

شبیه‌سازی المان محدود انتشار امواج فراصوتی طولی در آمیزه‌ی لاستیکی با استفاده از مدل آرودا-بویس

ابوالفضل فورگی نژاد*

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی بیرجند، بیرجند، ایران

محمد لاهی

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

چکیده

امروزه به منظور جلوگیری از بسیاری از آزمایش‌های هزینه‌بر، برای دستیابی به یک تخمین اولیه از روش‌های شبیه‌سازی استفاده می‌شود. یکی از روش‌های معمول که نرم‌افزارهای تجاری متعددی هم بر پایه آن بسط یافته است، روش المان محدود است. در پژوهش حاضر تلاش گردیده است تا با استفاده از مدل-سازی لاستیک در یک نرم‌افزار المان محدود نحوه‌ی انتشار امواج فراصوتی طولی در آمیزه‌های لاستیکی مورد بررسی قرار گیرد. با تعریف لاستیک به عنوان یک ماده‌ی ابرکشسان و استفاده از مدل آرودا-بویس، آمیزه‌ی لاستیکی به نرم‌افزار المان محدود معرفی گردید و انتشار امواج فراصوتی طولی از دو منظر کیفی و کمی مورد ارزیابی قرار گرفت. به منظور ارزیابی کمی آمیزه‌ی لاستیکی ساخته شد و سرعت انتشار امواج فراصوتی طولی در آن اندازه‌گیری گردید. مقایسه سرعت انتشار امواج فراصوتی طولی بدست آمده از مدل المان محدود و داده‌های تجربی نشان می‌دهد که مدل آرودا-بویس از دقت بالایی در تخمین سرعت برخوردار است. شبیه‌سازی المان محدود پیشنهاد شده با توجه به دقت نتایج، روشی بسیار مناسب برای تفسیر و ارزیابی مسائل پیچیده مرتبط با انتشار امواج فراصوتی طولی در مواد لاستیکی می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: آزمون غیر مخرب، امواج فراصوتی طولی، آمیزه‌ی لاستیکی، روش المان محدود، مدل ابرکشسان.

Finite element simulation of propagation of longitudinal ultrasonic waves in a rubber compound using the Arruda - Boyce model

A. Foorginejad

Department of Mechanical Engineering, Birjand University of Technology, Birjand, Iran

M. Lakhi

Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

Abstract

Nowadays, simulation methods are used to obtain a preliminary estimate, in order to avoid many costing experiments. One of the common ways in which multiple commercial software has been developed based on it, is the finite element method. The present study has been tried by using the modeling of rubber in a finite element software, the patterns of propagation of longitudinal ultrasonic waves in rubber compounds are investigated. By definition of rubber as a hyperelastic material and by using of the Arruda-Boyce model for a rubber compound introduced into the finite element software, and the propagation of longitudinal ultrasonic waves was evaluated from two qualitative and quantitative perspectives. In order to quantitatively evaluate the proposed finite element model, a rubber compound was produced and the propagation velocity of the ultrasonic waves was measured. The comparison of the propagation velocity of longitudinal ultrasonic waves obtained from the finite element model and experimental data shows that the Arruda-Boyce model has a high accuracy in velocity estimation. Simulated proposed finite element is a very suitable method for interpreting and evaluating complex problems associated with the propagation of longitudinal ultrasonic waves in rubber materials, due to the accuracy of the results.

Keywords: Non-Destructive Test, Longitudinal Ultrasonic Waves, Rubber Compound, Finite Element Method, Hyperelastic Model.

فراصوتی^۲ است. در ابتدا از این روش برای تشخیص عیوب در قطعات استفاده می‌گردید. تشخیص عیوب با ارسال موج فراصوتی به داخل ماده، بررسی زمان برگشت موج و همچنین شکل و دامنه آن میسر می‌شود. همچنین محل قرارگیری عیب نیز با توجه به سرعت انتشار امواج در ماده و زمان رفت و برگشت موج قابل محاسبه است. با توجه به اینکه سرعت انتشار امواج در یک ماده متأثر از خواص فیزیکی و مکانیکی ماده مانند ساختار، چگالی^۳، مدول یانگ^۴، ضریب پواسون^۵ و

۱- مقدمه

آزمون‌های غیرمخرب^۱ با توجه به ماهیت آن‌ها، علاوه بر اینکه فیزیک ماده را تحت تاثیر قرار نمی‌دهد، خواص و ساختار مواد را نیز تغییر نمی‌دهد امروزه این نوع آزمون‌ها برای کنترل کیفیت در بازه وسیعی از مواد، از مواد غذایی گرفته تا فلزات صنعتی و صنایع هوافضا مورد استفاده قرار می‌گیرند و هر روز بر دامنه کاربردشان افزوده می‌گردد. یکی از آزمون‌های پرکاربرد که از آن علاوه بر تشخیص عیوب در تشخیص خواص فیزیکی و مکانیکی مواد استفاده می‌شود، روش

² Ultrasonic Test

³ Density

⁴ Young's module

⁵ Poisson's ratio

¹ Non-destructive Tests (NDT)

... است، امکان اندازه‌گیری خواص فیزیکی و مکانیکی نیز با استفاده از این روش فراهم آمده است.

معادلات حاکم بر انتشار امواج فراصوتی از پیچیدگی‌های متعددی برخوردار است و تا کنون مطالعاتی ارزشمندی در خصوص نحوه انتشار امواج فراصوتی طولی و عرضی انجام گردیده است. موضوع انتشار امواج فراصوتی در لاستیک‌ها از پیچیدگی‌های بیشتری برخوردار بوده و بررسی پایگاه‌های داده نشان می‌دهد که در این زمینه تا کنون موردی منتشر نگردیده است.

وایرون و همکاران [۱] به منظور بررسی پایداری ایمپلنت‌های تیتانیومی از شبیه‌سازی انتشار امواج به روش المان محدود استفاده نمودند. مدل بدست آمده توسط آن‌ها به بررسی حساسیت پاسخ التراسونیک به مواد دربرگیرنده ایمپلنت مانند استخوان و لایه‌های میانی منجر گردید و نشان داد که در صورتیکه لایه‌ای از مایع بین استخوان و ایمپلنت قرار گیرد پاسخ التراسونیک به طرز قابل ملاحظه-ای تغییر خواهد نمود. مارکوویچ و همکاران [۲] با استفاده از مدل المان محدود به بررسی نحوه انتشار امواج در بتن پرداختند. آنها علاوه بر نمایش امواج بدست آمده قادر به تشخیص ساختار بکار رفته در بتن در مدل پیشنهادی گردیدند. از مدل المان محدود انتشار امواج فراصوتی در تشخیص عدم اتصال در لایه‌های کامپوزیتی نیز استفاده شده است [۳]. بررسی نحوه انتشار امواج با کمک این مدل نشان داد که عیب ورقه ورقه شدن با استفاده از این روش در کامپوزیت‌ها قابل تشخیص است. خراسانی و هنرور [۴] با استفاده از تکنیک زمان پرواز پراش در انتشار امواج فراصوتی، برای تشخیص عیوب اقدام به بکارگیری روش المان محدود نموده و با استفاده از بلوک‌های فولادی صحت مدل پیشنهاد شده را بررسی کردند.

در مقاله حاضر تلاش گردیده مدلی منطبق بر خواص لاستیک در محیط نرم‌افزار آباکوس نسخه ۲۰۱۶ ایجاد گردد و نحوه انتشار فراصوتی در آن مورد ارزیابی قرار گیرد و در انتها با استفاده از سنجه-های قابل اندازه‌گیری فیزیکی و مکانیکی مدل ارائه شده مورد صحت-سنجی قرار گیرد. دربخش دوم ضمن ارائه مدل‌هایی که می‌توان بر اساس آن‌ها لاستیک‌ها را شبیه‌سازی نمود به برخی تحقیقات انجام شده که از قرابت بیشتری برخوردارند، اشاره شده است. در بخش سوم، روش مورد استفاده کامل شرح داده می‌شود و در ادامه، نتایج بدست آمده در تحقیق حاضر مورد بحث ارزیابی قرار می‌گیرند. با توجه به نتایج استخراجی در این مقاله برای اولین بار روش المان محدود^۲ مناسبی برای ارزیابی نحوه انتشار امواج فراصوتی طولی در لاستیک‌ها بدست آمد.

۲- روش‌های شبیه‌سازی آمیزه‌های لاستیکی

امروزه یکی از روش‌های حل مسائل پیچیده بکارگیری روش المان محدود است. این روش به‌طور گسترده‌ای در حل مسائل اجسام تحت بارهای گرمایی و مکانیکی به‌صورت موثری مورد استفاده قرار گرفته است. با توجه به پیچیدگی روابط حاکم بر نحوه انتشار امواج فراصوتی،

به منظور بررسی رفتار امواج فراصوتی و شناخت پارامترهای موثر بر آن، یکی از روش‌هایی که مورد توجه قرار گرفته است، روش المان محدود می‌باشد. شبیه‌سازی انتشار امواج فراصوتی در مواد متفاوت و با هندسه-های مختلف با توجه به نیاز پژوهش‌های تعریف شده، تا کنون به طور متعدد انجام گردیده است که در بخش پیشین به برخی پژوهش‌های انجام شده، اشاره شد.

شبیه‌سازی انتشار امواج توسط روش‌های المان محدود نیازمند تعیین جنس و خواص ماده‌ای است که امواج در آن منتشر می‌شوند. مدل‌های انتشار امواج فراصوتی در فلزات عموماً به خواص الیسیسته ماده و چگالی آن ارتباط پیدا می‌نماید. رابطه‌ی (۱) نشانگر سرعت انتشار امواج فراصوتی طولی و عرضی در جامدات است [۵]. همانگونه در رابطه‌ی (۱) مشخص است، سرعت امواج فراصوتی به مقادیر چگالی (ρ)، مدول یانگ (E) و نسبت پواسون (ν) مرتبط می‌باشد.

$$V_C = \left(\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho} \right)^{1/2} \quad (1)$$

آمیزه‌های لاستیکی با توجه به رفتار غیر خطی و ویژگی‌های فیزیکی خاصشان همانند انعطاف پذیری و تراکم ناپذیری آن‌ها، دارای نسبت پواسون بالا و نزدیک ۰/۵ هستند و می‌توانند تا چندین برابر طول اولیه در آزمایش کشش تغییر شکل دهند. در شبیه‌سازی المان محدود، انتخاب مدل خواص ماده و تعیین پارامترهای آن بیشترین تاثیر را در صحت و دقت نتایج استخراجی دارد در نتیجه برای شبیه-سازی آمیزه‌های لاستیکی نمی‌توان از مدل‌های کشسانی^۳ معمول بهره گرفت و می‌بایست رفتار غیر خطی این دسته از مواد را با استفاده از مدل‌های ابرکشسانی^۴ مدل‌سازی کرد. تا کنون برای شبیه سازی آمیزه-های لاستیکی با استفاده از مدل‌های مواد ابرکشسان پژوهش‌های فراوانی در این خصوص صورت پذیرفته است که می‌توان به مقالات مورمان و پین [۶]، نیکسون و همکاران [۷] و همچنین مور [۹] اشاره داشت. مدل‌های کشسان بر پایه روابط موجود بین تنش و کرنش می-باشد اما بر خلاف مواد کشسان، مواد ابرکشسان با توجه به روابط بین تابع چگالی انرژی کرنشی^۵ و ناوردهای^۵ تانسور کرنش (I₁, I₂, I₃) دسته-بندی می‌گردند. معادله‌ی حاکم بر مواد ابرکشسان مطابق رابطه‌ی (۲) می‌باشد.

$$\begin{cases} \sigma_i = J^{-1} \lambda_i \left(\frac{\partial w}{\partial \lambda_i} \right) \\ J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \end{cases} \quad (2)$$

که در آن w تابع انرژی کرنشی، σ_i تنش کوشی و λ_i سه نسبت کشیدگی اصلی مربوط به ناوردهای تانسور کرنش می‌باشد. تاکنون چندین مدل برای تابع انرژی کرنشی ارائه گردیده است، که ادامه به برخی از این مدل‌ها اشاره می‌گردد.

³ Elasticity

⁴ Hyperelastic

⁵ Strain energy density function

⁶ invariants

¹ Abaqus/CEA 2016

² Finite Element Method (FEM)

نسبت به مدل مونی-ریولین برای نشان دادن رفتار مواد ابرکشسان مناسب‌تر به نظر می‌رسد.

مدل یه‌او نیز همانند مدل مونی-ریولین حالتی خاص از مدل چند جمله‌ای می‌باشد. در این مدل تابع چگالی انرژی کرنشی تنها با استفاده از نوردای اول تانسور کرنش و پارامترهای مربوطه یعنی C_{i0} مطابق رابطه‌ی (۵) مدل‌سازی می‌گردد. در این مدل برای شبیه‌سازی بهتر مواد ابرکشسان عموماً $m=3$ در نظر گرفته می‌شود.

$$w = \sum_{i=0}^n C_{i0} (I_1 - 3)^i \quad (5)$$

۲-۴- مدل اگدن^۴ [۱۹]

در سال ۱۹۷۲ اگدن در ادامگی پژوهش‌های گذشته مدلی دیگر، برای مواد ابرکشسان ارائه نمود که پژوهش‌های زیادی با الهام از آن صورت پذیرفت. در این راستا مورمان و همکاران [۲۰] برای کنترل تنش فشاری نامتقارن و اریک [۲۱] در زمینه‌ی بررسی مدل اگدن بر مبنای مدل‌های آماری مولکولی، از این مدل استفاده کردند. این مدل بر خلاف مدل‌های دیگر تابع چگالی انرژی کرنشی نه به نورداهای تانسور کرنش، بلکه به طور مستقیم با نسبت‌های کشیدگی مطابق رابطه‌ی (۶) ارائه گشته است.

$$w = \sum_{i=0}^n \frac{2\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (6)$$

این مدل نیز در حالت خاص با توجه به رابطه‌ی نورداهای تانسور کرنش با نسبت‌های کشیدگی و همچنین $n=2$ برای $\alpha_1 = 2$ و $\alpha_2 = -2$ به مدل مونی-ریولین حاصل از مدل چند جمله‌ای منتج می‌گردد.

۲-۵- مدل آردوا-بویس^۵ [۲۲]

مدل آردوا-بویس در زمینه‌ی رفتار مواد ابرکشسان در سال ۱۹۹۳ توسط آردوا و بویس ارائه گردید و اکنون جزو یکی از بروزترین این مدل‌ها قرار می‌گیرد. به سبب جدید بودن این مدل، پژوهش‌های کمتری نسبت به مدل‌های قبلی با استفاده از مدل آردوا-بویس صورت پذیرفته است. به منظور مقایسه‌ی این مدل با دیگر مدل‌های ارائه شده در رابطه با مواد ابرکشسان شاهزاده و همکاران [۲۳] و همچنین چگنون و همکاران [۲۴] پژوهش‌هایی را انجام دادند.

در مدل آردوا-بویس تابع چگالی انرژی کرنشی همانند مدل یه‌او تنها به نوردای اول تانسور کرنش مرتبط می‌شود. در این مدل تابع مذکور به عواملی دیگری نیز همچون مدول برشی (μ) و ضریب کشیدگی قفل شده (λ_m) مطابق رابطه‌ی (۷) وابسته می‌شود.

۲-۱- مدل چندجمله‌ای^۱

ریولین در سال ۱۹۴۸ مدلی عمومی وابسته به نورداهای کرنش به نام مدل ابرکشسان چندجمله‌ای را معرفی نمود. بر اساس این ساختار تعدادی از محققین نورداهای کرنش را در چارچوب مدل ابرکشسان چندجمله‌ای مورد استفاده قرار دادند [۱۰]. از مدل‌های چندجمله‌ای در موضوعات مرتبط با حل مسائل به روش المان محدود در کاربردهای مختلفی مانند بررسی میزان جابه‌جایی [۱۱] و تخمین چگالی انرژی کرنشی [۱۰] استفاده می‌شود. در مدل چندجمله‌ای، چگالی انرژی کرنشی به صورت رابطه‌ی (۳) با نورداهای اول و دوم تانسور کرنش مرتبط می‌گردد.

$$w = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (3)$$

در این رابطه C_{ij} پارامترهای معادله هستند که با توجه به تراکم‌ناپذیری آمیزه‌های لاستیکی C_{00} و I_3 برابر صفر در نظر گرفته می‌شوند. در مدل چند جمله‌ای سعی می‌گردد تا تابع چگالی انرژی کرنشی با استفاده از محاسبه‌ی دو سری برای نورداهای اول و دوم و پارامترهای مربوطه مدل‌سازی گردد.

۲-۲- مدل مونی-ریولین^۲ [۱۳و۱۲]

در ادامه ریولین با توجه به مدل چندجمله‌ای ارائه شده، مدل ساده‌تری ارائه داد که با نام مدل مونی-ریولین شناخته شد. با توجه به کاهش تعداد متغیرها و سادگی نسبت به مدل قبلی مدل مذکور در پژوهش‌های زیادی مربوط به مواد ابرکشسان استفاده گردید. در بروزترین این پژوهش‌ها، براک و همکاران [۱۴] و همچنین فانتینیر و همکاران [۱۵] در زمینه‌ی مدل‌سازی ژل پلیمیری ابرکشسان از مدل مونی-ریولین بهره گرفتند.

این مدل در حالت خاص، از مدل چندجمله‌ای چنانچه $n = m = 1$ و $C_{11} = 0$ در رابطه‌ی (۳) قرار گیرد معادله‌ی مونی-ریولین حاصل می‌شود. در نتیجه برای شبیه‌سازی این مدل تنها نیاز به مشخص نمودن دو پارامتر C_{10} و C_{01} می‌باشد تا رابطه‌ی چگالی انرژی کرنشی با نورداهای اول و دوم تانسور کرنش مشخص گردد (رابطه‌ی (۴)).

$$w = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) \quad (4)$$

۲-۳- مدل یه‌او^۳ [۱۶]

پس از ریولین در سال ۱۹۹۳ یه‌او نیز مدلی برای نشان دادن بهتر رفتار مواد ابرکشسان ارائه نمود که در ادامه آن مقالات فراوانی از این مدل استفاده نمودند، در این زمینه می‌توان به پژوهش ریتو و نونس [۱۷] برای مدل‌سازی تغییرشکل‌های بزرگ در مواد ابرکشسان و پژوهش گاجسکیا و همکاران [۱۸] در زمینه مدل‌سازی یاتاقان‌های الاستومتری اشاره داشت. در این پژوهش‌ها مزیت مدل یه‌او نسبت به مدل مونی-ریولین مورد ارزیابی قرار گرفت و استنتاج گردید که مدل یه‌او برای تنش‌های برشی کم مناسب نبوده اما در حالت کلی این مدل

¹ Polynomial

² Mooney - Rivlin

³ Yeoh

⁴ Ogden

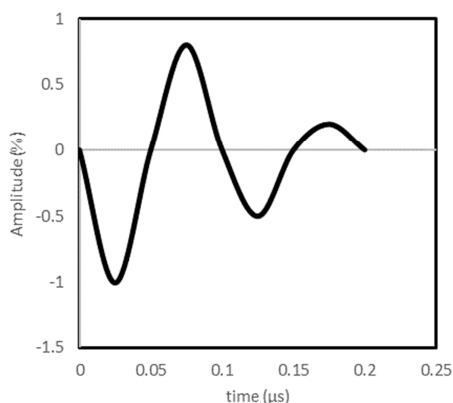
⁵ Arruda - Boyce

$$w = \mu \sum_{i=0}^5 \frac{C_i}{\lambda_m^{2i-2}} (I_i - 3^i) \quad (7)$$

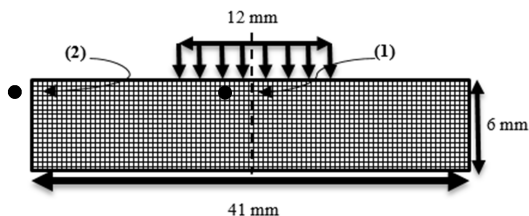
$$\begin{cases} C_1 = \frac{1}{2} \\ C_2 = \frac{1}{20} \\ C_3 = \frac{11}{1050} \\ C_4 = \frac{19}{7000} \\ C_5 = \frac{519}{673750} \end{cases}$$

خطای کمتر همراه است، از این حلگر استفاده گردید. برای مدل‌سازی موج ورودی به آمیزه گره‌های موجود در محل پروب به مقدار ۳۰ میکرون با توجه به نمودار شکل ۱ در راستای عمود بر آمیزه جابه‌جا شدند. با توجه به شرایط آزمون تجربی، مدلی دوبعدی از آزمون بر روی یک آمیزه‌ی لاستیکی همانند شکل ۲ در محیط نرم‌افزار ایجاد گردید. محل حسگر، با توجه به ایجاد موج عمودی در آمیزه در همان مکان تحریک بوده و با تاخیر زمانی نسبت به محل تحریک موج برگشتی را حس می‌کند.

از سویی برای پدید آمدن دو رفت و برگشت با توجه با آزمون تجربی و ابعاد آمیزه و پروب (مطابق شکل ۲) مقدار ۲۰ میکرو ثانیه برای زمان کل حل در نظر گرفته شد. با توجه به شکل ۱ پس از ۰/۲ میکروثانیه موج ورودی تا انتهای تحلیل یعنی زمان ۲۰ میکروثانیه بی-تاثیر می‌شود و موج ورودی در کسر کوتاهی از زمان حل صورت می-پذیرد.



شکل ۱- موج ورودی به آمیزه‌ی لاستیکی



شکل ۲- ابعاد آمیزه‌ی لاستیکی و پروب مورد استفاده

در عمل موج فراصوتی طولی ارسالی از سلول پیزوالکتریک پس از عبور از پرسپکس برای ورود به قطعه از مایع جفت‌کننده عبور می‌کند و سپس وارد قطعه می‌شود. موج ارسالی پس از برخورد به دیواره پشتی قطعه‌کار درصدی از آن عبور می‌نماید و بقیه به داخل قطعه‌کار بازتاب می‌نماید. موج بازتاب شده در مسیر عکس مجدداً طول قطعه را می-پیماید و با برخورد به سطح قطعه کار بخشی از آن با عبور از مایع جفت‌کننده وارد پروب می‌گردد و مابقی به داخل قطعه بازتاب می‌گردد. در پژوهش حاضر امواج فراصوتی ارسالی از لحظه ورود به قطعه کار شبیه‌سازی می‌گردند. در رابطه‌ی (۸) معادله‌ی میزان بازتاب و عبور برای آزمون فراصوتی آمده است که در آن r ضریب انعکاس، ρ چگالی و V سرعت امواج فراصوتی و همچنین زیرنویس R مربوط به آمیزه‌ی لاستیکی و A مربوط به هوای آزاد می‌باشد.

۳- مدل المان محدود مورد استفاده

روش‌های عددی فراوانی با مزایا و معایب گوناگون امروزه برای حل مسائل موجود می‌باشد. اکنون استفاده از روش‌های حل عددی، چون روش‌های تفاضلات محدود، حجم محدود، المان محدود و ... به منظور حل مسائل پیچیده بسیار گسترش یافته است که در این میان روش المان محدود که به اختصار (FEM) خوانده می‌شود، به دلیل کاهش زمان و هزینه تحلیل مسائل، افزایش بهره‌وری و کاربرد فراوان آن در گستره‌ی وسیعی از مسائل پیچیده همانند تحلیل‌های سازه‌ای، تحلیل-های انتقال حرارت، تحلیل‌های الکترومغناطیس و ... جزو یکی از مهم-ترین این روش‌های عددی به شمار می‌رود.

در روش اجزاء محدود معادلات انتگرالی یا دیفرانسیلی جزئی حاکم بر مسئله توسط روش‌های محاسبات عددی گسسته‌سازی شده و معادلات غیر خطی به صورت عددی خطی‌سازی می‌شوند. ایده اصلی در روش المان محدود تقسیم کردن هندسه‌ی تحت تحلیل به تعداد زیادی المان‌های محدود به منظور حل معادله‌ی حاکم بر مسئله در هر گره از المان‌هاست.

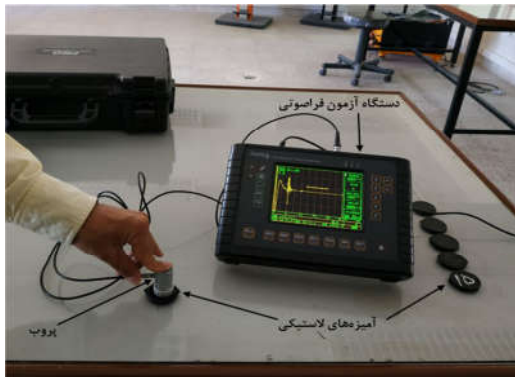
از آن‌جا که این روش یک حل عددی از مسئله محسوب می‌شود مهم‌ترین موضوع پایداری، همگرایی و دقت حل می‌باشد. روش‌های گسسته‌سازی معادلات در حل عددی المان محدود به دو دسته‌ی ضمنی^۱ و صریح^۲ تقسیم می‌گردند. در روش ضمنی معادلات حاکم بر سیستم به صورت مستقیم حل شده و مراحل حل جزء به جزء از مرزها شروع می‌شود و حل مسأله بر مبنای معکوس کردن ماتریس سختی و محاسبه‌ی میزان جابه‌جایی برای هر گره در هندسه استوار است. این روش همواره حل پایدار و همگرا دارد که بیشتر برای حل مسائل استاتیک یا شبه‌استاتیکی از آن می‌توان بهره گرفت. در مقابل روش ضمنی، روش صریح وجود دارد که برای محاسبه‌ی ماتریس جابه‌جایی هر گره از شتاب متناظر در هر گام زمانی استفاده می‌کند که در نتیجه مسئله به صورت دینامیکی حل شده و معیار در این روش حل جریان تنش می‌باشد. این روش برخلاف روش ضمنی همواره پایدار نبوده و دارای شرط همگرایی هست اما در مقابل، سرعت حل بالا در مسائل پیچیده یکی از مزایای روش صریح نسبت به روش ضمنی است.

در پژوهش حاضر به منظور استفاده از روش حل عددی المان محدود در شبیه‌سازی انتشار امواج فراصوتی در آمیزه‌های لاستیکی از نرم افزار تجاری آباکوس بهره گرفته شد. با توجه به این نکته که الگوریتم صریح برای مسائل دینامیکی با زمان کوتاه، کاربردی‌تر و با

¹ Implicit

² Explicit

لاستیکی و پلیمری با فرکانس ۴ مگاهرتز و قطر سلول پیزوالکتریک ۱۲ میلی‌متر استفاده گردید. آزمایش تجربی مطابق شکل ۳ برای انتشار امواج فراصوتی طولی و اندازه‌گیری‌های سرعت توسط دستگاه تروسونیک^۳ انجام گردیده است. طرحواره پروب نرمال استفاده شده در آزمایش تجربی آزمون فراصوتی در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل ۳- اندازه‌گیری سرعت امواج در آزمون فراصوتی

در پژوهش حاضر از آمیزه‌های لاستیکی، با فرمولاسیونی از کائوچوی استایرن بوتادین محلولی ۱۵۰۰، کائوچوی بوتادین سیس، دوده، گوگرد، شتاب دهنده سولفنامیدی، اکسید روی، اسید استئاریک و استئارات روی با مقادیری مطابق جدول ۱ و دارای خواص مکانیکی جدول ۲ برای آزمایشات تجربی و شبیه‌سازی المان محدود آزمون فراصوتی جهت محاسبه‌ی سرعت امواج استفاده گردید. آمیزه با توجه به مواد تشکیل دهنده در بنبوری آزمایشگاهی ۲ لیتری ساخت پومینی تهیه شد. به منظور اختلاط کامل مواد آمیزه دور روتور، آسیاب دو غلتکی مدل R-E Mccin ۳۰۵×۱۵۲ ساخت برگامو ایتالیا ۲۰ دور بر دقیقه در نظر گرفته شد. زمان اختلاط کامل برای آمیزه ۶ دقیقه بوده و برای تعیین خصوصیات پخت آمیزه‌ی لاستیکی از پرس پخت آزمایشگاهی ۱۰۰ تن، ساخت ژاپن و رتومتر ساخت شرکت آلفا انگلیس استفاده گردید.

به منظور بررسی صحت و دقت نتایج استخراجی و سرعت انتشار امواج طولی در مدل المان محدود آزمون غیر مخرب فراصوتی، آزمونی تجربی بر روی آمیزه‌های مطابق آنچه گفته شد و جداول ۱ و ۲ صورت پذیرفت. بدین منظور از دستگاه آزمون فراصوتی تروسونیک با فرکانس ۴ مگاهرتز برای غلبه بر اثر تضعیف آمیزه‌ی لاستیکی در دمای اتاق بهره گرفته شد. مقدار سرعت انتشار امواج فراصوتی طولی برای آمیزه‌ی لاستیکی حاضر با اندازه‌گیری زمان یک رفت و برگشت امواج در طول آمیزه و سپس نمایش زمان سپری شده بر روی نمایشگر دستگاه محاسبه گردید. در نتیجه‌ی آن زمان ۷/۶۲۵ میکرو ثانیه برای آمیزه‌ی لاستیکی حاضر به نمایش درآمد که با توجه به رفت و برگشت موج فراصوتی در طول آمیزه (یعنی دو برابر طول آمیزه) مقدار سرعت امواج در این آمیزه برابر ۱۵۷۳/۷۵ متر بر ثانیه محاسبه می‌گردد. در پژوهش حاضر انتشار امواج فراصوتی طولی در مدل آرودا-بویس

$$r = \frac{\rho_R V_R - \rho_A V_A}{\rho_R V_R + \rho_A V_A} = \frac{(1000 * 1570) - (1.22 * 343)}{(1000 * 1570) + (1.22 * 343)} = 0.99947 \quad (8)$$

اگر چنانچه در دمای محیط، چگالی و سرعت امواج برای آمیزه‌ی لاستیکی را به صورت متوسط به‌ترتیب برابر با ۱۰۰۰ کیلوگرم برمتر مکعب و همچنین برای هوا به‌ترتیب برابر با ۱/۲۲ کیلوگرم برمتر مکعب در نظر گرفته شود، با توجه به معادله‌ی (۸) مقدار ضریب انعکاس برابر با ۱ می‌گردد. ضریب انعکاس ۱ بدین معنی هست که امواج فراصوتی به طور کامل انعکاس کرده و به داخل جسم بازگردانیده می‌شوند و هیچ درصدی از آن در مرز مشترک آمیزه‌ی لاستیکی و هوا عبور نمی‌کند.

با توجه به آزمون تجربی در شرایط مرزی انتهای آمیزه‌ی لاستیکی کاملاً مقید شد تا موج ارسالی کاملاً بازتاب کند و موج از آمیزه عبور نکند، همانند وضعیتی که زیر آمیزه‌ی لاستیکی در آزمون تجربی هوا قرار گیرد زیرا ضریب عبور موج برای هوا با توجه به رابطه‌ی (۸) بسیار پایین می‌باشد. از سویی برای نشان دادن مدل کردن رفتار غیر خطی مواد ابر کشسان در نرم‌افزار گزینه‌ی ان مدل غیر خطی^۱ فعال گردید. از آن‌جا که مدل آرودا-بویس تابع چگالی انرژی کرنشی را مستقیماً به خواص فیزیکی چون مدول برشی و ضریب کشیدگی قفل‌شده مرتبط می‌سازد و برای شبیه‌سازی آمیزه‌های لاستیکی نتایج مناسب‌تری ارائه می‌دهد از این مدل برای شبیه‌سازی انتشار امواج فراصوتی بر روی آمیزه‌ها استفاده شد. ضرایب مدل آرودا-بویس با توجه به آزمون تجربی برای شبیه‌سازی انتشار امواج طولی برای مدول برشی و ضریب کشیدگی قفل‌شده به ترتیب برابر با ۵ مگاپاسکال و ۰/۴۶ تنظیم گردیدند [۲۲].

به منظور شبکه‌بندی از مش‌هایی از نوع کرنش صفحه‌ای، دوبعدی و ۴ گرهی با روش انتگرال‌گیری کاهش یافته با نام سی پی ای ۴ آر^۲ استفاده گردید. با توجه به مجموعه معادلات (۹) و فرکانس ۴ مگاهرتز پروب مورد استفاده، از شبکه‌ای با اندازه المان ۰/۲ میلی‌متر مورد استفاده قرار گرفت [۲۵]. در نهایت هندسه‌ی آمیزه‌ی لاستیکی دارای تعداد ۴۶۷۶ المان به خود تخصیص داد که در شکل ۲ مشاهده می‌گردد.

$$\left\{ \begin{array}{l} L_e = \frac{1}{20k_{\max}} \\ k_{\max} = \frac{1}{\lambda_{\min}} \end{array} \right\} \Rightarrow L_e = \frac{\lambda_{\min}}{20} \quad (9)$$

۴- نتایج و بحث

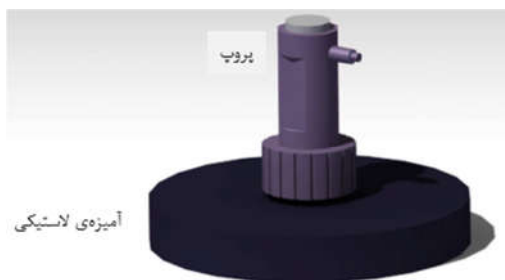
پژوهش حاضر اقدام به بررسی چگونگی انتشار امواج فراصوتی طولی در لاستیک نموده است. بدین منظور نتایج حاصل از شبیه‌سازی انجام شده از دو منظر کیفی و کمی ارائه گردیده است.

امواج فراصوتی به سه دسته طولی، عرضی و رابلی تقسیم می‌شوند که برای تولید و انتشار هرکدام از آن‌ها پروب خاص هر دسته وجود دارد. در پژوهش حاضر از پروب توصیه شده برای انتشار امواج در مواد

¹ None Linear Geometry (NLGEO)

² CPE4R

³ tru-sonic



شکل ۴- طرحواره آزمون فراصوتی

از دو منظر کمی و کیفی مورد بررسی قرار گرفته است. بررسی کمی دقت مدل را می‌توان، با مقایسه سرعت انتشار امواج فراصوتی طولی در مدل و نمونه فیزیکی، انجام داد. به همین سبب همانگونه که توضیح داده شد نمونه لاستیکی مورد آزمایش قرار گرفت و سرعت انتشار امواج فراصوتی در آن ۱۵۷۳/۷۵ بدست آمد. مقدار سرعت انتشار امواج فراصوتی در شبیه‌سازی بر روی آمیزه موجود با توجه به مقادیر مدل آرودا-بویس با محاسبه‌ی زمان رفت و برگشت انتشار امواج همانند آنچه در آزمون تجربی صورت پذیرفت، محاسبه گردید.

جدول ۱- فرمول بندی آمیزه.

گوگرد معمولی (gr)	دوده N339 (gr)	شتاب‌دهنده سولفنامیدی CBS (gr)	کانوچوی بوتادین سیس (gr)	اکسید روی (gr)	اسید استتاریک (gr)	استتارات روی (gr)	کانوچوی استایرن بوتادین محلولی (gr)
۱/۵۰	۷۰/۰۰	۱/۳۰	۳۰/۰۰	۲/۵۱	۰/۸۳	۱/۷۵	۷۰/۰۰

جدول ۲- خواص مکانیکی آمیزه.

چگالی (gr/cm ³)	استحکام کششی (MPa)	ازدیاد طول (%)	مدول ۱۰۰٪ (MPa)	مدول ۳۰۰٪ (MPa)	پارگی (KN/m)	سختی (شور)	جهنگی (%)
۱/۱	۱۵/۳۴	۴۲۸/۳۴	۴/۰۳	۱۱/۱۴	۲۴/۷۰۵	۷۱	۲۴/۹

دقت اندازه‌گیری ۱ متر بر ثانیه برای مساحبه‌ی سرعت انتشار امواج بود.

از سویی میزان خطای موجود در مقدار سرعت محاسبه شده در شبیه‌سازی به واسطه‌ی دقت روش عددی المان محدود با توجه به حلگر دینامیکی صریح و مقدار ورودی پارمترهای مدل ابرکشسان آرودا-بویس شامل مدول برشی و ضریب کشیدگی قفل شده می‌باشد. در جدول ۳ مقادیر سرعت امواج فراصوتی طولی محاسبه شده از آزمون تجربی و شبیه‌سازی برای اندازه شبکه‌بندی مختلف گزارش گردیده و چنانچه واضح است مقدار شبیه‌سازی سرعت با دقت بسیار مناسبی بر مقدار اندازه‌گیری شده از آزمون تجربی تطبیق دارد.

به منظور محاسبه‌ی سرعت امواج در شبیه‌سازی، نمودار جابجایی بر حسب زمان در محل حسگر مطابق شکل ۵ ترسیم گردیده و تفاضل زمان در نقاطی مشابه از شکل موج برای محاسبه‌ی زمان رفت و برگشت انتشار امواج محاسبه شد. با اندازه‌گیری زمان بین موج ارسالی به داخل قطعه و برگشت موج، زمان رفت و برگشت موج ۷/۵۵۸۴۵ میکروثانیه بدست آمد که در نتیجه‌ی آن مطابق رابطه‌ی (۱۰) سرعت انتشار امواج در شبیه‌سازی برای آمیزه موجود برابر ۱۵۸۷/۶۲۷۱ متر بر ثانیه محاسبه گردید. در این رابطه Δx طول آمیزه، Δt مدت زمان انتشار امواج فراصوتی در یک رفت و برگشت و عدد ۲ به منظور دو برابر طول آمیزه (یک رفت و یک برگشت امواج) به منظور محاسبه‌ی سرعت انتشار امواج V می‌باشد.

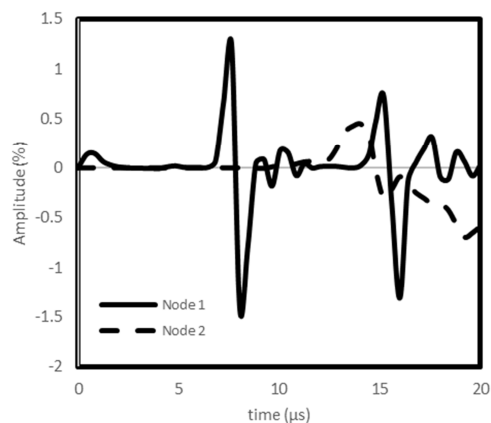
$$V = \frac{2\Delta x}{\Delta t} = \frac{2 * 6 * 10^{-3}}{(15.2026 - 7.64415) * 10^{-6}} = 1587.6271 \frac{m}{s} \quad (10)$$

زمان محاسبه شده در آزمون تجربی شامل زمان عبور موج از آمیزه‌ی لاستیکی و همچنین مایع جفت کننده در هر دو مسیر رفت و برگشت می‌باشد که در نتیجه باعث ایجاد مقداری خطا محاسبه‌ی سرعت انتشار امواج می‌گردد، بدین سبب با استفاده از بلوکی استاندارد، مقدار زمان عبور موج فراصوتی از مایع جفت کننده اندازه‌گیری و از محاسبات کاسته شد. از دیگر منابع خطا در آزمون تجربی می‌توان به ناهمگن بودن آمیزه‌ی لاستیکی، تغییر ضخامت مایع جفت کننده و خطای دستگاه آزمون فراصوتی اشاره داشت. در این آزمون

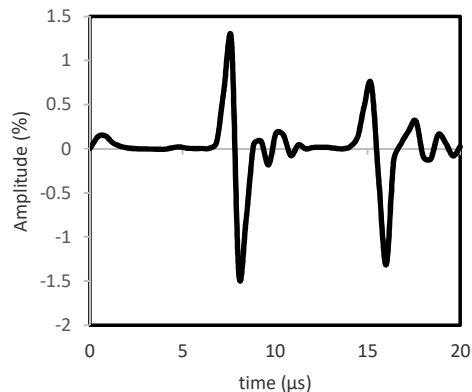
می‌باشد اثر موج بعد از تاخیر زمانی به گره شماره ۲ رسیده و اثر آن بسیار کاهش یافته است. این پدیده در توزیع انتشار امواج مطابق شکل ۷ نیز دیده می‌شود. در توزیع شکل ۷ انتشار امواج به اطراف آمیزه کاملاً می‌گردد که این پدیده به سبب خاصیت ابرکشسانی و اثر تضعیف آمیزه‌های لاستیکی هست.

در شکل ۷ نحوه‌ی انتشار امواج فراصوتی در آمیزه‌ی لاستیکی با استفاده از روش المان محدود به صورت لحظه‌ای نمایش داده شده است. مبدا اندازه‌گیری زمان لحظه‌ی تحریک بر روی سطح قطعه زیر پروب بوده و در این شکل انتشار امواج در هر ۲ میکرو ثانیه برای ۱۰ میکرو ثانیه اولیه‌ی تحلیل یعنی یک رفت و برگشت ترسیم گشته است.

در توزیع‌های انتشار امواج فراصوتی، موج قبل از برخورد به سطح زیرین آمیزه به صورت عمودی با توجه به تحریک اولیه حرکت می‌کند اما پس از برخورد و بازگشت موج در ۳/۶۳ میکرو ثانیه تغییر حالت در موج اتفاق افتاده و بدین ترتیب موج طولی به دو موج طولی و عرضی تبدیل می‌شود و همانگونه که مشخص می‌باشد موج در ۷/۵۵۸۴۵ میکروثانیه به سطح آمیزه برگشته و دوباره با انرژی کمتر به داخل آمیزه منعکس می‌گردد.



شکل ۶- اثر تضعیف در آمیزه‌ی لاستیکی

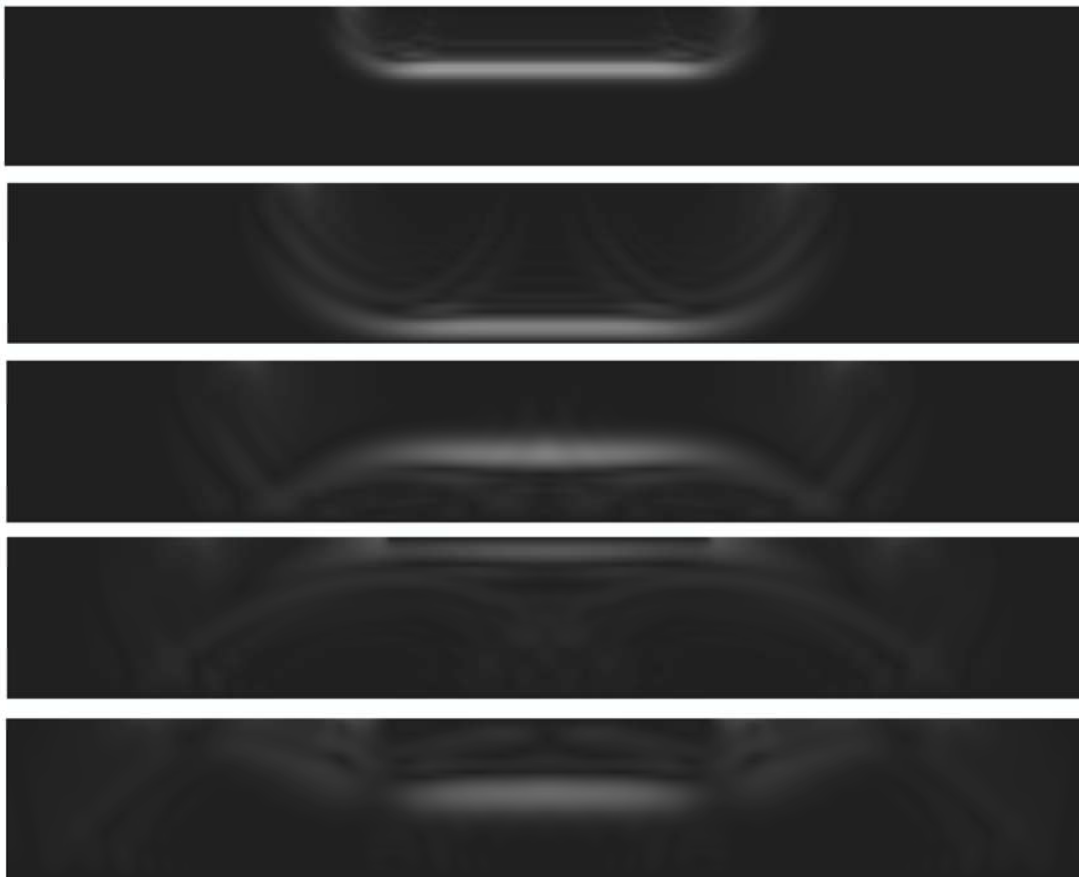


شکل ۵- نمودار جابجایی بر حسب زمان در محل حسگر

جدول ۳- سرعت امواج فراصوتی محاسبه شده در آزمون فراصوتی و شبیه‌سازی.

اندازه شبکه- بندی در شبیه‌سازی	سرعت امواج فراصوتی محاسبه شده در شبیه‌سازی روش المان محدود	سرعت امواج فراصوتی محاسبه شده در آزمون تجربی	درصد خطای نسبی
mm	$\frac{m}{s}$	$\frac{m}{s}$	%
۰/۸	۱۳۰۲/۷۳	۱۵۷۳/۷۵	۱۷/۲۲
۰/۴	۱۵۲۹/۷۰	۱۵۷۳/۷۵	۲/۸
۰/۲	۱۵۸۷/۶۳	۱۵۷۳/۷۵	۰/۸۸
۰/۱	۱۵۷۷/۷۵	۱۵۷۳/۷۵	۰/۲۵

انتشار امواج فراصوتی پس ایجاد بخشی از انرژی خود را در فصل مشترک پروب و قطعه و بخشی را بر اثر اصطکاک درونی ماده از دست می‌دهند. اثر تضعیف در واقع همان حرکت موج در میان محیط به دلیل اصطکاک موجود هست. در این میان آمیزه‌های لاستیکی به دلیل خواص منحصر به فرد خود دارای اثر تضعیف بیشتر نسبت به مواد دیگر هستند [۵] و این خود یکی از دلایل استفاده از نظریه‌های مواد ابرکشسان در شبیه‌سازی و استفاده فرکانس بالاتر در آزمون تجربی می‌باشد. در نمودار شکل ۶ اثر موج برای گره میانی در سطح فوقانی (محل حسگر- نقطه‌ی شماره ۱ در شکل ۲) اولین گره پایین‌تر از سطح)) و همچنین گرهی در لبه بر روی سطح جانبی آمیزه‌ی لاستیکی (نقطه‌ی شماره ۲ در شکل ۲) ترسیم گردیده است. در نمودار شکل ۶ اثر تضعیف کامل مشهود بوده و همانگونه که مشخص



شکل ۷- توزیع انتشار امواج فراصوتی

۵- نتیجه گیری

پیچیدگی ساختار و رفتار مکانیکی لاستیک، شرایط مرزی و نیز بارگذاری های متنوع که برای مسائل مرتبط با لاستیک وجود دارد واقعیت رسیدن به حل را با دشواری های بسیاری روبرو ساخته است. استفاده از حل های تقریبی با محدوده دقت قابل قبول روشی مناسب در حل مسائل پیچیده به شمار می رود. در پژوهش حاضر با استفاده از مدل آرودا-بویس اقدام به شبیه سازی امواج فراصوتی طولی در لاستیک ها گردید. نتایج حاصل از پژوهش چگونگی توزیع و تضعیف امواج فراصوتی طولی را در لاستیک نشان داد. همچنین این مدل قادر است با دقت بالایی سرعت انتشار امواج طولی را تخمین بزند. نتایج حاصل از آزمایش تجربی نیز بر این امر صحت گذاشت. با توجه به نتایج حاصل شده، شبیه سازی المان محدود فرآیندی مناسب برای مسائلی با شرایط حاکم، هندسه و دارای خواص ماده پیچیده بوده که نتایج قابل قبول مطابق آزمون تجربی ارائه می دهد.

۶- نمادها

E	مدول یانگ ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)
V	سرعت انتشار امواج (ms^{-1})
w	تابع انرژی کرنشی
I	نوردای تانسور کرنش

C_{ij}	ضرایب تابع انرژی کرنشی
r	ضریب انعکاس
l_e	طول المان (m)
k_{max}	عدد موج (m^{-1})
Δx	اختلاف مسافت (m)
Δt	اختلاف زمان (s)
علائم یونانی	
ρ	چگالی (kgm^{-3})
ϑ	نسبت پواسون
σ	تنش کوشی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)
λ	نسبت کشیدگی
μ	مدول برشی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)
λ_m	ضریب کشیدگی قفل شده
λ_{min}	کوتاهترین طول موج (m)

زیر نویس ها

A	هوا
R	آمیزه ی لاستیکی

۷- مراجع

[1] Vayron R., Nguyen V., Bosc R., Naili S., Haïat G., Finite element simulation of ultrasonic wave propagation in a dental

- constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials, *Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 41, No 2, pp. 389-412, 1993.
- [23] Shahzada M., Kamranb A., Siddiquia M. Z., Farhana M., Mechanical Characterization and FE Modelling of a Hyperelastic Material, *Materials Research*, Vol. 18, No 5, pp. 918-924, 2015.
- [24] Chagnon G., Marckmann G., Verron E., A comparison of the Hart-Smith model with Arruda-Boyce and Gent formulations for rubber elasticity, *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 77, No 4, pp. 724-735, 2004.
- [25] Daryabor P., Farzin M., Koohestani S., Modeling of nondestructive ultrasonic test of bonding between aluminum and composite using fem, *Modeling in Engineering*, Vol. 9, No 26, pp. 1-12, 2011. (in Persian)
- implant for biomechanical stability assessment, *Biomech Model Mechanobiol*, Vol. 14, No 5, pp 1021-1032, 2015.
- [2] Marković N., Stojić D., Cvetković R., Radojčić V., Conić S., Numerical modeling of ultrasonic wave propagation – by using of explicit FEM in ABAQUS, *Architecture and Civil Engineering*, Vol. 16, No 1, pp. 135-147, 2018.
- [3] Zelenyak A.M., Schorer N., Sause M.G.R., Modeling of ultrasonic wave propagation in composite laminates with realistic discontinuity representation, *Ultrasonic*, Vol. 83, pp. 103-113, 2018.
- [4] Khorasani S., Honarvar F., Modeling of ultrasonic testing Time of Flight Diffraction (ToFD) technique by Finite Element Method, *Modeling in Engineering*, Vol. 13, No. 41, pp. 13-26, 2015. (in Persian)
- [5] Hall B., John V., *Nondestructive testing*. London: Macmillan Education. pp. 63-95, 1988.
- [6] Morman K.N., Pan T.Y., Application of Finite-Element Analysis in the Design of Automotive Elastomeric Components, *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 61, No. 3, pp. 503-533, 1988.
- [7] Nicholson D.W., Nelson W.N., Finite Element Analysis in Design with Rubber, *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 63, No. 3, pp. 368-406, 1990.
- [8] Nicholson D.W., Nelson W.N., Farinella A., Finite Element Analysis of Hyperelastic Components, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 51, No. 5, pp. 303-320, 1998.
- [9] Muhr A.H., Modeling the Stress-Strain Behavior of Rubber, *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 78, No. 3, pp. 391-425, 2005.
- [10] Mansouri M.R., Darijani H., Constitutive Modeling of Isotropic Hyperelastic Materials in an Exponential Framework using a Self-Contained Approach, *Solids and Structures*, Vol. 51, No. 25, pp. 4316-4326, 2014.
- [11] Jekel C.F., Venter G., Venter M.P., Obtaining a hyperelastic non-linear orthotropic material model via inverse bubble inflation analysis, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 54, No. 4, pp. 927-935, 2016.
- [12] Rivlin R. S., Large Elastic Deformation of Isotropic Materials. I. Fundamental Concepts, *Phil. Trans. Royal Soc. A*, Vol. 240, pp. 379-397, 1948.
- [13] Rivlin R. S., Saunders D. W., Large elastic deformations of isotropic materials VII. Experiments on the deformation of rubber, *Phil. Trans. Royal Soc. A*, Vol. 243, pp. 251-288, 1951.
- [14] Bracq A., Haugou G., Bourel B., Marechal C., Lauro F., Roth S., Mauzac O., On the modeling of a visco-hyperelastic polymer gel under blunt ballistic impacts, *Impact Engineering*, Vol. 118, pp. 78-90, 2018.
- [15] Fontenier B., Hault-Dubrule A., Drazetic P., Fontaine C., Naceur H., On the mechanical characterization and modeling of polymer gel brain substitute under dynamic rotational loading, *Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, Vol. 63, pp. 44-55, 2016.
- [16] Yeoh O. H., Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber, *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 66, No. 5, pp. 754-771, 1993.
- [17] Ritto T.G., Nunes L.C.S., Bayesian model selection of hyperelastic models for simple and pure shear at large deformations, *Computers and Structures*, Vol. 156, pp. 101-109, 2015.
- [18] Gajewska M., Szczerbab R., Jemiołoa S., Modelling of elastomeric bearings with application of Yeoh hyperelastic material model, *Procedia Engineering*, Vol. 111, pp. 220-227, 2015.
- [19] Ogden R. W., Large Deformation Isotropic Elasticity on the Correlation of Theory and Experiment for Incompressible Rubberlike Solids, *Proc. Royal Soc. A*, Vol. 326, pp. 565-584, 1972.
- [20] Moerman K.M., Simms C. K., Nagel T., Control of Tension Compression Asymmetry in Ogden Hyperelasticity with Application to Soft Tissue Modelling, *Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, Vol. 56, pp. 218-228, 2015.
- [21] Ehret A.E., On a molecular statistical basis for Ogden's model of rubber elasticity, *Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 78, pp. 249-268, 2015.
- [22] Arruda E.M., Boyce M.C.A., A three-dimensional