

طراحی کنترل کننده فیدبک خروجی تحمل پذیر عیب مقاوم برای کلاسی از سیستم های کنترل تحت شبکه با در نظر گرفتن مدل جدید برای عیب عملگر

محسن بحرینی^۱، دانشجوی دکتری؛ جعفر زارعی^۲، دانشیار

۱- دانشکده مهندسی برق و الکترونیک - دانشگاه صنعتی شیراز - شیراز - ایران - m.bahreini@sutech.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق و الکترونیک - دانشگاه صنعتی شیراز - شیراز - ایران - zarei@sutech.ac.ir

چکیده: این مقاله با ارائه یک مدل جدید و جامع برای عیب های عملگر، به مسئله طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب مقاوم برای سیستم های کنترل تحت شبکه در حضور پدیده های تأخیر تصادفی، عدم قطعیت های مدل و عیب های عملگر پرداخته است. به این منظور، سیستم کنترل تحت شبکه مورد بررسی، ابتدا به شکل مناسبی در چارچوب سیستم های پرش مارکوف زمان-گسسته با احتمالات انتقال به صورت پاره ای نامعین مدل شده است. سپس مسئله طراحی کنترل کننده فیدبک خروجی استاتیک وابسته به مد به عنوان یک مسئله بهینه سازی محدب و در قالب نامساوی های ماتریسی خطی مورد مطالعه قرار گرفته است. شایان ذکر است که کنترل کننده طراحی شده پایداری تصادفی سیستم را در حضور عدم قطعیت ها و عیب های عملگرها تضمین می کند. در نهایت ضمن تأیید مباحث تئوری، کارایی و برتری روش مذکور، از طریق شبیه سازی های عددی نشان داده شده است.

واژه های کلیدی: سیستم های کنترل تحت شبکه، تأخیر تصادفی، سیستم های پرش مارکوف، کنترل تحمل پذیر عیب، کنترل مقاوم، نامساوی های ماتریسی خطی.

Design of robust fault-tolerant output feedback controller for a class of networked control systems considering a new actuator faults model

Mohsen Bahreini¹, PhD Student; Jafar Zarei², Associate Professor

1- Faculty of Electrical and Electronics Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran, Email: m.bahreini@sutech.ac.ir

2- Faculty of Electrical and Electronics Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran, Email: zarei@sutech.ac.ir

Abstract: This paper aims to present a novel and comprehensive model for actuator faults to address the problem of robust fault-tolerant controller design for networked control systems (NCSs) in the presence of phenomena such as random delays, model uncertainties, and actuator faults. For this purpose, firstly, the NCS has been appropriately modeled as discrete-time Markovian jump systems (MJSs) with partly-unknown transition probabilities. Then, the problem of mode-dependent static output feedback controller design has been studied not only as a convex optimization problem but also in the form of linear matrix inequalities (LMIs). Notably, the designed controller guarantees the stochastic stability of the closed-loop system in the presence of actuator faults and uncertainties. Finally, through numerical simulations, the theoretical results of this study are proved, and it has been shown that this method is more efficient and superior than other methods.

Keywords: Networked control systems, random delays, Markovian jump systems, fault-tolerant controller, robust control, linear matrix inequalities.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۰۲/۰۱

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۷/۰۵/۳۰ و ۱۳۹۷/۰۷/۰۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۸/۲۹

نام نویسنده مسئول: جعفر زارعی

نشانی نویسنده مسئول: دانشکده مهندسی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران.

۱- مقدمه

در هنگام عملکرد سیستم کنترل، حسگرها و عملگرها به علت ارتباط با محیط فیزیکی فرآیند و متغیر بودن شرایط محیطی نظیر دما، رطوبت و گرد و غبار و همچنین فرسایش و استهلاک قطعات متحرک مکانیکی موجود در برخی از آنها، ممکن است به تدریج خراب شده یا عملکرد آنها همراه با عیب و افت کارایی باشد. از این رو، وقوع عیب در حسگرها و عملگرها امری اجتناب ناپذیر در اکثر سیستم‌های عملی است. از آنجا که این عیوب کارایی سیستم را کاهش داده و حتی ممکن است منجر به ناپایداری سیستم حلقه بسته شود، استفاده از کنترل کننده‌ای که در هنگام رخداد عیب، بتواند پایداری و عملکرد مطلوب سیستم کنترل را حفظ نماید، ضروری است. به این روش کنترلی "کنترل تحمل پذیر عیب" گفته می‌شود که در سال‌های اخیر به منظور ارتقاء عملکرد و قابلیت اطمینان سیستم‌های کنترل مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است [۵-۱].

از طرف دیگر، با گسترش دنیای دیجیتال در دهه‌های اخیر از شبکه‌های مخابراتی برای ارسال اندازه‌گیری‌های حسگرها به کنترل کننده و فرمان‌های کنترلی به عملگرها در سیستم‌های کنترل استفاده فراوانی شده است. از این رو کلاس خاصی از سیستم‌های کنترل موسوم به سیستم‌های کنترل تحت شبکه (NCSs^۱) معرفی شده است. سیستم کنترل تحت شبکه یک شبکه یک سیستم کنترل است که در آن حلقه‌های کنترل از طریق یک شبکه بسته شده‌اند. سیگنال‌های کنترل و فیدبک در میان اجزای سیستم کنترل (حسگرها، کنترل کننده، عملگرها) در قالب بسته‌های اطلاعاتی از طریق شبکه رد و بدل می‌شوند [۶، ۷]. استفاده از شبکه ارتباطی در حلقه کنترل، تحلیل و طراحی یک NCS را پیچیده می‌کند. در مقایسه با سیستم‌های کنترل مرسوم، استفاده از شبکه‌های ارتباطی به دلیل کاهش سیم‌کشی‌ها و هوشمند شدن گره‌های شبکه مزایای زیادی نظیر بهبود کارایی، قابلیت اطمینان و انعطاف پذیری و همچنین کاهش زمان و هزینه‌های نصب، نگهداری و تشخیص عیب را به همراه دارد. اتصال فضای مجازی به فضای فیزیکی دیگر مزیتی است که امکان کنترل از راه دور را فراهم می‌کند. به سبب انعطاف پذیری و مزایای زیادی که به آن اشاره شد، NCSs کاربردهای وسیعی در صنایع مختلف نظیر کارخانه‌های تولیدی، کارخانه‌های اتومبیل سازی، هواپیماها و جراحی از راه دور پیدا کرده‌اند [۸-۱۰]. استفاده از شبکه ارتباطی در حلقه کنترل در کنار مزایای قابل توجهی که به آنها اشاره شد، چالش‌های جدیدی را نیز به وجود می‌آورد که تحلیل و طراحی این سیستم‌ها را دشوار می‌کند [۱۰]. دو مورد از مهمترین این چالش‌ها تأخیر زمانی القاشده توسط شبکه و از دست رفتن بسته‌های اطلاعاتی است که می‌توانند منجر به کاهش کارایی و یا حتی ناپایداری سیستم شوند.

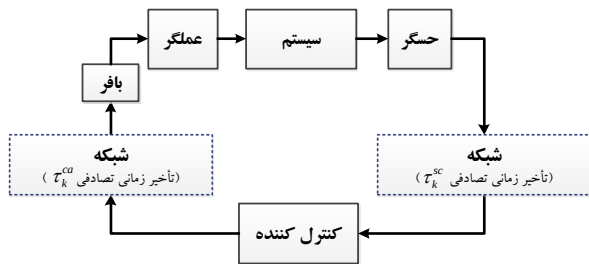
در سیستم کنترل تحت شبکه با پروتکل‌های متفاوت شبکه، تأخیر القایی شبکه ممکن است ثابت، متغیر با زمان، یا حتی متغیری تصادفی باشد [۱۱-۱۳]. یک رویکرد در برخورد با پدیده‌ی تأخیر تصادفی و نیز

پدیده‌ی از دست رفتن بسته‌های اطلاعاتی در سیستم‌های کنترل تحت شبکه، مدل سازی آن به وسیله‌ی زنجیره مارکوف است که در این صورت سیستم کنترل تحت شبکه به یک سیستم پرش مارکوف (MJSS) تبدیل می‌شود. این رویکرد در سال‌های اخیر به عنوان یکی از بهترین روش‌ها بسیار مورد توجه محققین قرار گرفته و دقت و کارایی آن نشان داده شده است [۱۴-۱۶]. رفتار سیستم پرش مارکوف به وسیله یک ماتریس احتمال انتقال مشخص می‌شود که در اکثر پژوهش‌های گذشته کاملاً معلوم فرض شده است. اگرچه داشتن اطلاعات کامل و ایده آل درباره‌ی احتمالات انتقال، تحلیل و طراحی سیستم را ساده می‌کند، اما با وجود پیچیدگی‌های شبکه، دسترسی به همه‌ی عناصر ماتریس احتمال انتقال، از نظر عملی یا امکان پذیر نبوده و یا هزینه‌بر خواهد بود. در نتیجه حضور نامعینی در این ماتریس به واقعیت نزدیک تر می‌باشد. بنابراین، تمرکز مطالعات اخیر به سمت چگونگی اصلاح شرایط پایداری و پایداری برای سیستم‌های پرش مارکوف با در نظر گرفتن نامعینی در احتمالات انتقال، سوق یافته است [۱۷-۲۰]. بدیهی است که طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب برای این کلاس خاص از سیستم‌ها به سبب مزایا و کاربردهای فراوان بسیار حائز اهمیت است.

در این مقاله به بررسی عیب عملگر پرداخته شده است. عیب در عملگرها معمولاً به صورت افت کارایی و بایاس رخ می‌دهد که عموماً در تحقیقات به صورت یک ماتریس عیب مدل شده است. از طرفی در عمل با توجه به پیچیدگی‌ها و طبیعت تصادفی شبکه ارتباطی و یا به سبب دلایل فنی در هنگام کارکرد، سیستم‌های کنترل تحت شبکه با رفتارهای تصادفی روبه‌رو هستند. بنابراین، استفاده از مدل‌های پیشین در طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب معمولاً کارایی لازم را ندارد. از این رو، در این مقاله با در نظر داشتن این موضوع، یک مدل جامع و کاربردی برای عیب معرفی شده است و سپس کنترل کننده تحمل پذیر عیب به گونه‌ای طراحی شده است که در هنگام وقوع عیب سیستم کنترل را در شرایط عملکردی مطلوب نگه داشته و پایداری سیستم تحت کنترل را حفظ کند.

از سوی دیگر در بسیاری از کاربردهای عملی، با توجه به محدود بودن دسترسی به اطلاعات حالت‌های سیستم، طراحی یک کنترل کننده فیدبک خروجی بسیار مناسب است. با این وجود، مقالات کمی به مسئله‌ی طراحی کنترل کننده فیدبک خروجی استاتیک برای سیستم‌های کنترل تحت شبکه که کاربردی تر و چالش برانگیزتر از کنترل فیدبک حالت است، پرداخته‌اند. مشکل اساسی در مسئله‌ی طراحی کنترل کننده فیدبک خروجی استاتیک، پیچیدگی‌های محاسباتی ناشی از غیر محدب شدن شروط مسئله طراحی است [۲۳-۲۱]. علاوه بر این، عدم حساسیت عملکرد سیستم به خطاهای مدل سازی فرآیند یکی از مهم ترین مسائل در طراحی سیستم‌های کنترل می‌باشد. در سیستم‌های واقعی به سبب عواملی نظیر نویزهای محیطی و پارامترهای متغیر سیستم به سختی می‌توان مدل ریاضی دقیقی از سیستم به دست آورد. لذا وجود عدم قطعیت، جزء جدایی ناپذیر در مدل سازی سیستم‌های واقعی می

ماتریس‌های نامعینی هستند که شروط $F_a^T F_a \leq I$ و $F_b^T F_b \leq I$ را برآورده می‌کنند.



شکل ۱: سیستم کنترل تحت شبکه در حضور تأخیرهای تصادفی

حسگرها بسته‌های داده را که حاوی خروجی‌های اندازه‌گیری شده‌اند پس از برچسب‌گذاری زمانی از طریق شبکه به کنترل کننده ارسال می‌کنند. سپس سیگنال کنترلی محاسبه شده و از طریق شبکه به بافر ارسال می‌شود، در نهایت بافر با ذخیره سیگنال‌های کنترلی دریافتی و مقایسه برچسب‌های زمانی همواره جدیدترین سیگنال کنترلی را به عملگر تحویل می‌دهد. لذا با انتخاب ساختار فیدبک خروجی استاتیک می‌توان تأخیرهای تصادفی مسیر حسگر-کنترل کننده و کنترل کننده-عملگر را به صورت مجموع $\tau_k = \tau_k^{sc} + \tau_k^{cc}$ در نظر گرفت. در این صورت، قانون کنترل فیدبک خروجی وابسته به تأخیر، با رابطه‌ی (۲) تعریف می‌شود.

$$u(k) = K(\tau_k)y(k - \tau_k) \quad (2)$$

که در آن مقدار تأخیر τ_k محدود فرض شده و به وسیله‌ی یک زنجیره مارکوف که مقادیری از مجموعه محدود $S = \{0, 1, \dots, \tau\}$ با ماتریس احتمال انتقال $\Pi = [\pi_{ij}]$ اختیار می‌کند، مدل شده است. برای نمونه ماتریس احتمال انتقال با برخی عناصر نامعلوم برای سیستم (۱) و با فرض $\tau = 3$ به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\Pi = \begin{bmatrix} \pi_{00} & ? & ? & \pi_{03} \\ \pi_{10} & ? & ? & ? \\ ? & \pi_{21} & ? & \pi_{23} \\ ? & \pi_{31} & ? & ? \end{bmatrix}$$

که در ماتریس فوق "؟" عناصر نامعلوم را نشان می‌دهد و همچنین π_{ij} احتمال انتقال از مد i در زمان k به مد j در زمان $(k+1)$ است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\pi_{ij} = P(\tau_{k+1} = j | \tau_k = i)$$

$$\pi_{ij} \geq 0 \text{ for all } i, j \in S, \sum_{j=0}^{\tau} \pi_{ij} = 1.$$

به منظور سادگی نمادسازی زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$S = S_k^i \cup S_{uk}^i, \text{ for all } i \in S$$

$$S_k^i \triangleq \{j : \pi_{ij} \text{ is known}\} \quad (3)$$

$$S_{uk}^i \triangleq \{j : \pi_{ij} \text{ is unknown}\}$$

به علاوه اگر $S_k^i \neq \emptyset$ باشد، آن گاه S_k^i می‌تواند به صورت زیر بازنویسی شود:

باشد. با توجه به ملاحظات بیان شده، در این مقاله از رویکرد کنترل مقاوم فیدبک خروجی استاتیک برای پایداری سیستم حلقه-بسته استفاده شده است.

از نوآوری‌ها و ویژگی‌های شاخص روش پیشنهادی در این مقاله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: (۱) معرفی یک مدل جدید جامع و کاربردی برای عیب‌های عملگر که کنترل کننده تحمل‌پذیر عیب را کارآمدتر کرده است. (۲) مدل‌سازی سیستم کنترل تحت شبکه در حضور تأخیرهای تصادفی و با در نظر گرفتن مدل جدید ارائه شده برای عیب، در چارچوب سیستم‌های پرش مارکوف با احتمالات انتقال پاره‌ای نامعین. (۳) در نظر گرفتن محدودیت‌های عملی به صورت همزمان نظیر وجود عدم قطعیت‌های مدل، وجود نامعینی در احتمالات انتقال و در دسترس نبودن تمام متغیرهای حالت سیستم و استفاده از استراتژی کنترل فیدبک خروجی. (۴) ارائه شرایط کافی برای مسئله طراحی به عنوان یک مسئله بهینه‌سازی محدب و در قالب نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMIs) که به راحتی با نرم‌افزارهای موجود قابل حل هستند. (۵) استفاده از ماتریس‌های وزنی و روش‌های مناسب به منظور کاهش محافظه‌کاری.

ترتیب ارائه مطالب در این مقاله به قرار زیر است: در بخش دوم مقاله روش مدل‌سازی سیستم کنترل تحت شبکه در حضور تأخیرهای تصادفی، عدم قطعیت‌های مدل و عیب‌های عملگر ارائه می‌گردد که در این مدل عیب‌های عملگر با رویکرد نوین و جامع‌تری توصیف خواهد شد. در بخش سوم پس از بیان تعاریف و لم‌های مورد نیاز، شرایط کافی برای تعیین بهره‌های کنترل کننده فیدبک خروجی استاتیک وابسته به مد به منظور حفظ پایداری تصادفی سیستم حلقه-بسته در قالب نامساوی‌های ماتریسی خطی مطرح می‌گردد. در بخش چهارم، به منظور تأیید مباحث تئوری و نشان دادن کارایی عملی روش پیشنهادی طراحی کنترل کننده برای مثال‌های عددی و کاربردی انجام گرفته و نتایج شبیه‌سازی ارائه گردیده است. در پایان، جمع‌بندی و نتیجه‌گیری مقاله در بخش پنجم آورده شده است.

۲- مدل‌سازی سیستم کنترل تحت شبکه در حضور تأخیر

تصادفی، عدم قطعیت و عیب عملگر

در این مقاله ساختار سیستم کنترل تحت شبکه مورد مطالعه به صورت شکل ۱ در نظر گرفته می‌شود. مدل فرآیند با رابطه‌ی (۱) تعریف شود.

$$x(k+1) = (A + \Delta A)x(k) + (B + \Delta B)u(k) \quad (1)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

که در آن $u(k) \in \mathbb{R}^m$ ، $x(k) \in \mathbb{R}^n$ به ترتیب بردار حالت و ورودی کنترل، $y(k) \in \mathbb{R}^p$ بردار خروجی و A ، B و C ماتریس‌های حقیقی معلوم با ابعاد مناسب هستند. ماتریس‌های $\Delta A = L_a F_a R_a$ و $\Delta B = L_b F_b R_b$ بیانگر عدم قطعیت‌های مدل سیستم می‌باشد، به گونه‌ای که R_b و R_a ، L_b ، L_a ، F_b و F_a ماتریس‌های ثابت و معلوم و

می آید. از این رو واضح است که مدل های پیشین که به آنها اشاره شد حالت خاصی از مدل پیشنهادی در این مقاله می باشند.

تذکره ۲: لازم به ذکر است که مدل عیب عملگر پیشنهادی در (۴) بسیاری از مدل های عیب که پیش تر مورد مطالعه قرار گرفته اند نظیر خرابی کامل، از دست رفتن اثربخشی و عیب قفل شونده عملگر را پوشش می دهد. برای مثال مدل پیشنهادی در [۵] با قراردادن $\sigma(u(k), k) \equiv 0$ حالت خاصی از این مدل است. همچنین عیب قفل شونده که در [۲۵] مشاهده می شود نیز با قراردادن $\varphi_l = 0$ به ازای $l = \{1, 2, \dots, m\}$ و $\sigma(u(k), k) \equiv \bar{u}_k$ حالت خاصی از مدل پیشنهادی (۴) می باشد.

فرض ۱: تابع $\sigma: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ یک تابع اندازه پذیر بول است که شرط $\sigma^T(u(k), k) \sigma(u(k), k) \leq \rho u^T(k) u(k)$ را برآورده می کند. با اعمال قانون کنترلی فیدبک خروجی استاتیک به سیستم با در نظر گرفتن عیب عملگر و بسط بردار حالت به صورت سیستم $z(k) = [x^T(k) \ x^T(k-1) \ \dots \ x^T(k-\tau)]^T$ حلقه بسته به صورت افزوده شده (۵) به دست می آید.

$$z(k+1) = (\hat{A} + \Delta \hat{A})z(k) + (\hat{B} + \Delta \hat{B})\Phi K(\tau_k)\hat{C}(\tau_k)z(k) + (\hat{B} + \Delta \hat{B})\sigma(u(k), k)w(k) \quad (۵)$$

که در آن،

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & \dots & 0 & 0 \\ I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(\tau+1)n \times (\tau+1)n},$$

$$\Delta \hat{A} = \begin{bmatrix} \Delta A & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(\tau+1)n \times (\tau+1)n},$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(\tau+1)n \times m}, \quad \Delta \hat{B} = \begin{bmatrix} \Delta B \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(\tau+1)n \times m},$$

$$\hat{C}(\tau_k) = [0 \ \dots \ 0 \ C \ 0 \ \dots \ 0] \in \mathbb{R}^{p \times (\tau+1)n}$$

و در $\hat{C}(\tau_k)$ همه عناصر صفرند، به جز $(\tau_k + 1)$ امین بلوک، که C می باشد. در ادامه به منظور ساده نویسی در روابط برای $\tau_k = i$ ، $K(\tau_k)$ به صورت K_i و $\hat{C}(\tau_k) = \hat{C}_i$ استفاده می شود.

۳- طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب

قبل از ورود به اصل موضوع، تعریف پایداری تصادفی سیستم های پرش مارکوف و دو لم مهم که در روند استخراج نتایج مورد استفاده قرار می گیرد، مطرح می شود. لازم به ذکر است که نتایج برای طراحی

$$S_k^i = (\kappa_1^i, \dots, \kappa_m^i), 1 \leq m \leq s$$

که در آن $\kappa_m^i \in \mathbb{N}^+$ ، بیان گر m مین عنصر معلوم با شاخص κ_m^i در سطر i ام ماتریس Π است. علاوه بر این در ادامه و مباحث بعد نماد π_k^i به صورت $\pi_k^i = \sum_{j \in S_k^i} \pi_{ij}$ تعریف می شود.

لازم به ذکر است، با توجه به اینکه همیشه آخرین بسته اطلاعاتی در بافر ذخیره می شود اگر بسته اطلاعاتی از دست برود آخرین بسته اطلاعاتی ذخیره شده در بافر به سیستم اعمال می شود. از این رو، پدیده از دست رفتن بسته های اطلاعاتی در شبکه می تواند در مدل تأخیر زمانی تصادفی مطرح شده، در نظر گرفته شود [۲۴]. برای این منظور در مراجع [۱۴، ۱۵] نشان داده شده است در مدل زنجیره مارکوف کافیت در احتمالات انتقال شرط $Prob\{\tau_{k+1} > \tau_k + 1\} = 0$ برقرار باشد.

تذکره ۱: یک فرض عمومی در سیستم های کنترل تحت شبکه این است که بسته های اطلاعاتی انتقال یافته تحت شبکه دارای برچسب گذاری زمانی می باشند. لازم به ذکر است که در بیشتر شبکه ها بار شبکه اضافی ناشی از برچسب گذاری زمانی در مقایسه با داده ها قابل صرف نظر است. در نتیجه تأخیر القایی در کنترل کننده با تفاضل برچسب زمانی آخرین بسته در دسترس از زمان فعلی (زمانی که کنترل کننده شروع به اجرای عملیات روی بسته تحویل گرفته شده می کند) در هر دوره نمونه برداری قابل دستیابی است.

در این مقاله عیب تحت بررسی عیب عملگر است. عیب در عملگرهای سیستم می تواند منجر به کاهش عملکرد سیستم کنترل و یا حتی ناپایداری سیستم حلقه بسته شود. از این رو، به منظور بهبود قابلیت اطمینان سیستم، طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب به گونه ای که عملکرد قابل قبول سیستم را در حضور عیب های عملگر حفظ کند، از اهمیت ویژه ای برخوردار است [۲۵]. همانطور که گفته شد، عیوب در عملگرها معمولاً به صورت افت کارایی و بایاس رخ می دهند که عموماً در مقالات به صورت یک ماتریس عیب مدل می شود [۵-۲]. از طرفی در عمل با توجه به پیچیدگی ها و طبیعت تصادفی شبکه ارتباطی و یا به سبب دلایل فنی در حین کارکرد سیستم کنترلی مشاهده رفتارهای تصادفی بسیار محتمل است. از این رو در این مقاله عیب های محتمل بر روی عملگرها به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$u^F(k) = \Phi u(k) + \sigma(u(k), k)w(k) \quad (۴)$$

که در آن $\Phi = \text{diag}\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m\}$ ماتریس عیب است به گونه ای که برای $l = \{1, 2, \dots, m\}$ و $\varphi_l = 1$ بیانگر عملکرد نرمال عملگر l ام، $\varphi_l = 0$ بیانگر خرابی کامل آن و هر مقدار دیگر برای φ_l بیانگر مقداری عیب در عملگر l ام می باشد. به علاوه $\sigma(u(k), k)w(k)$ یک اختلال تصادفی است، که در آن $w(k)$ یک حرکت براونی اسکالر با $\mathbb{E}[w(k)] = 0$ و $\mathbb{E}[w(k)^2] = 1$ می باشد. به عبارت دیگر، مدل جدید ارائه شده هم ماتریس عیب عملگر مرسوم Φ و هم مقداری اختلال تصادفی در مدل عیب در نظر گرفته است. شایان ذکر است که با در نظر گرفتن $\sigma(u(k), k)w(k) = 0$ نتایج برای مدل های پیشین به دست

$$\Omega_{21} = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{i\kappa_1^i}} (\hat{A}G_i + \hat{B}\Phi M_i \hat{C}_i) \\ \vdots \\ \sqrt{\pi_{i\kappa_m^j}} (\hat{A}G_i + \hat{B}\Phi M_i \hat{C}_i) \\ \sqrt{1-\pi_k^i} (\hat{A}G_i + \hat{B}\Phi M_i \hat{C}_i) \end{bmatrix}, \tilde{\Omega}_{21} = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{i\kappa_1^i}} \hat{B} \\ \vdots \\ \sqrt{\pi_{i\kappa_m^j}} \hat{B} \\ \sqrt{1-\pi_k^i} \hat{B} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Omega}_{31} = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{i\kappa_1^i}} \hat{R}_b \\ \vdots \\ \sqrt{\pi_{i\kappa_m^j}} \hat{R}_b \\ \sqrt{1-\pi_k^i} \hat{R}_b \end{bmatrix}, \Omega_{41} = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{i\kappa_1^i}} (\hat{R}_a G_i) \\ \vdots \\ \sqrt{\pi_{i\kappa_m^j}} (\hat{R}_a G_i) \\ \sqrt{1-\pi_k^i} (\hat{R}_a G_i) \end{bmatrix},$$

$$\Omega_{51} = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{i\kappa_1^i}} (\hat{R}_b \Phi M_i \hat{C}_i) \\ \vdots \\ \sqrt{\pi_{i\kappa_m^j}} (\hat{R}_b \Phi M_i \hat{C}_i) \\ \sqrt{1-\pi_k^i} (\hat{R}_b \Phi M_i \hat{C}_i) \end{bmatrix},$$

$$\bar{\Omega}_{22} = \text{diag} \left\{ -X_{\kappa_1^i} + \gamma_{i\kappa_1^i} \hat{L}_b \hat{L}_b^T, \dots, -X_{\kappa_m^j} + \gamma_{i\kappa_m^j} \hat{L}_b \hat{L}_b^T, \right. \\ \left. -X_j + \gamma_{ij} \hat{L}_b \hat{L}_b^T \right\},$$

$$\Omega_{22} = \text{diag} \left\{ -X_{\kappa_1^i} + \varepsilon_{i\kappa_1^i} \hat{L}_a \hat{L}_a^T + \gamma_{i\kappa_1^i} \hat{L}_b \hat{L}_b^T, \dots, -X_{\kappa_m^j} \right. \\ \left. + \varepsilon_{i\kappa_m^j} \hat{L}_a \hat{L}_a^T + \gamma_{i\kappa_m^j} \hat{L}_b \hat{L}_b^T, -X_j + \varepsilon_{ij} \hat{L}_a \hat{L}_a^T + \gamma_{ij} \hat{L}_b \hat{L}_b^T \right\},$$

$$\Omega_{44} = \text{diag} \left\{ -\varepsilon_{i\kappa_1^i} I, \dots, -\varepsilon_{i\kappa_m^j} I, -\varepsilon_{ij} I \right\},$$

$$\Omega_{55} = \bar{\Omega}_{33} = \text{diag} \left\{ -\gamma_{i\kappa_1^i} I, \dots, -\gamma_{i\kappa_m^j} I, -\gamma_{ij} I \right\},$$

$$\hat{L}_a = \begin{bmatrix} L_a^T & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T, \hat{L}_b = \begin{bmatrix} L_b^T & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T, \\ \hat{R}_a = \begin{bmatrix} R_a & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \hat{R}_b = \begin{bmatrix} R_b & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

آنگاه سیستم حلقه-بسته (۵) پایدار تصادفی مقاوم خواهد بود و بهره‌های کنترل کننده از رابطه‌ی $K_i = M_i Q_i^{-1}$ به دست می‌آید.

اثبات: اگر تابع لیاپانوف به صورت $V(k) = z^T(k) P_{\tau(k)} z(k)$ انتخاب شود، آنگاه:

$$\Delta V(k) = \mathbb{E} \{ V(k+1, \tau(k+1)) \} - V(k, \tau(k)) \\ \leq z^T(k) \left\{ \left((\hat{A} + \Delta \hat{A}) + (\hat{B} + \Delta \hat{B}) \Phi K_i \hat{C}_i \right)^T \bar{P}_j (\dots) \right\} z(k) \\ + \sigma^T(u(k)) \left\{ (\hat{B} + \Delta \hat{B})^T \bar{P}_j (\hat{B} + \Delta \hat{B}) \right\} \sigma(u(k)) \\ - z^T(k) \bar{P}_i z(k).$$

از آنجا که نامساوی (۷) ایجاب می‌کند که $(\hat{B} + \Delta \hat{B})^T \bar{P}_j (\hat{B} + \Delta \hat{B}) < \mu I$ می‌توان به رابطه زیر رسید:

$$\Delta V(k) \leq z^T(k) \left\{ \left((\hat{A} + \Delta \hat{A}) + (\hat{B} + \Delta \hat{B}) \Phi K_i \hat{C}_i \right)^T \bar{P}_j (\dots) \right\} z(k) \\ + \mu \sigma^T(u(k)) \sigma(u(k)) - z^T(k) \bar{P}_i z(k).$$

سپس با استفاده از فرض ۱، می‌توان به رابطه زیر رسید:

کنترل کننده فیدبک خروجی استاتیک، که نسبت به فیدبک حالت کاربردی‌تر و چالش برانگیزتر است، بر حسب نامساوی‌های ماتریسی خطی مطرح می‌گردد که به راحتی توسط الگوریتم‌های بهینه‌سازی محدب حل می‌شوند.

تعریف ۱: سیستم پرش مارکوف (۵) با هر شرط اولیه $(z(0), \tau_0)$ پایدار تصادفی مقاوم است اگر شرط $\mathbb{E} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \|z(k)\|^2 \mid z(0), \tau_0 \right\} < \infty$ برآورده شود که در آن $\mathbb{E}$ بیانگر اپراتور امید ریاضی است [۱۷].

لم ۱: فرض کنید ماتریس‌های $\Omega = \Omega^T$ ، L و R با ابعاد مناسب داده شده‌اند. برای همه F هایی که شرط $F^T(k)F(k) \leq I$ را برآورده می‌کنند، نامساوی $\Omega + LFR + R^T F^T L^T < 0$ برقرار است، اگر و تنها اگر، یک $\varepsilon > 0$ وجود داشته باشد به گونه‌ای که $\Omega + \varepsilon^{-1} L L^T + \varepsilon R^T R < 0$ باشد [۲۶].

لم ۲ (مکمل شُر): برای ماتریس متقارن Q ، رابطه زیر همواره برقرار است:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}^* & Q_{22} \end{bmatrix} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} Q_{11} > 0 \\ Q_{22} - Q_{12}^T Q_{11}^{-1} Q_{12} > 0 \end{cases} \\ \text{or} \begin{cases} Q_{22} > 0 \\ Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T > 0 \end{cases}$$

در ادامه شرایط کافی برای تعیین بهره‌های کنترل کننده فیدبک خروجی استاتیک وابسته به مد برای سیستم کنترل تحت شبکه در حضور تأخیرهای تصادفی شبکه، عدم قطعیت‌های مدل و عیب‌های عملکرد بیان شده و اثبات گردیده است.

قضیه ۱: سیستم حلقه-بسته رابطه (۵) را در نظر بگیرید. به ازاء $(i \in S)$ ، اگر ماتریس‌های $Q_i, M_i, G_i, X_i > 0$ و اسکالرهایی $\gamma_{ii} > 0, \varepsilon_{ii} > 0, \alpha > 0, \mu > 0$ وجود داشته باشند، به گونه‌ای که نامساوی‌های زیر برآورده گردند:

$$Q_i \hat{C}_i = \hat{C}_i G_i, \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} -\mu I & * & * \\ \tilde{\Omega}_{21} & \tilde{\Omega}_{22} & * \\ \tilde{\Omega}_{31} & 0 & \tilde{\Omega}_{33} \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

$$\Omega \triangleq \begin{bmatrix} -G_i - G_i^T + X_i & * & * & * & * \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} & * & * & * \\ M_i \hat{C}_i & 0 & -\alpha I & * & * \\ \Omega_{41} & 0 & 0 & \Omega_{44} & * \\ \Omega_{51} & 0 & 0 & 0 & \Omega_{55} \end{bmatrix} < 0, \quad (8)$$

$$\forall j \in S_{uk}^i$$

که در آن، عناصر “*” از تقارن به دست می‌آیند و همچنین:

که در آن،

$$\Omega_0 = \begin{bmatrix} -G_i^T X_i^{-1} G_i & * & * \\ \Omega_{21} & \bar{\Omega}_{22} & * \\ M_i \hat{C}_i & 0 & -\alpha I \end{bmatrix} < 0, \quad (11)$$

$$L_{\kappa_1^i}^a = [0 \quad \hat{L}_a^T \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T, L_{\kappa_m^i}^a = [0 \quad 0 \quad \dots \quad \hat{L}_a^T \quad 0]^T,$$

$$R_{\kappa_1^i}^a = [\sqrt{\pi_{\kappa_1^i}} \hat{R}_a G_i \quad 0 \quad \dots \quad 0],$$

$$R_{\kappa_m^i}^a = [\sqrt{\pi_{\kappa_m^i}} \hat{R}_a G_i \quad 0 \quad \dots \quad 0],$$

$$R_{ij}^a = [\sqrt{1-\pi_k^i} \hat{R}_a G_i \quad 0 \quad \dots \quad 0], L_j^a = [0 \quad \dots \quad 0 \quad \hat{L}_a^T \quad 0]^T,$$

$$L_{\kappa_1^i}^b = [0 \quad \hat{L}_b^T \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T, L_{\kappa_m^i}^b = [0 \quad \dots \quad \hat{L}_b^T \quad 0]^T,$$

$$R_{\kappa_1^i}^b = \sqrt{\pi_{\kappa_1^i}} [\hat{R}_b \Phi M_i \hat{C}_i \quad \hat{R}_b \quad 0 \quad \dots \quad 0],$$

$$R_{\kappa_m^i}^b = \sqrt{\pi_{\kappa_m^i}} [\hat{R}_b \Phi M_i \hat{C}_i \quad \hat{R}_b \quad 0 \quad \dots \quad 0],$$

$$L_j^b = [0 \quad \dots \quad 0 \quad \hat{L}_b^T \quad 0]^T,$$

$$R_{ij}^b = \sqrt{1-\pi_k^i} [\hat{R}_b \Phi M_i \hat{C}_i \quad \hat{R}_b \quad 0 \quad \dots \quad 0].$$

بنابراین با استفاده از لم ۱، می‌توان به رابطه زیر رسید:

$$\begin{aligned} \bar{\Omega} \triangleq \Omega_0 + \varepsilon_{\kappa_1^i} L_{\kappa_1^i}^a (L_{\kappa_1^i}^a)^T + \varepsilon_{\kappa_1^i}^{-1} (R_{\kappa_1^i}^a)^T R_{\kappa_1^i}^a + \dots + \varepsilon_{\kappa_m^i} L_{\kappa_m^i}^a (L_{\kappa_m^i}^a)^T \\ + \varepsilon_{\kappa_m^i}^{-1} (R_{\kappa_m^i}^a)^T R_{\kappa_m^i}^a + \varepsilon_{ij} L_j^a (L_j^a)^T + \varepsilon_{ij}^{-1} (R_{ij}^a)^T R_{ij}^a \\ + \gamma_{\kappa_1^i} L_{\kappa_1^i}^b (L_{\kappa_1^i}^b)^T + \gamma_{\kappa_1^i}^{-1} (R_{\kappa_1^i}^b)^T R_{\kappa_1^i}^b + \dots + \gamma_{\kappa_m^i} L_{\kappa_m^i}^b (L_{\kappa_m^i}^b)^T \\ + \gamma_{\kappa_m^i}^{-1} (R_{\kappa_m^i}^b)^T R_{\kappa_m^i}^b + \gamma_{ij} L_j^b (L_j^b)^T + \gamma_{ij}^{-1} (R_{ij}^b)^T R_{ij}^b < 0. \end{aligned}$$

با استفاده از لم شر و این حقیقت که برای $X_i > 0$ همواره $-G_i^T X_i^{-1} G_i \leq -G_i - G_i^T + X_i$ ، برای حصول رابطه فوق کافی است که نامساوی (۸) برقرار باشد.

اکنون سؤالی که مطرح می‌شود این است که قید تساوی (۶) چگونه باید حل شود. از آنجاکه ماتریس‌های $\hat{C}_i$ ، دارای رتبه سطری کامل هستند، همیشه ماتریس‌های متعامد $U \in \mathbb{R}^{p \times p}$ و $V_i \in \mathbb{R}^{(r+1)n \times (r+1)n}$ به‌زای $i \in S$ به‌صورت زیر وجود دارد:

$$\tilde{C}_i \triangleq U \hat{C}_i V_i = U \tilde{C}_i [V_{i1} \quad V_{i2}] = [\Sigma \quad 0]$$

که در رابطه فوق $V_{i2} \in \mathbb{R}^{(r+1)n \times (r+1)n - r}$ ، $V_{i1} \in \mathbb{R}^{(r+1)n \times p}$ و $\Sigma = \text{diag}\{\sigma_1, \dots, \sigma_p\}$ است، که $\sigma_r (r=1, \dots, p)$ مقادیر تکیین غیرصفر $\hat{C}_i$ هستند [۲۳].

لم ۳: برای $\hat{C}_i$ با رتبه p ، اگر به‌زای $i \in S$ ماتریس‌های G_i با رتبه کامل و ساختاری به‌فرم زیر وجود داشته باشند، آنگاه ماتریس‌های ناویژه‌ی Q_i وجود دارند به‌گونه‌ای که معادله تساوی (۶) را برآورده کند:

$$G_i = V_i \begin{bmatrix} G_{i1} & 0 \\ G_{i2} & G_{i3} \end{bmatrix} V_i^T = V_{i1} G_{i1} V_{i1}^T + V_{i2} G_{i2} V_{i1}^T + V_{i2} G_{i3} V_{i3}^T.$$

که در رابطه‌ی فوق $G_{i1} \in \mathbb{R}^{p \times p}$ و $G_{i2} \in \mathbb{R}^{l(r+1)n-1-p}$ و $G_{i3} \in \mathbb{R}^{l(r+1)n-p \times l(r+1)n-p}$ می‌باشد [۲۳].

نتیجه ۱: سیستم حلقه بسته‌ی (۵) را در نظر بگیرید. به‌زای $i \in S$ ، اگر ماتریس‌های مثبت معین و متقارن X_i ، ماتریس‌های G_{i1}

$$\begin{aligned} \Delta V(k) \leq z^T(k) \left\{ \left((\hat{A} + \Delta \hat{A}) + (\hat{B} + \Delta \hat{B}) \Phi K_i \hat{C}_i \right)^T \bar{P}_j (\dots) \right\} z(k) \\ + \mu \rho u^T(k) u(k) - z^T(k) \tilde{P}_j z(k) \\ \leq z^T(k) \left\{ \left((\hat{A} + \Delta \hat{A}) + (\hat{B} + \Delta \hat{B}) \Phi K_i \hat{C}_i \right)^T \bar{P}_j (\dots) \right\} z(k) \\ + \mu \rho z^T(k) (K_i \hat{C}_i)^T (K_i \hat{C}_i) z(k) - z^T(k) \tilde{P}_j z(k). \end{aligned}$$

از $\Delta V(k) < 0$ به‌راحتی می‌توان نشان داد که $\mathbb{E} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \|z_k\|^2 \mid z(0), \tau_0 \right\} < \infty$ می‌باشد. لذا طبق تعریف ۱ پایداری تصادفی مقاوم سیستم حلقه بسته تضمین شده است. بدیهی است که رابطه فوق برای $\Delta V(k) < 0$ معادل است با:

$$\begin{aligned} \left((\hat{A} + \Delta \hat{A}) + (\hat{B} + \Delta \hat{B}) \Phi K_i \hat{C}_i \right)^T \bar{P}_j \\ \left((\hat{A} + \Delta \hat{A}) + (\hat{B} + \Delta \hat{B}) \Phi K_i \hat{C}_i \right) \\ + \mu \rho (K_i \hat{C}_i)^T (K_i \hat{C}_i) - \tilde{P}_j < 0. \end{aligned} \quad (9)$$

رابطه (۹) را که در واقع یک نامساوی ماتریسی غیرخطی است از سمت چپ در G_i^T و از سمت راست در G_i ضرب کرده و سپس با بهره‌گیری از لم شر و تعریف $X_i \triangleq \tilde{P}_i^{-1}$ ، $\alpha = (\mu \rho)^{-1}$ و $K_i \hat{C}_i G_i \triangleq M_i \hat{C}_i$ ، نامساوی (۱۰) حاصل می‌شود:

$$\bar{\Omega} = \begin{bmatrix} -G_i^T X_i^{-1} G_i & * & * \\ \bar{\Omega}_{21} & \bar{\Omega}_{22} & * \\ M_i \hat{C}_i & 0 & -\alpha I \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

که در آن،

$$\bar{\Omega}_{21} = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{\kappa_1^i}} ((\hat{A} + \Delta \hat{A}) G_i + (\hat{B} + \Delta \hat{B}) \Phi M_i \hat{C}_i) \\ \vdots \\ \sqrt{\pi_{\kappa_m^i}} ((\hat{A} + \Delta \hat{A}) G_i + (\hat{B} + \Delta \hat{B}) \Phi M_i \hat{C}_i) \\ \sqrt{1-\pi_k^i} ((\hat{A} + \Delta \hat{A}) G_i + (\hat{B} + \Delta \hat{B}) \Phi M_i \hat{C}_i) \end{bmatrix}.$$

آنگاه $\bar{\Omega}_{21}$ را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

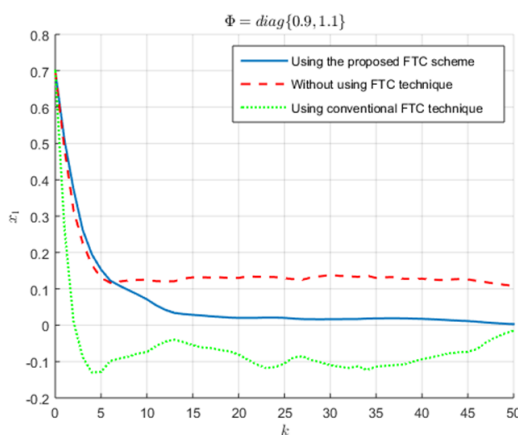
$$\bar{\Omega}_{21} = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi_{\kappa_1^i}} (A + (\hat{L}_a F_a \hat{R}_a G_i) + (\hat{L}_b F_b \hat{R}_b \Phi M_i \hat{C}_i)) \\ \vdots \\ \sqrt{\pi_{\kappa_m^i}} (A + (\hat{L}_a F_a \hat{R}_a G_i) + (\hat{L}_b F_b \hat{R}_b \Phi M_i \hat{C}_i)) \\ \sqrt{1-\pi_k^i} (A + (\hat{L}_a F_a \hat{R}_a G_i) + (\hat{L}_b F_b \hat{R}_b \Phi M_i \hat{C}_i)) \end{bmatrix}.$$

که در آن $A = (\hat{A} G_i + \hat{B} \Phi M_i \hat{C}_i)$ می‌باشد. در نتیجه نامساوی (۱۰) را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

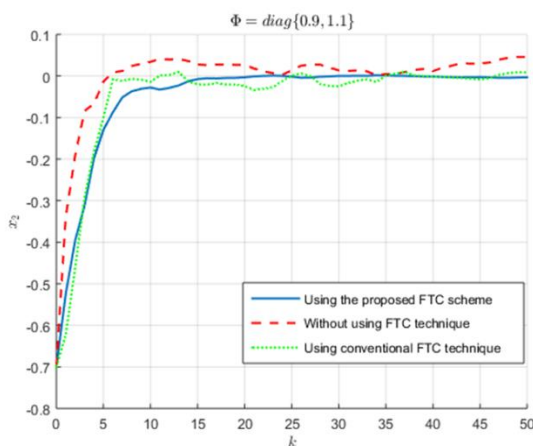
$$\begin{aligned} \bar{\Omega} \triangleq \Omega_0 + L_{\kappa_1^i}^a F_a R_{\kappa_1^i}^a + (L_{\kappa_1^i}^a F_a R_{\kappa_1^i}^a)^T + \dots + L_{\kappa_m^i}^a F_a R_{\kappa_m^i}^a \\ + (L_{\kappa_m^i}^a F_a R_{\kappa_m^i}^a)^T + L_j^a F_a R_{ij}^a + (L_j^a F_a R_{ij}^a)^T \\ + L_{\kappa_1^i}^b F_b R_{\kappa_1^i}^b + (L_{\kappa_1^i}^b F_b R_{\kappa_1^i}^b)^T + \dots + L_{\kappa_m^i}^b F_b R_{\kappa_m^i}^b \\ + (L_{\kappa_m^i}^b F_b R_{\kappa_m^i}^b)^T + L_j^b F_b R_{ij}^b + (L_j^b F_b R_{ij}^b)^T < 0. \end{aligned}$$

شکل ۲: یک تحقق تصادفی از زنجیره مارکوف حاصل از ماتریس احتمال انتقال (۱۲)

شکل های ۳ و ۴ پاسخ زمانی متناظر با متغیر حالت دوم و اول و دوم سیستم را تحت کنترل کننده پیشنهادی طراحی شده، تحت کنترل کننده استاندارد (کنترل کننده طراحی شده برای حالت کارکرد نرمال و بدون عیب) و تحت کنترل کننده تحمل پذیر عیب مرسوم نشان می دهد. کنترل کننده تحمل پذیر عیب مرسوم به کنترل کننده تحمل پذیر عیبی اطلاق می شود که تنها ماتریس عیب بدون در نظر گرفتن اختلالات تصادفی مانند مدل استفاده شده در مرجع [۵]، در روند طراحی لحاظ گردیده است. لازم به ذکر است که بنابر تصادفی بودن زنجیره مارکوف تولید شده شبیه سازی به صورت مونت کارلو صورت گرفته است. شکل های ۳ و ۴ کارایی بهتر کنترل کننده پیشنهادی نسبت به کنترل کننده استاندارد و کنترل کننده تحمل پذیر عیب مرسوم را نشان می دهند.



شکل ۳: پاسخ زمانی متغیر حالت x_1 تحت کنترل کننده FTC پیشنهادی، تحت کنترل کننده استاندارد (طراحی شده برای حالت کارکرد بدون عیب) و تحت کنترل کننده FTC مرسوم (طراحی شده با در نظر گرفتن مدل عیب مرسوم در مطالعات گذشته مانند [۵])



شکل ۴: پاسخ زمانی متغیر حالت x_2 تحت کنترل کننده FTC پیشنهادی (۱۳)، تحت کنترل کننده استاندارد (طراحی شده برای

M_i, G_{i3}, G_{i2} ، و اسکالرهای $\mu > 0$ ، $\alpha > 0$ ، $\varepsilon_{ii} > 0$ و $\gamma_{ii} > 0$ ، وجود داشته باشند، به گونه ای که نامساوی های (۷) و (۸) برآورده گردند، آنگاه سیستم حلقه-بسته (۵) پایدار تصادفی مقاوم خواهد بود و بهره های کنترل کننده از رابطه $K_i = M_i U \Sigma G_{i1}^{-1} \Sigma^{-1} U$ به دست می آید.

۴- شبیه سازی های عددی

به منظور نشان دادن کارایی روش پیشنهادی و مقایسه آن با راه حل های موجود، در این بخش به ارزیابی کنترل کننده مطرح شده با در نظر گرفتن سناریوهای مختلف برای عیب پرداخته می شود.

مثال ۱ (مثال عددی): ماتریس های سیستم رابطه (۱) به صورت

زیر فرض می شود:

$$A = \begin{bmatrix} 1.001 & 0.11 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.6 \\ 0.7 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$L_a = \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}, L_b = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix},$$

$$R_a = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix}, R_b = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}.$$

با فرض $\tau = 3$ ، تأخیر τ_k به وسیله یک زنجیره مارکوف با ماتریس احتمال انتقال پاره ای نامعینی به صورت زیر مدل می شود:

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.6 & ? & ? & 0 \\ ? & 0.4 & ? & 0 \\ 0.5 & 0.3 & ? & ? \\ 0.2 & ? & ? & ? \end{bmatrix} \quad (12)$$

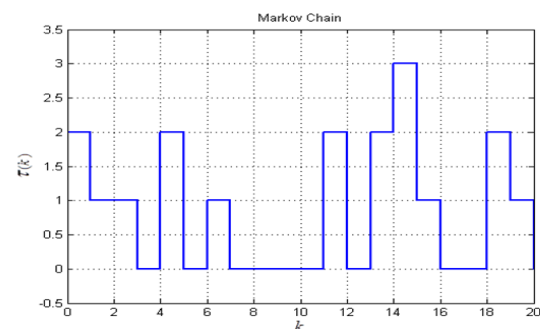
یک تحقق تصادفی از زنجیره مارکوف تولید شده توسط ماتریس احتمال انتقال فوق در شکل ۲ نشان داده شده است.

شرایط ۱: شرایط اولیه، ماتریس عیب و اختلال تصادفی در نظر

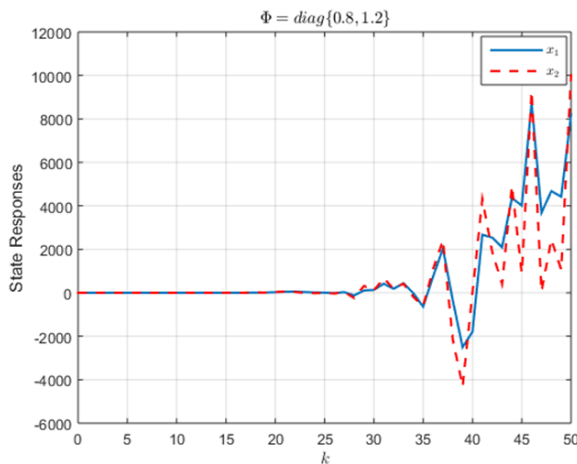
گرفته شده در سناریوی عیب به ترتیب $x_0 = [0.7 \ -0.7]^T$ ، $\sigma(u(k)) = \begin{cases} 0 & u(k) \in [-0.5, 0.5] \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$ و $\Phi = \text{diag}\{0.9, 1.1\}$ می باشد. با حل نامساوی های نتیجه ۱ بهره های کنترل کننده طراحی شده به صورت زیر به دست می آید:

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.2934 \\ -0.2847 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} -0.0856 \\ -0.0820 \end{bmatrix},$$

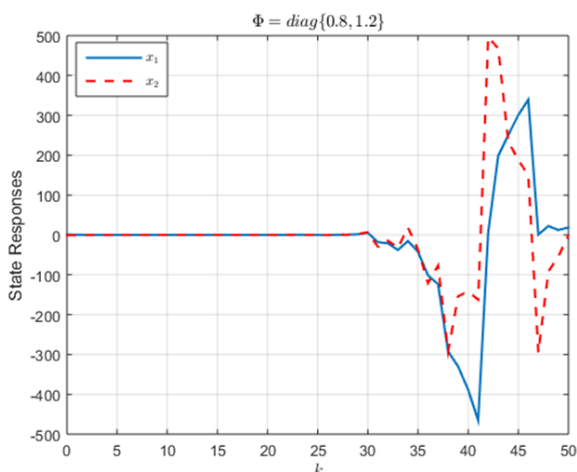
$$K_3 = \begin{bmatrix} -0.0079 \\ -0.0023 \end{bmatrix}, K_4 = \begin{bmatrix} -0.0448 \\ -0.0384 \end{bmatrix}. \quad (13)$$



مثال ۲ (سیستم دو-تانک): یک سیستم متشکل از دو تانک به گونه‌ای که در شکل ۸ نشان داده شده است در نظر بگیرید. مایع به وسیله‌ی دو پمپ به تانک‌های یک و دو وارد می‌شود. مدل ریاضی خطی شده این سیستم حول $h_1^s = h_2^s = 0.1 \text{ m}$ به صورت زیر می‌باشد [۲۷]:



شکل ۶: پاسخ زمانی حالت‌های سیستم تحت کنترل کننده استاندارد (طراحی شده برای حالت کارکرد نرمال)



شکل ۷: پاسخ زمانی حالت‌های سیستم تحت کنترل کننده تحمل پذیر عیب مرسوم (طراحی شده با در نظر گرفتن مدل عیب مرسوم در مطالعات گذشته مانند [۵])

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{k}{2F\sqrt{h_1^s}} & 0 \\ \frac{k}{2F\sqrt{h_1^s}} & -\frac{k}{2F\sqrt{h_2^s}} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{F} & 0 \\ 0 & \frac{1}{F} \end{bmatrix} u(t),$$

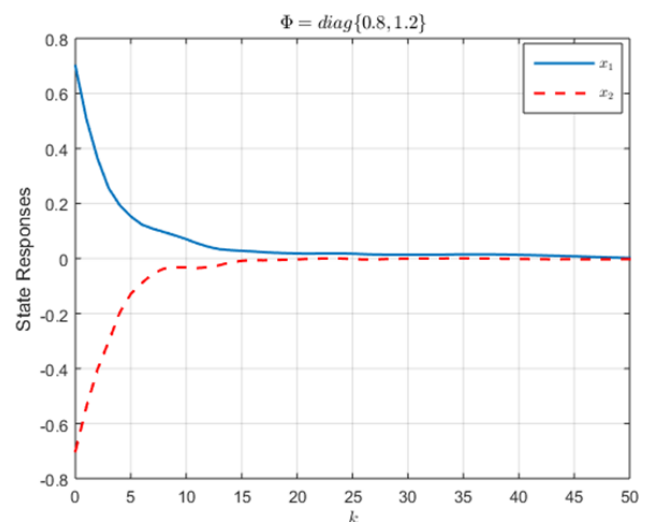
که در آن، h_1 و h_2 سطوح مایع در تانک‌های یک و دو می‌باشند؛ $F = 12/566 \text{ cm}^2$ مساحت سطح مقطع تانک‌ها و $k = 3/667 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ ثابت جریان می‌باشد. با گسسته سازی این سیستم با روش اولر و زمان نمونه برداری 1s و در نظر گرفتن سطح تانک یک به عنوان خروجی، پارامترهای سیستم گسسته-زمان (۱) به صورت زیر به دست می‌آید:

حالت کارکرد نرمال) و تحت کنترل کننده FTC مرسوم (طراحی شده با در نظر گرفتن مدل عیب مرسوم در مطالعات گذشته مانند [۵])

شرایط ۲: ماتریس عیب در این سناریو به صورت $\Phi = \text{diag}\{0.8, 1.2\}$ در نظر گرفته می‌شود، درحالی‌که شرایط اولیه و اختلال تصادفی در مدل عیب مشابه حالت قبل است. به عبارت دیگر در این مدل عیب از دست دادن اثربخشی عملگرها نسبت به حالت قبل بیشتر است. با حل نامساوی‌های قضیه ۱ بهره‌های کنترل کننده طراحی شده به صورت زیر به دست می‌آید:

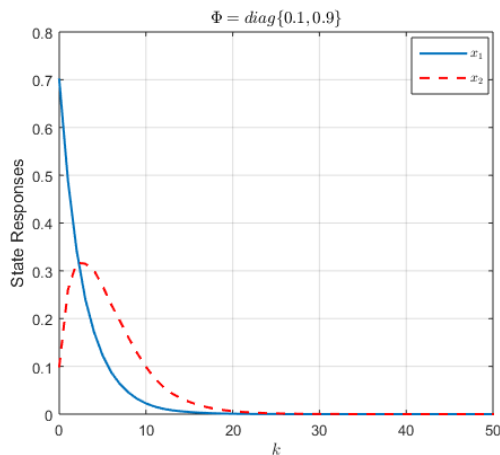
$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.2560 \\ -0.2997 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} -0.0749 \\ -0.0866 \end{bmatrix}, \\ K_3 = \begin{bmatrix} -0.0073 \\ -0.0029 \end{bmatrix}, K_4 = \begin{bmatrix} -0.0395 \\ -0.0410 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

با اعمال کنترل کننده وابسته به مد (۱۴) به سیستم، پاسخ زمانی حالت‌های سیستم با شبیه سازی به صورت مونت کارلو در شکل ۵ نشان داده شده‌اند. همان طور که از شکل ۵ مشخص است، سیستم حلقه-بسته در حضور عیب پایدار تصادفی می‌باشد که کارایی کنترل کننده پیشنهادی را نشان می‌دهد.

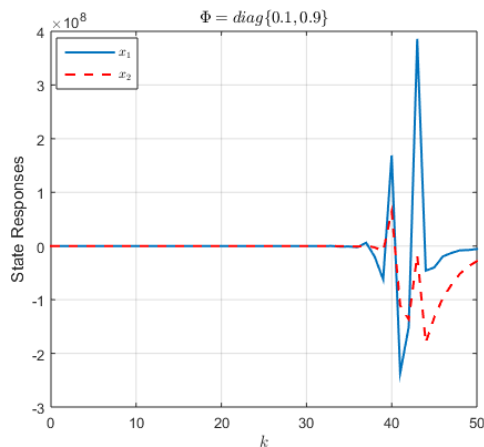


شکل ۵: پاسخ زمانی حالت‌های سیستم تحت کنترل کننده تحمل پذیر عیب پیشنهادی (۱۴)

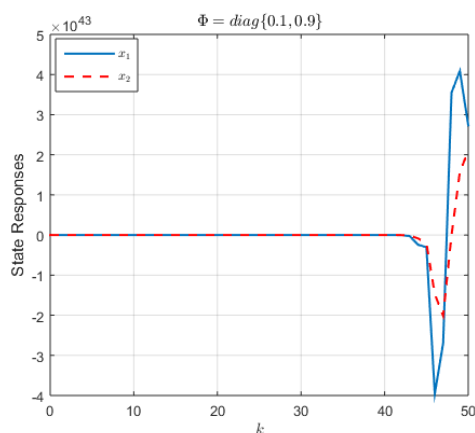
علاوه بر این به منظور نشان دادن اهمیت و برتری روش پیشنهادی مشابه حالت قبل پاسخ زمانی حالت‌های سیستم تحت کنترل کننده استاندارد (کنترل کننده طراحی شده برای حالت بدون عیب) و کنترل کننده تحمل پذیر عیب مرسوم به ترتیب در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است. از شکل‌های ۶ و ۷ به خوبی مشخص است سیستم حلقه- بسته پایدار تصادفی نیست که عدم کارایی کنترل کننده‌های استاندارد و تحمل پذیر عیب مرسوم در حفظ پایداری و عملکرد مطلوب سیستم در حضور عیب را نشان می‌دهد. در نتیجه ضرورت و اهمیت روش پیشنهادی در نتایج شبیه سازی واضح است.



شکل ۹: پاسخ زمانی حالت‌های سیستم تحت کنترل کننده تحمل پذیر عیب (۱۵)



شکل ۱۰: پاسخ زمانی حالت‌های سیستم تحت کنترل کننده استاندارد



شکل ۱۱: پاسخ زمانی حالت‌های سیستم تحت کنترل کننده تحمل پذیر عیب مرسوم

در ادامه برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی برای τ های بزرگتر، با در نظر گرفتن $\tau = 4$ و ماتریس احتمال انتقال متناظر به صورت زیر:

$$A = \begin{bmatrix} 0.6907 & 0 \\ 0.2556 & 0.6907 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.1900 & 0 \\ 0.0660 & 0.1900 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

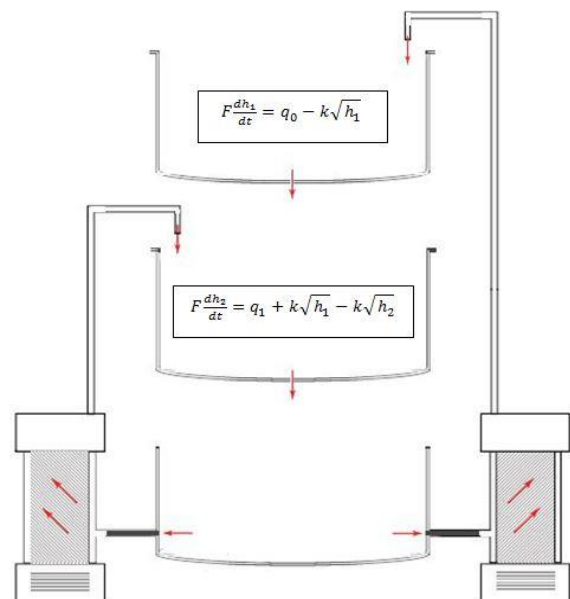
عدم قطعیت‌های مدل و ماتریس احتمال انتقال زنجیره مارکوف مشابه مثال ۱ در نظر گرفته می‌شود. با در نظر گرفتن شرایط اولیه $x_0 = [0.7 \ 0.1]$ و سناریوی عیب با ماتریس عیب $\Phi = \text{diag}\{0.1, 0.9\}$ و اختلال تصادفی $\sigma(u(k), k)w(k) = 10u(k)\cos(u(k))w(k)$ بهره‌های کنترل کننده تحمل پذیر عیب پیشنهادی از حل نامساوی‌های نتیجه ۱ به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.0307 \\ -0.1409 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} -0.0103 \\ -0.0520 \end{bmatrix},$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -0.0039 \\ -0.0244 \end{bmatrix}, K_4 = \begin{bmatrix} -0.0031 \\ -0.0231 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

شکل ۹ پاسخ زمانی حالت‌های سیستم را با اعمال کنترل کننده وابسته به مد (۱۵) و شبیه سازی به صورت مونت کارلو نشان می‌دهد. همان گونه که از نتایج شبیه سازی مشخص است سیستم حلقه بسته در حضور عیب، پایدار تصادفی می‌باشد که کارایی کنترل کننده پیشنهادی را نشان می‌دهد.

علاوه بر این به منظور نشان دادن اهمیت و برتری روش پیشنهادی مشابه مثال قبل پاسخ زمانی حالت‌های سیستم تحت کنترل کننده استاندارد و کنترل کننده تحمل پذیر عیب مرسوم به ترتیب در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است. این شکل‌ها بیانگر عدم کارایی کنترل کننده‌های استاندارد و تحمل پذیر عیب مرسوم در حفظ پایداری و عملکرد مطلوب سیستم حلقه بسته در حضور عیب را نشان می‌دهد. در نتیجه ضرورت و اثربخشی روش پیشنهادی در نتایج شبیه سازی واضح است.



شکل ۸: سیستم دو-تانک

های عددی به منظور تأیید مباحث تئوری و نشان دادن کارایی روش پیشنهادی، ارائه شده است. ضمن نشان دادن کارایی و برتری روش پیشنهادی، مشاهده گردید که با بزرگ شدن دامنه عیوب، کنترل کننده ی طراحی شده بر اساس مدل های پیشین قادر به پایداری سازی سیستم نمی باشد. این امر بیان کننده آن است که نادیده گرفتن اختلالات تصادفی در مدل عیب کارایی و حتی پایداری سیستم را تحت تأثیر قرار می دهد. به منظور پیشنهاد برای تحقیقات آینده می توان در مدل پیشنهادی عناصر ماتریس عیب را نیز به صورت نامعین با کران های مشخص در نظر گرفت. هم چنین می توان روش پیشنهادی را برای سیستم های کنترل تحت شبکه با دینامیک غیر خطی نیز تعمیم داد.

مراجع

- [1] M. T. Hamayun, C. Edwards and H. Alwi, Design and analysis of an integral sliding mode fault tolerant control scheme, In Fault Tolerant Control Schemes Using Integral Sliding Modes, Springer, 2016.
- [2] C. Peng, T.C. Yang and E.G. Tian, "Robust fault-tolerant control of networked control systems with stochastic actuator failure," IET Control Theory & Applications, vol. 4, no. 12, pp. 3003-3011, 2010.
- [3] L.Y. Hao, J.H. Park and D. Ye, "Integral sliding mode fault-tolerant control for uncertain linear systems over networks with signals quantization," IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, vol. 28, no. 9, pp. 2088-2100, 2017.
- [4] J. Chen, W. Zhang and Y.Y. Cao, "Robust reliable feedback controller design against actuator faults for linear parameter-varying systems in finite-frequency domain," IET Control Theory & Applications, vol. 9, no. 10, pp. 1595-1607, 2015.
- [5] B. Liu, B. Qiu, Y. Cui, and J. Sun, "Fault-tolerant H_∞ control for networked control systems with randomly occurring missing measurements," Neurocomputing, vol. 175, pp.459-465, 2016.
- [6] F.Y. Wang, and Liu. Derong, Networked control systems: Theory and Applications, Springer-Verlag, London, 2008.
- [7] X.M. Zhang, Q.L. Han and X. Yu, "Survey on recent advances in networked control systems," IEEE Transactions on Industrial Informatics, vol. 12, no. 5, pp. 1740-1752, 2016.
- [8] D. Zhang, P. Shi, Q.G. Wang and L. Yu, "Analysis and synthesis of networked control systems: a survey of recent advances and challenges," ISA Transactions, vol. 66, pp. 376-392, 2017.
- [9] J.P. Hespanha, P. Naghshtabrizi and Y. Xu, "A survey of recent results in networked control systems," Proceedings of the IEEE, vol. 95, no. 1, pp. 138-162, 2007.
- [10] L. Zhang, H. Gao and O. Kaynak, "Network-induced constraints in networked control systems—A survey," IEEE Transactions on Industrial Informatics, vol. 9, no. 1, pp. 403-416, 2013.
- [11] A. Farnam and R.M. Esfanzani, "Improved stabilization method for networked control systems with variable transmission delays and packet dropout," ISA Transactions, vol. 53, no. 6, pp. 1746-1753, 2014.
- [12] D. Yue, Q.L. Han and J. Lam, "Network-based robust H_∞ control of systems with uncertainty," Automatica, vol. 41, no. 6, pp. 999-1007, 2005.
- [13] L. Zhang, Y. Shi, T. Chen and B. Huang, "A new method for stabilization of networked control systems with random delays," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 50, no. 8, pp. 1177-1181, 2005.
- [14] L. Xiao, A. Hassibi and J.P. How, "Control with random communication delays via a discrete-time jump system approach," In American Control Conference, pp. 2199-2204, 2000.
- [15] L. Zhang, Y. Shi, T. Chen and B. Huang, "A new method for stabilization of networked control systems with random delays," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 50, no. 8, pp. 1177-1181, 2005.
- [16] J. Wu and T. Chen, "Design of networked control systems with packet dropouts," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 52, no. 7, pp. 1314-1319, 2007.

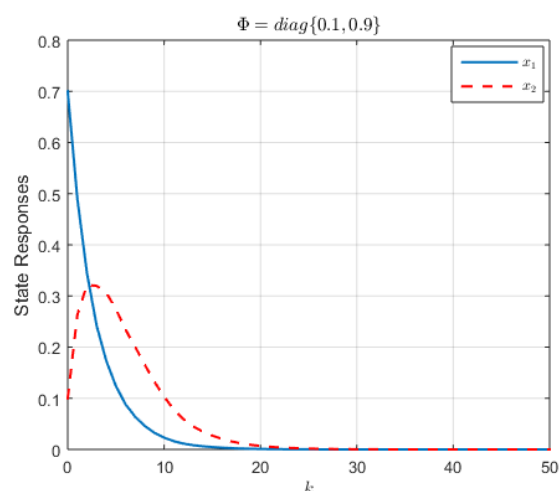
$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.6 & ? & ? & 0 & 0 \\ ? & 0.4 & ? & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.3 & ? & ? & ? \\ 0.2 & ? & ? & ? & 0.3 \\ ? & ? & 0.5 & 0.2 & 0.1 \end{bmatrix},$$

کنترل کننده تحمل پذیر عیب پیشنهادی با فرض شرایط اولیه و سناریو عیب مشابه قبل، به صورت زیر از حل نامساوی های (۷) و (۸) به دست می آید:

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.0345 \\ -0.1655 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} -0.0123 \\ -0.0634 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -0.0053 \\ -0.0321 \end{bmatrix}, K_4 = \begin{bmatrix} -0.0006 \\ -0.0044 \end{bmatrix}, K_5 = \begin{bmatrix} -0.0013 \\ -0.0100 \end{bmatrix}.$$

شکل ۱۲ پاسخ زمانی حالت های سیستم را با اعمال کنترل کننده وابسته به مد (۱۶) و شبیه سازی به صورت مونت کارلو نشان می دهد. همان گونه که از نتایج شبیه سازی مشخص است سیستم حلقه-بسته در حضور عیب، پایدار تصادفی می باشد که کارایی کنترل کننده پیشنهادی را نشان می دهد.



شکل ۱۲: پاسخ زمانی حالت های سیستم تحت کنترل کننده (۱۶)

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، با توجه به ماهیت تصادفی شبکه ی ارتباطی با در نظر گرفتن تأخیرهای تصادفی در مسیرهای حسگر-کنترل کننده و کنترل کننده-عملگر و همچنین معرفی یک مدل جامع و کاربردی برای عیب عملگرها، سیستم کنترل تحت شبکه در چارچوب یک سیستم پرش مارکوف با احتمالات انتقال به صورت پاره ای نامعین مدل شده است. سپس با توجه به تعریف پایداری تصادفی، شرایط کافی برای تعیین بهره های کنترل کننده فیدبک خروجی استاتیک وابسته به مد به منظور پایداری سازی تصادفی قابل اطمینان سیستم حلقه-بسته در قالب نامساوی های ماتریسی خطی جدید بیان شده است.

لازم به ذکر است که مدل پیشنهادی در این مقاله برای عیب عملگر، با در نظر گرفتن اختلالات تصادفی قادر به مدل سازی دسته وسیع تری از عیوب بوده و به واقعیت نزدیک تر می باشد. در نهایت نتایج شبیه سازی

کنترل تحت شبکه با رویکرد سیستم‌های پرش مارکوف»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، دوره ۴۶، شماره ۲، صفحه ۳۵-۲۵، تابستان ۱۳۹۵.

[24] L. Qiu, Y. Shi, J. Pan, B. Xu and H. Li, "Robust control for a networked direct-drive linear motion control system: design and experiments," *Information Sciences*, vol. 370, pp. 725-742, 2016.

[۲۵] مریم کازرونی، علیرضا خیاطیان، سید علی اکبر صفوی، «کنترل

غیرمتمرکز H_∞ تحمل پذیر عیب بر اساس مشاهده گر برای سیستم‌های

غیرخطی به هم متصل شامل تأخیر زمانی»، مجله مهندسی برق دانشگاه

تبریز، جلد ۴۷، شماره ۲، صفحه ۶۶۳-۶۵۳، تابستان ۱۳۹۶.

[26] L. Xie, "Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty," *International Journal of Control*, vol. 63, no. 4, pp. 741-750, 1996.

[27] M. Witczak, M. Buciakowski and C. Aubrun, "Predictive actuator fault-tolerant control under ellipsoidal bounding," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 30, no. 2, pp. 375-392, 2016.

[17] L. Zhang, T. Yang, P. Shi and Y. Zhu, *Analysis and design of Markov jump systems with complex transition probabilities*, Springer International Publishing, 2016.

[18] P. Shi and F. Li, "A survey on Markovian jump systems: modeling and design," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 13, no. 1, pp. 1-16, 2015.

[19] M.F. Braga, C.F. Morais, R.C. Oliveira and P.L. Peres, "Robust stability and stabilization of discrete-time Markov jump linear systems with partly unknown transition probability matrix," *In American Control Conference (ACC)*, pp. 6784-6789, 2013.

[20] L. Zhang and J. Lam, "Necessary and sufficient conditions for analysis and synthesis of Markov jump linear systems with incomplete transition descriptions," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, no. 7, pp. 1695-1701, 2010.

[21] M. Shen, S. Yan, G. Zhang and J.H. Park, "Finite-time H_∞ static output control of Markov jump systems with an auxiliary approach," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 273, pp. 553-561, 2016.

[22] M. Shen, S. Yan and G. Zhang, "A new approach to event-triggered static output feedback control of networked control systems," *ISA Transactions*, vol. 65, pp. 468-474, 2016.

[۲۳] محسن بحرینی، طاهره بینازاده، ملیحه مغفوری فرسنگی، جعفر زارعی،

«پایدارسازی تصادفی زمان-محدود توسط فیدبک خروجی برای سیستم

زیر نویس ها

¹ Networked control systems

² Markovian jump systems

³ Linear matrix inequalities