2 \\ \dot{x}_2 &= -k_1 L^{\frac{2}{3}} \lceil \varphi_L(x_1,x_2) \rfloor^{\frac{1}{3}} + x_3 \\ \dot{x}_3 &= -k_2 L \lceil \varphi_L(x_1,x_2) \rfloor^0 + \dot{\mu}(t) \end{aligned} \qquad (۴)$$

با تغییر متغیر $x_i \to \frac{1}{L} x_i (i=1,\ldots 3)$ در معادله (۴) معادله زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a x_2 \\ \dot{x}_2 &= -k_1 \lceil \varphi_L(x_1,x_2) \rfloor^{\frac{1}{3}} + x_3 \\ \dot{x}_3 &= -k_2 L \lceil \varphi_L(x_1,x_2) \rfloor^0 + \frac{\dot{\mu}(t)}{L} \end{aligned} \qquad (۵)$$

با توجه به اینکه پایداری برای هر دو سیستم (۴) و (۵) معادل است، اثبات تنها برای سیستم (۵) درنظر گرفته می‌شود.

به‌منظور بررسی پایداری سیستم موردنظر باید تابع لیاپانوف مناسبی پیشنهاد شود،که دارای شرایط زیر باشد:

الف- تابع لیاپانوف مثبت معین باشد.

ب- دو تابع $\mu_{1,2}(\|x\|)$ ازکلاس $\mathcal{K}_\infty$ وجود داشته باشند، به‌طوری‌که $\mu_1(\|x\|) \le V(x) \le \mu_2(\|x\|)$ برقرار باشد.

ج- مشتق تابع لیاپانوف منفی معین باشد.

تابع لیاپانوف برای سیستم (۵) به‌صورت رابطه (۶) انتخاب می گردد.

$$V=\beta|x_1|^{\frac{5}{3}}+x_1x_2+\frac{2\alpha}{5}|x_2|^{\frac{5}{2}}-\frac{1}{k_1^3}x_2x_3^3+(\gamma+\frac{1}{\bar{\gamma}}\sqrt{|\tilde{a}|})|x_3|^5 \quad (۶)$$

که $\beta,\gamma,\bar{\gamma}\in\Re$ پارامترهای اسکالر هستند.

در رابطه (۶) تابع لیاپانوف همگن از درجه ۵ ($\delta_V=5$)، پیوسته مشتق‌پذیر است. $\tilde{a}$ خطای تخمین پارامتر نامعلوم a است و $\hat{a}$ تخمین پارامتر a که به‌صورت $\tilde{a}=a-\hat{a}$ تعریف می‌شود.

حال نشان می‌دهیم که تابع لیاپانوف از پایین کران‌دار است. بنابراین یک کران پایین برای تابع لیاپانوف (۶)، می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$V\geq\beta|x_1|^{\frac{5}{3}}-|x_1||x_2|+\frac{2\alpha}{5}|x_2|^{\frac{5}{2}}-\frac{|x_2||x_3|^3}{k_1^3}+\gamma|x_3|^5 \quad (۷)$$

از نامساوی یانگ که در تعریف ۵ آمده است، برای $c_1,c_2>0$، خواهیم داشت:

$$|x_1||x_2|\leq\frac{3}{5}c_1^{\frac{5}{3}}|x_1|^{\frac{5}{3}}+\frac{2}{5}c_1^{\frac{-5}{2}}|x_2|^{\frac{5}{2}} \quad (۸)$$

$$|x_2||x_3|^3\leq\frac{2}{5}c_2^{\frac{-5}{2}}|x_1|^{\frac{5}{3}}+\frac{3}{5}c_2^{\frac{5}{3}}|x_2|^{\frac{5}{2}} \quad (۹)$$

با جایگزینی (۸) و (۹) در (۷)، رابطه زیر نتیجه می‌شود:

$$V\geq\left(\beta-\frac{3}{5}c_1^{\frac{5}{3}}\right)|x_1|^{\frac{5}{3}}+\frac{2}{5}\left(\alpha-c_1^{\frac{-5}{2}}-c_2^{\frac{-5}{2}}\frac{1}{k_1^3}\right)|x_2|^{\frac{5}{2}}+\left(\gamma-\frac{3}{5}\frac{1}{k_1^3}c_2^{\frac{5}{3}}+\frac{1}{\bar{\gamma}}\sqrt{|\tilde{a}|}\right)|x_3|^5 \quad (۱۰)$$

شروط کرانداربودن و مثبت معین‌بودن V به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$\beta-\frac{3}{5}c_1^{\frac{5}{3}}>0,\quad \alpha-c_1^{\frac{-5}{2}}-c_2^{\frac{-5}{2}}\frac{1}{k_1^3}>0 \quad (۱۱)$$

$$\gamma-\frac{3}{5}\frac{1}{k_1^3}c_2^{\frac{5}{3}}+\frac{1}{\bar{\gamma}}\sqrt{|\tilde{a}|}>0 \quad (۱۲)$$

با فرض آن‌که تمامی ضرایب در (۱۰) مثبت باشد، تابع لیاپانوف از پایین کراندار خواهد شد.

برای اثبات از بالا کراندار بودن V نیز همین روند انجام می‌شود که از آوردن آن صرف‌نظر می‌گردد.

بنابراین تابع لیاپانوف از بالا و پایین کراندار است:

$$\mu_1(\|x\|)\leq V(x)\leq\mu_2(\|x\|)\quad \mu_{1,2}\in\kappa_\infty \quad (۱۳)$$

حال باید منفی معین بودن $\dot{V}$ را نشان دهیم. با استفاده از رابطه (۶)، $\dot{V}$ به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{V}=\beta\frac{|x_1|^{\frac{5}{3}}}{x_1}\dot{x}_1+x_1\dot{x}_2+\dot{x}_1x_2+\frac{2\alpha}{5}\frac{|x_2|^{\frac{5}{2}}}{x_2}\dot{x}_2-\frac{1}{k_1^3}\dot{x}_2x_3^3-\frac{3}{k_1^3}x_2x_3^2\dot{x}_3+(\gamma+\frac{1}{\dot{\gamma}}\sqrt{|\tilde{a}|}).\frac{|x_3|^5}{x_3}\dot{x}_3 \quad (۱۴)$$

با جایگذاری روابط (۵) در رابطه (۱۴) و با استفاده از تعریف ۱ خواهیم داشت:

$$\dot{V}=-k_1\left(\varphi-\frac{\lceil x_3\rfloor^3}{k_1^3}\right)\left(\lceil\varphi\rfloor^{\frac{1}{3}}-\frac{x_3}{k_1}\right)+\left(\frac{5\beta}{3}\lceil x_1\rfloor^{\frac{2}{3}}+x_2\right)ax_2-k_2|x_3|^2\left(5\gamma\lceil x_3\rfloor^2-3\frac{1}{k_1^3}x_2\right)\left(\lceil\varphi\rfloor^0+\frac{\dot{\mu}}{Lk_2}\right)+\frac{1}{\bar{\gamma}}\frac{1}{2}|\tilde{a}|^{\frac{-1}{2}}\frac{\dot{\hat{a}}\tilde{a}}{|\tilde{a}|}|x_3|^5+\frac{5}{\bar{\gamma}}|x_3|^4\frac{x_3\dot{x}_3}{|x_3|}\sqrt{|\tilde{a}|} \quad (۱۵)$$

قانون تطبیق به‌صورتی انتخاب می‌گردد که تابع لیاپونف همگن باقی بماند و بنابراین قانون تطبیق به‌شکل زیر انتخاب می‌گردد:

$$\dot{\hat{a}}=-10\frac{|x_3|^2}{x_3}\dot{x}_3\frac{|\tilde{a}|^2}{\tilde{a}} \quad (۱۶)$$

در ادامه، منفی معین‌بودن $\dot{V}$ را نشان داده می‌شود. بدین‌منظور لازم است، نشان داده شود که $\dot{V}$ یک تابع پیوسته و همگن و از بالا کراندار می‌باشد.

حال با جایگذاری رابطه $x_1=\varphi-\alpha\lceil x_2\rfloor^{\frac{3}{2}}$، که از رابطه (۳) به‌دست آمده است در (۱۵) و فرض $L=1$ خواهیم داشت:

$$\dot{V}=-k_1\left(\varphi-\lceil\xi_3\rfloor^3\right)\left(\lceil\varphi\rfloor^{\frac{1}{3}}-\xi_3\right)+\left(\frac{5\beta}{3}\lceil\varphi-\alpha\lceil x_2\rfloor^{\frac{3}{2}}\rfloor^{\frac{2}{3}}+x_2\right)-3\kappa|\xi_3|^2\left(\frac{5}{3}\bar{\gamma}\lceil\xi_3\rfloor^2-x_2\right)\left(\lceil\varphi\rfloor^0+\frac{\dot{\mu}}{\lambda}\right) \quad (۱۷)$$

برای راحتی متغیرهایی جدیدی به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\xi_3\triangleq\frac{x_3}{k_1},\ \kappa\triangleq\frac{k_2}{k_1},\ \gamma'\triangleq\gamma k_1^5,\ \lambda\triangleq Lk_2 \quad (۱۸)$$

که $\xi_3,\ \kappa,\ \gamma',\ \lambda\in\Re$ پارامترهای جدید سیستم هستند.

تساوی‌های زیر برای (۱۷) برقرار است:

$$\frac{5}{3}\beta\lceil\varphi-\alpha\lceil x_2\rfloor^{\frac{3}{2}}\rfloor^{\frac{2}{3}}+x_2=\frac{5}{3}\beta\left(\lceil\varphi-\alpha\lceil x_2\rfloor^{\frac{3}{2}}\rfloor^{\frac{2}{3}}+\alpha^{\frac{2}{3}}x_2\right)-\left(\frac{5\beta}{3}\alpha^{\frac{2}{3}}-1\right)x_2 \quad (۱۹)$$

$$\frac{5}{3}\bar{\gamma}\lceil\xi_3\rfloor^2-x_2=\frac{5}{3}\gamma'\left(\lceil\xi_3\rfloor^2-\lceil\varphi\rfloor^{\frac{2}{3}}\right)-x_2+\frac{5}{3}\bar{\gamma}\lceil\varphi\rfloor^{\frac{2}{3}} \quad (۲۰)$$

ازآنجاکه تابع $\lceil\varphi-\alpha\lceil x_2\rfloor^{\frac{3}{2}}\rfloor^{\frac{2}{3}}$ برای همه (φ,x_2)، به‌طورکلی پیو سته است، درنتیجه:

$$\left|\lceil\varphi-\alpha\lceil x_2\rfloor^{\frac{3}{2}}\rfloor^{\frac{2}{3}}+\alpha^{\frac{2}{3}}x_2\right|\le 2^{\frac{1}{3}}|\varphi|^{\frac{2}{3}} \qquad (۲۱)$$

برای تحلیل راحت‌تر در رابطه (۱۷) یک تابع پیوسته و همگن به‌نام Y در (۱۷) را به‌صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} Y=&\frac{5}{3}2^{\frac{1}{3}}\beta|\varphi|^{\frac{2}{3}}|x_2||a|-\left(\frac{5\beta}{3}\alpha^{\frac{2}{3}}-1\right)a|x_2|^2\\ &+5\bar{\gamma}\frac{\Delta}{\lambda}\kappa|\xi_3|^4+3\kappa|\xi_3|^2\left|\frac{5}{3}\gamma'\left(\lceil\xi_3\rfloor^2-\lceil\varphi\rfloor^{\frac{2}{3}}\right)-x_2\right|\\ &+3\kappa\frac{\Delta}{\lambda}|\xi_3|^2|x_2|-5\gamma'\kappa|\varphi|^{\frac{2}{3}}|\xi_3|^2+3\kappa\frac{\Delta}{\lambda}|\xi_3|^2|x_2|\\ &-5\gamma'\kappa|\varphi|^{\frac{2}{3}}|\xi_3|^2 \end{aligned} \qquad (۲۲)$$

بنابراین

$$\dot{V}\le -k_1\left(\varphi-\lceil\xi_3\rfloor^3\right)\left(\lceil\varphi\rfloor^{\frac{1}{3}}-\xi_3\right)+Y(\varphi,x_2,\xi_3) \qquad (۲۳)$$

در ادامه دو حالت برای φ در نظر گرفته می‌شود و منفی معین بودن $\dot{V}$ را برای هر حالت به‌طور جداگانه به‌دست می‌آید.

الف- اگر $\varphi=\lceil\xi_3\rfloor^3$ باشد: آنگاه ترم اول در (۲۳) حذف می‌گردد و $\dot{V}\le Y\left(\varphi,x_2,\lceil\varphi\rfloor^{\frac{1}{3}}\right)$ به‌دست می‌آید. برای اینکه $\dot{V}$ منفی معین باشد، کافی است منفی معین‌بودن Y نشان داده شود.

برای تحلیل منفی‌بودن، Y را می‌توان به‌شکل زیر تعریف نمود:

$$Y=-\left[|\varphi|^{\frac{2}{3}},|x_2|\right]P\begin{bmatrix}|\varphi|^{\frac{2}{3}}\\|x_2|\end{bmatrix} \qquad (۲۴)$$

که ماتریس P در رابطه بالا به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P=\begin{bmatrix}5\gamma'\kappa\left(1-\frac{\Delta}{\lambda}\right) & \star\\ -\frac{1}{2}\left(\frac{5}{3}2^{\frac{1}{3}}\beta|a|+3\kappa\left(1+\frac{\Delta}{\lambda}\right)\right), & \left(\frac{5\beta}{3}\alpha^{\frac{2}{3}}-1\right)a\end{bmatrix} \qquad (۲۵)$$

درصورتی‌که شرایط زیر برای پارامترهای طراحی برقرار باشد، منفی معین‌بودن Y و درنتیجه منفی‌بودن $\dot{V}$ نتیجه خواهد شد:

$$\lambda>\Delta \qquad (۲۶)$$

$$\beta>\frac{3}{5\alpha^{\frac{2}{3}}} \qquad (۲۷)$$

$$\bar{\gamma}>\frac{\left(\frac{5}{3}2^{\frac{1}{3}}\beta|a|+3\kappa\left(1+\frac{\Delta}{\lambda}\right)\right)^2}{20\kappa\left(1-\frac{\Delta}{\lambda}\right)\left(\frac{5\beta}{3}\alpha^{\frac{2}{3}}-1\right)a} \qquad (۲۸)$$

ب- اگر $\varphi\ne\lceil\xi_3\rfloor^3$ باشد:

نشان داده می‌شود که با انتخاب k_1 بزرگ $\dot{V}$، منفی معین می‌باشد.

ابتدا برای نشان‌دادن این مسئله رابطه زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{V}\le-\left(k_1-\psi(\varphi,x_2,\xi_3)\right)\left(\varphi-\lceil\xi_3\rfloor^3\right)\left(\lceil\varphi\rfloor^{\frac{1}{3}}-\xi_3\right) \qquad (۲۹)$$

که تابع $\psi(\varphi,x_2,\xi_3)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\psi(\varphi,x_2,\xi_3)\triangleq\frac{Y(\varphi,x_2,\xi_3)}{\left(\varphi-\lceil\xi_3\rfloor^3\right)\left(\lceil\varphi\rfloor^{\frac{1}{3}}-\xi_3\right)} \qquad (۳۰)$$

$\psi(\varphi,x_2,\xi_3)$ یک تابع همگن از درجه $\delta_\psi=0$ می‌باشد. به این معنی که $\forall\kappa>0$

$$\psi(\varphi,x_2,\xi_3)=\psi\left(k^3\varphi,k^2x_2,k\xi_3\right) \qquad (۳۱)$$

صورت کسر تابع $\psi(\varphi,x_2,\xi_3)$ پیوسته است و مخرج در همه‌جا، غیر از $\mu\cap\varsigma$ که $\varsigma=\left\{(\varphi,x_2,\xi_3)\in\mathbb{R}^3\,|\,|\varphi|^{\frac{2}{3}}+|x_2|+|\xi_3|^2=1\right\}$، پیوسته و مثبت است. ازآنجاکه تحت شرایط (۲۶) تا (۲۸) Y منفی است، می‌توان نتیجه گرفت که ψ از بالا پیوسته است.

قضیه ۱ [۲۵]: اگر $f:D\to R^*$ یک تابع از پایین پیوسته با دامنه D، زیرمجموعه‌ای از یک فضای توپولوژیک باشد، آنگاه f از بالا کراندار است.

با استفاده از قضیه بالا نتیجه می‌شود ψ روی ς از بالا کراندار است. درنتیجه ψ در $\mathbb{R}^3$ از بالا کراندار است و برای مقادیر به اندازه کافی بزرگ k_1 با شرط

$$k_1>max_{\varsigma}\left\{\psi(\varphi,x_2,\xi_3)\right\} \qquad (۳۲)$$

$\dot{V}$ منفی معین است.

لم زیر را در نظر بگیرید:

لم ۱ [۲۸]: فرض کنید V_1 و V_2 دو تابع پیوسته روی R^n باشند و به‌ترتیب همگن از درجه L_1 و L_2 باشند. درنتیجه برای هر $x\in R^n$،

$$\left[\min_{\{z:V_1(z)=1\}}V_2(z)\right]\left[V_1(x)\right]^{\frac{L_2}{L_1}}\le V_2(x)\le\left[\max_{\{z:V_1(z)=1\}}V_2(z)\right]\left[V_1(x)\right]^{\frac{L_2}{L_1}} \qquad (۳۳)$$

$\dot{V}$ یک تابع پیوسته، منفی معین و همگن از درجه ۴ و از بالا کراندار است و V پیوسته، مثبت معین و همگن از درجه ۵ است و بنابراین با استفاده از لم ۱ خواهیم داشت:

$$\dot{V}\le-\eta V^{\frac{4}{5}}\quad \eta>0 \qquad (۳۴)$$

قضیه ۲ [۲۵]: فرض کنید $\dot{x}=F(x)$ یک معادله دیفرانسیل همگن با درجه همگنی δ_v باشد؛ آنگاه معادله دیفرانسیل $\dot{x}=F(x)$ پایدار یکنواخت مجانبی کلی حول نقطه تعادل صفر است، اگر یک تابع اسکالر همگن، مثبت معین و پیوسته مشتق‌پذیر وجود داشته باشد که مشتق آن تابع منفی معین و همگن باشد.

درنتیجه با توجه به قضیه (۲) و اینکه $\dot{V}$ یک تابع پیوسته، منفی معین و همگن از درجه ۴ و از بالا کراندار است و V پیوسته، مثبت معین و همگن از درجه ۵ است، آن‌گاه $x=0$ نقطه تعادل پایدار یکنواخت مجانبی کلی برای سیستم (۵) است.

قضیه ۳ [۲۸]: فرض کنید که یک تابع اسکالر، مثبت معین و پیوسته همانند $V:D\to\Re$ در نزدیکی نقطه تعادل تعریف شده باشد و درصورتی‌که $\dot{V}\le -c(V)^{\alpha}$ $c>0,\ 0<\alpha<$ باشد، آن‌گاه نقطه تعادل پایدار مجانبی زمان محدود است. اگر $D=\Re$ باشد، آن‌گاه نقطه تعادل پایدار مجانبی کلی زمان محدود است.

بنابراین بر اساس قضیه۳ [۲۸] و رابطه (۳۴)، می‌توان نتیجه گرفت که سیستم (۵) در نقطه تعادل، پایدار مجانبی کلی زمان محدود است.

لذا بر اساس دو قضیه مطرح شده، نقطه تعادل سیستم (۵) پایدار یکنواخت مجانبی کلی زمان محدود خواهد بود.

می‌توان نتایج بدست آمده را به‌صورت قضیه زیر جمع‌بندی نمود.

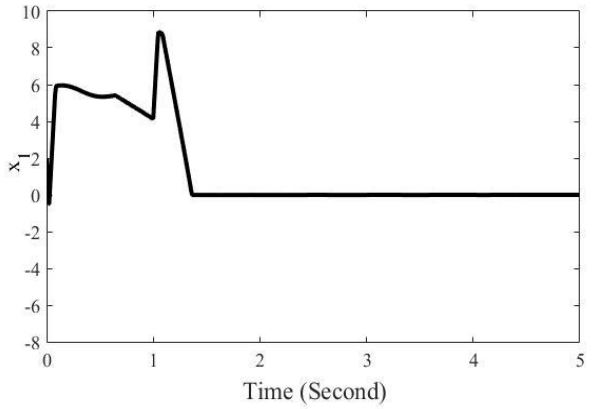
قضیه ۴: درصورتی‌که برای سیستم (۵) با اعوجاج کراندار یکنواخت $|\dot{\mu}(t)|\le\Delta\ (\Delta\ge 0)$ باشد و قانون کنترل مطابق رابطه (۲)، پارامترهای قانون کنترل به‌گونه‌ای انتخاب شوند که نامساوی (۱۱) و (۱۲) برقرار گردد، قانون تطبیق برابر با رابطه (۱۶) انتخاب گردد، سیستم حلقه‌بسته (۵) به‌طور یکنواخت پایدار مجانبی کلی زمان محدود است و خطای پارامتر نامعلوم نیز به صفر همگرا می‌گردد.

۴- شبیه‌سازی

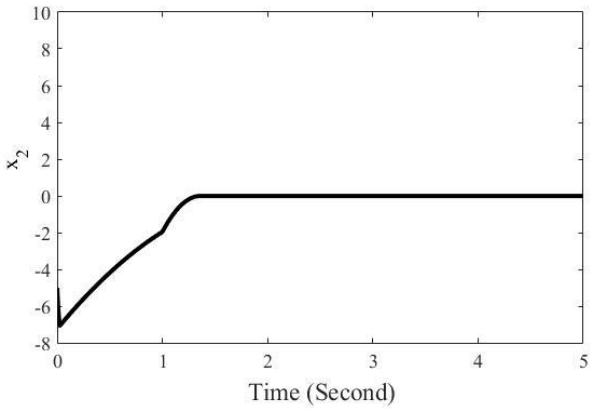
برای شبیه‌سازی ساختار سیستم مشابه سیستم (۱) در نظر گرفته شده است. مدل سیستم (۱) را می‌توان به‌عنوان یک آونگ یا یک موتور dc در نظر گرفت و قسمت‌های غیرخطی این سیستم‌ها را می‌توان به‌عنوان اعوجاجات در مدل سیستم (۱) منظور نمود. برای سیستم (۱) اعوجاجی به‌صورت $\mu(t)=3+0.2\cos(2t)+2\sin(5t)$ در نظر بگیرید که به این سیستم وارد می‌شود. در سیستم (۱) پارامتر نامعلوم a است.

برای انتخاب پارامترها، ابتدا به‌طور دلخواه مقادیری برای پارامترهای k_1, k_2, α, L برای کنترل‌کننده که با رابطه (۲) مشخص شده است، انتخاب می‌گردد. به‌گونه‌ای که نامساوی‌های (۱۱) و (۱۲) برقرار گردد. بر اساس مقادیر پارامترها و نامساوی‌های (۱۱) و (۱۲)، $\beta, \gamma, \bar{\gamma}, c_1, c_2$ هم تعیین می‌گردند. بهره‌های کنترل‌کننده (۲) با توجه به نامساوی‌ها (۱۱) و (۱۲) به‌صورت k_1=۱۸، k_2=۶ و α =۱ با L=۱۵ انتخاب شده‌است.

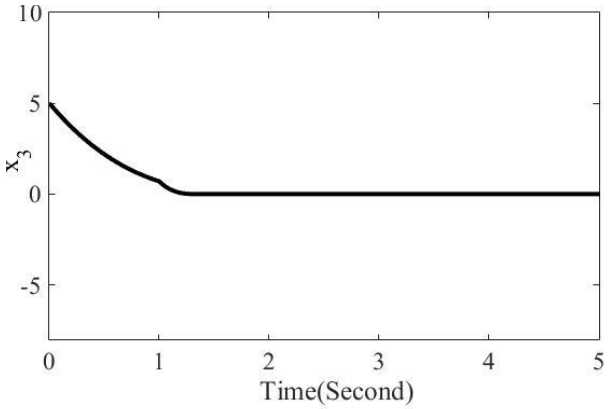
نمودار حالت‌های سیستم (۵) بر حسب زمان در شکل ۱ تا ۳ نشان داده شده است. توجه شود متغیر حالت سوم، متغیر کمکی تعریف‌شده برای سیستم (۱) طبق رابطه (۳) است. همان‌طورکه در شکل ۱ قابل مشاهده است، حالت‌های سیستم x_1 و x_2 و متغیر کمکی x_3 که در سیستم (۵) تعریف شده‌اند، تحت اعوجاج $\mu(t)$ و پارامتر نامعلوم به صفر همگرا می‌گردند.



شکل ۱: نمودار حالت x_1 تحت اعوجاج در حضور پارامتر نامعلوم



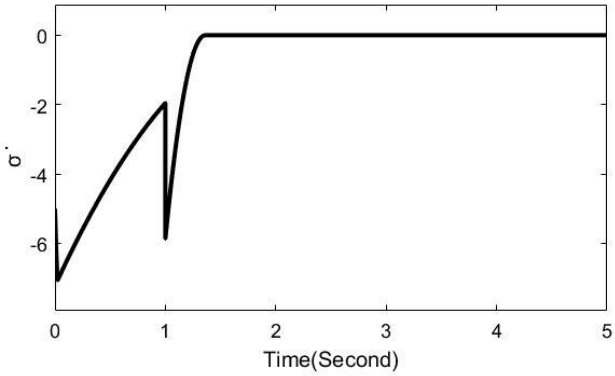
شکل ۲: نمودار حالت x_2 تحت اعوجاج در حضور پارامتر نامعلوم



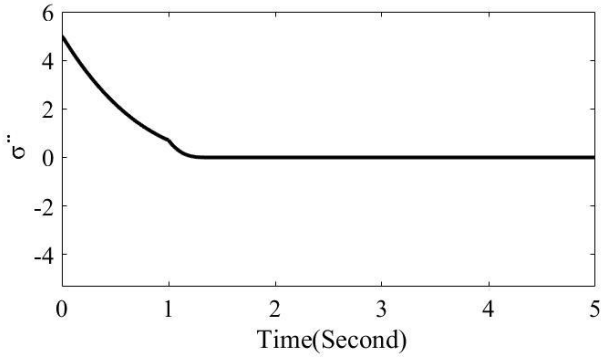
شکل ۳: نمودار حالت x_3 تحت اعوجاج در حضور پارامتر نامعلوم

با توجه به تعریف مرتبه مد لغزشی [۲۵]، می‌توان سطح لغزش مرتبه اول، دوم و سوم را به‌ترتیب به‌صورت توابع پیوسته‌ای از متغیرهای $\sigma=x_1$ ، $\dot{\sigma}=ax_2$ و $\ddot{\sigma}=\dot{x}_2=-k_1L^{\frac{2}{3}}\lceil\varphi_L(x_1,x_2)\rfloor^{\frac{1}{3}}+x_3$ تعریف نمود که بعد از یک زمان محدود به سطح صفر همگرا می‌گردد.

البته $\sigma^{(3)}$ به‌دلیل ناپیوستگی در $\dot{x}_3$ ناپیوسته است و در واقع یک مد لغزشی مرتبه سوم برای سیستم (۱) با وجود اعوجاج وجود خواهد شد. با توجه به نتایج شبیه‌سازی $\ddot{\sigma}, \dot{\sigma}$ همگرایی به صفر برای این دو متغیر بیانگر مد لغزشی مرتبه سوم است. نتایج شبیه‌سازی برای سطوح لغزش مرتبه دوم و سوم در شکل‌های ۴ و ۵ نشان داده شده است.



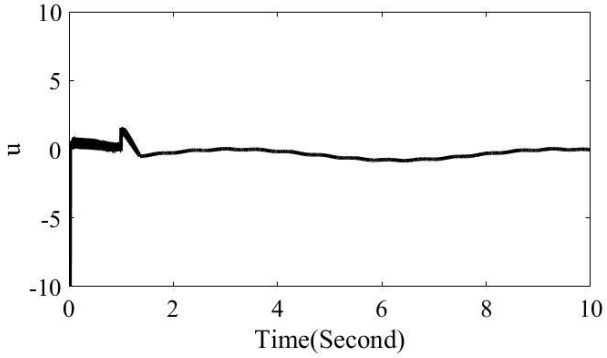
شکل ۴: نمودار همگرایی سطح لغزش مرتبه دوم($\dot{\sigma}$)



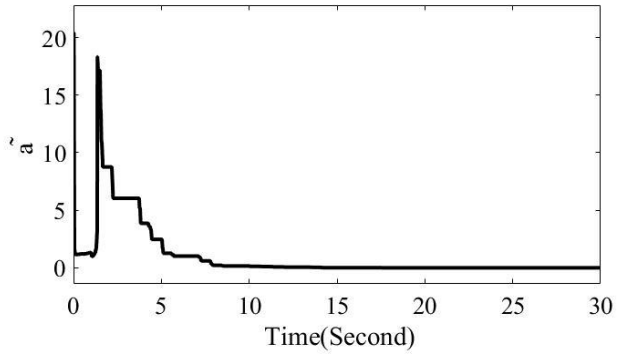
شکل ۵: نمودار همگرایی سطح لغزش مرتبه سوم($\ddot{\sigma}$)

شکل ۶ سیگنال کنترل مطابق با رابطه (۲) را برای سیستم (۵) نشان می‌دهد. با توجه به شکل واضح است که کنترل‌کننده قادر به جبران اعوجاجات موجود در سیستم است.

شکل ۷ خطای تخمین پارامتر نامعلوم و همگرایی خطا به صفر را نشان می‌دهد. با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی شکل‌های ۱ تا ۷، واضح است که حالت‌های سیستم در زمان محدود به صفر همگرا شده است و چترینگ موجود در روش‌های لغزشی به‌طرز قابل‌قبولی کاهش یافته است. وجود نوسانات قابل چشم‌پوشی باعث می‌گردد که وقتی سیستم (۱) به‌عنوان مدل یک سیستم واقعی در نظر گرفته می‌شود، مشکلی از لحاظ اعمال ورودی کنترل و اندازه‌گیری سایر سگینال‌ها برای سیستم وجود نداشته باشد.



شکل ۶: نمودار ورودی کنترل مطابق با رابطه (۲)

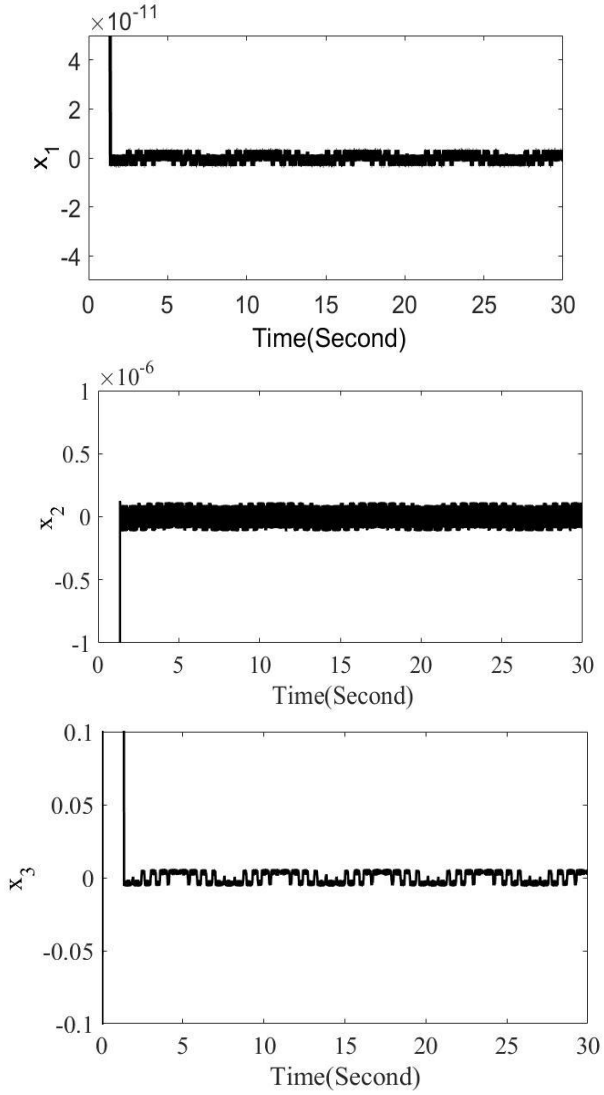


شکل ۷: نمودار خطای تخمین پارامتر نامعلوم مطابق با رابطه (۱۶)

چترینگ موجود در سه متغیر حالت سیستم (۵) در شکل ۸ نشان داده شده است. این شکل نشان‌دهنده آن است که خطای حالت‌های سیستم بسیار ناچیز است و روش پیشنهادی دارای نوساناتی قابل چشم‌پوشی است.

در ادامه، نتایج شبیه‌سازی سیستم (۱) بر اساس روش کنترل مد لغزشی متداول [۲۹] آورده می‌شود. در کنترل مد لغزشی اعوجاجات سیستم (۱) که به‌صورت $\mu(t)=3+0.2\cos(2t)+2\sin(5t)$ برای سیستم (۵) در نظر گرفته شده است، به‌صورت اغتشاش برای سیستم (۱) در نظر گرفته می‌شود و بنابراین نیازی به متغیر کمکی برای اغتشاشات وجود ندارد و به‌همین دلیل فقط دو متغیر حالت در سیستم وجود خواهد داشت.

نتایج شبیه‌سازی مربوط ورودی سیگنال کنترل در شکل ۹ و نمودار متغیر حالت‌های سیستم در شکل ۱۰ آورده شده است همان‌طورکه نتایج شبیه‌سازی شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان می‌دهد، خطا در روش کنترل مدلغزشی از روش پیشنهادی بیشتر است و چترینگ هم در کنترل مدلغزشی دامنه بزرگی در متغیرهای حالت و ورودی کنترل دارد.



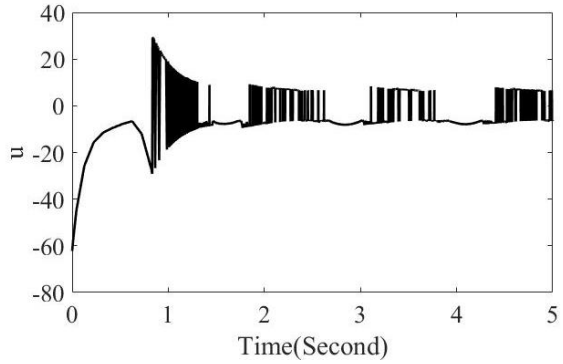
شکل۸: دامنه نوسانات متغیرهای حالت x_1، x_2 و x_3

۵- نتیجه‌گیری

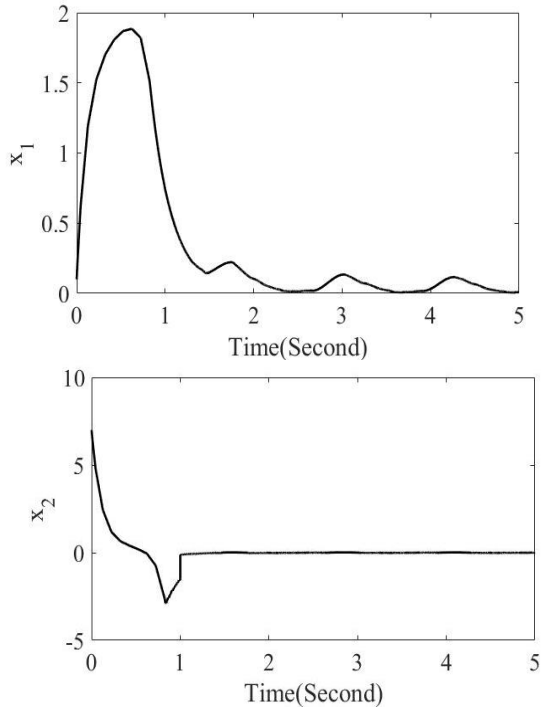
در این مقاله، روش کنترل مد لغزشی ترمینال پیوسته تطبیقی جهت پایدارسازی دسته‌ای از سیستم‌های دارای اعوجاج و نامعلومی به‌کار برده شده است و نحوه انتخاب مقادیر بهره‌های کنترل‌کننده و شرایط لازم برای پایداری سیستم شرح داده شده است. همچنین به‌کمک قانون تطبیق، تخمین پارامتر نامعلوم سیستم به‌دست آمد و اثبات پایداری با پیشنهاد تابع لیاپانوفی همگن و مشتق‌پذیر انجام گرفت. با توجه به پیوسته‌بودن قانون کنترل، اعوجاج جبران‌شده است که این امر در عمل مانع از خسارت به عملگرهای سیستم می‌شود. شبیه‌سازی‌ها انجام‌شده همگرایی حالات سیستم به صفر را نشان می‌دهند.

سپاس‌گزاری

نویسندگان مقاله مراتب قدرانی خود را از حمایت دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل از طریق اعتبار پژوهشی شماره BNUT/۳۷۰۲۴۴/۹۹ اعلام می‌دارند.



شکل۹ نمودار ورودی کنترل بر اساس روش کنترل مد لغزشی متداول



شکل ۱۰: نمودار حالت‌های x_1، x_2 بر اساس روش کنترل مد لغزشی

مراجع

[1] P. Skruch, “Feedback stabilization of a class of nonlinear second-order systems,” Nonlinear Dynamics, vol. 59, no. 4, pp. 681-693, 2010.

[2] M. P. Aghababa, “Fractional modeling and control of a complex nonlinear energy supply-demand system,” Complexity, vol. 20, no. 6, pp. 74-86, 2015.

[3] M. Yue and X. Wei, “Dynamic balance and motion control for wheeled inverted pendulum vehicle via hierarchical sliding mode approach,” Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, vol. 228, no. 6, pp. 351-358, 2014.

[4] S. Mobayen and V. J. Majd, “Robust tracking control method based on composite nonlinear feedback technique for linear systems with time-varying uncertain parameters and disturbances,” Nonlinear Dynamics, vol. 70, no. 1, pp. 171-180, 2012.

[5] D. Efimov, A. Polyakov, L. Fridman, W. Perruquetti and J. P. Richard, "Delayed sliding mode control," Automatica, vol. 64, no. 1, pp. 37-43, 2016.

[6] D. Rosas, J. Alvarez and E. Alvarez, "Robust synchronization of arrays of uncertain nonlinear second-order dynamical systems," Nonlinear Dynamics, vol. 67, no. 4, pp. 2735-2746, 2012.

[۷] علیرضا مدیر روستا و مهدی خدابنده، «طراحی یک روش کنترل مد لغزشی انتگرالی تطبیقی برای پایدارسازی زمان محدود و مقاوم پرنده چهارملخه» مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۶، شماره ۱، صفحه ۳۲۱- ۳۳۲، بهار ۱۳۹۵.

[8] S. Mobayen, "Design of LMI-based global sliding mode controller for uncertain nonlinear systems with application to Genesio's chaotic system," Complexity, vol. 21, no. 1, pp. 94-98, 2015.

[9] S. Mobayen, "Design of a robust tracker and disturbance attenuator for uncertain systems with time delays," Complexity, vol. 21, no. 1, pp. 340-348, 2015.

[10] S. Mobayen, "Finite-time robust-tracking and model-following controller for uncertain dynamical systems," Journal of Vibration and Control, vol. 22, no. 4, pp. 1117-1127, 2016.

[۱۱] یاشار شب‌بویی، امیر ریخته‌گری غیاثی و سهراب خان‌محمدی، «طراحی کنترل‌کننده تحمل‌پذیر خطای مد لغزشی ترمینال غیرتکین برای سیستم‌های غیرخطی بر مبنای فیلتر کالمن توسعه‌یافته تطبیقی» مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۶، شماره ۴، صفحه ۱۷۳-۱۸۳، زمستان ۱۳۹۵.

[12] L. Wang, Y. Sheng and X. Liu, "A novel adaptive high-order sliding mode control based on integral sliding mode," International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 12, no. 3, pp. 459-472, 2014.

[13] S. Mobayen, V. J. Majd and M. Sojoodi, "An LMI-based composite nonlinear feedback terminal sliding-mode controller design for disturbed MIMO systems," Mathematics and Computers in Simulation, vol. 85, no. 1, pp. 1-10, 2012.

[14] S. Mobayen, "An LMI-based robust controller design using global nonlinear sliding surfaces and application to chaotic systems," Nonlinear Dynamics, vol. 79, no. 2, pp. 1075-1084, 2015.

[15] S. Kamal, J. A. Moreno, A. Chalanga, B. Bandyopadhyay and L. M. Fridman, "Continuous terminal sliding-mode controller," Automatica, vol. 69, no. 1, pp. 308-314, 2016.

[16] G. Bartolini, A. Ferrara and E. Usani, "Chattering avoidance by second-order sliding mode control," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 43, no. 2, pp. 241-246, 1998.

[17] L. Fridman, *Sliding Mode Enforcement after 1990: Main Results and Some Open Problems*, Springer Berlin Heidelberg, 2011.

[18] A. Levant, "Principles of 2-sliding mode design," Automatica, vol. 43, no. 4, pp. 576–586, 2007.

[19] A. Polyakov and A. Poznyak, "Unified Lyapunov function for a finite–time stability analysis of relay second–order sliding mode control systems," IMA Journal of Mathematical Control and Information, vol. 29, no. 4, pp. 529–550, 2012.

[20] T. Sanchez and J. A. Moreno, "Lyapunov functions for twisting and terminal controllers," In: Proceedings of the 13th International Workshop on Variable Structure Systems Nantes, pp. 1-6, 2014.

[21] M. Sarailoo, Z. Rahmnai, B. Rezaie, "Fuzzy Sliding Mode Control for Hyper Chaotic Chen System," Advances in Electrical and Computer Engineering, vol. 12, pp. 85-90, 2012.

[22] A. Levant, "Quasi-continuous high-order sliding-mode controllers," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 50, no. 11, pp. 1812-1816, 2005.

[23] M. V. Basin and P. C. R. Ramírez, "A supertwisting algorithm for systems of dimension more than one," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 61, no. 11, pp. 6472-6480, 2014.

[24] C. Edwards and Y. B. Shtessel, "Continuous higher order sliding mode control based on adaptive disturbance compensation," In Variable Structure Systems (VSS), 13th International Workshop on, pp. 1-5, 2014.

[25] A. Levant, "Homogeneity approach to high-order sliding mode design," Automatica, vol. 41, no. 5, pp. 823-830, 2005.

[26] S.P. Bhat, D. S. Bernstein, *Inequalities*, London: Cambridge Unversity Press, 1951.

[27] E. J. McShane and T. A. Botts, *Real Analysis*, vanNostrand. Princeton, NJ, 1959.

[28] S. P. Bhat and D. S. Bernstein, "Geometric homogeneity with applications to finite-time stability," Mathematics of Control, Signals, and Systems (MCSS), vol. 17, no. 2, pp. 101-127, 2005.

[29] Y. John, Y, G. Weibing and J. C. Hung, "Variable Structure Control: A Survey," IEEE Transaction on industrial electronics, vol.50, no. 1, pp.2-22, 2003

زیرنویس‌ها

[1] Sliding Mode Control

[2] High Order Sliding Mode

[3] Super Twisting Algorithm

[4] Arbitrary Order

[5] Nested Sliding Mode

[6] Continuous Terminal Sliding Mode