

بررسی تحلیلی تولید آنتروپی جریان سیال روی صفحه تخت با ضخامت متغیر و در حال کشش

دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران، e.lakzian@hsu.ac.ir

دانشجوی کارشناسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران، mohsen_izi@yahoo.com

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران، parisakazemiyani@yahoo.com

اسماعیل لکزیان*

محسن ایزی

پرینسا کاظمیانی نجف آبادی

چکیده

نورد گرم یکی از فرایندهای بسیار مهم در صنعت می‌باشد که می‌توان آن را با یک سری فرضیات به‌صورت صفحه تخت با شرایط مرزی ویژه مدل سازی کرد. کاهش دمای قطعه کار یکی از پارامترهای حائز اهمیت در فرآیند نورد گرم است. در پژوهش حاضر این فرایند به‌صورت لایه مرزی روی یک ورق با ضخامت متغیر، بدون گرادیان فشار و در حال کشش غیرخطی با در نظر گرفتن حل تشابهی و تعریف متغیر تشابهی شبیه سازی شده است. برای اعتبارسنجی حل حاضر، نتیجه شبیه سازی با نتایج تحقیقات منتشر شده مقایسه شده است. همچنین معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی به‌وسیله‌ی متغیرهای تشابهی به معادلات دیفرانسیل معمولی غیر خطی تبدیل شدند. همچنین برای بررسی دقیق‌تر فرایند نورد گرم با ضخامت متغیر، از تحلیل آنتروپی نیز استفاده شده است. در ادامه تاثیر تغییر ضخامت صفحه بر اعداد بی‌بعد بیژن حرارتی و اصطکاکی نیز مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که افزایش پارامتر ضخامت صفحه منجر به کاهش نرخ انتقال گرما می‌شود. همچنین تغییرات آنتروپی بیشتر ناشی از تغییرات لایه مرزی حرارتی است. از نتایج این تحقیق می‌توان برای خنک کاری با بازدهی بیشتر در صنعت نورد گرم استفاده کرد.

واژه‌های کلیدی: تولید آنتروپی، حل تشابهی، نورد گرم، ضخامت متغیر، عدد بیژن.

Analytical study of fluid flow entropy generation over a stretching sheet with variable thickness

E. Lakzian

M. Izi

P. Kazemiyani-Najafabadi

Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran

Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran

Department of Mechanical Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar, Iran

Abstract

Hot rolling is one of the most important processes in the industry that can be modeled with a series of flat plate assumptions with specific boundary conditions. Lowering the workpiece temperature is one of the important parameters in the hot rolling process. In this study, hot rolling is simulated as a boundary layer on a sheet of variable thickness, without pressure gradient and nonlinear tensile concerning the similarity solution and the definition of the similarity variable. For the validation of the present solution, the simulation results are compared with published research results. The continuity, momentum, and energy equations were transformed into nonlinear ordinary differential equations by similarity variables. Also Entropy analysis has also been used to examine more precisely the hot-rolling process with variable thickness. In the following, the effect of plate thickness change on thermal and frictional Bejan dimensional numbers was investigated. The results show that increasing the parameter of plate thickness decreased the heat transfer rate. Also, the entropy changes are mostly due to the thermal boundary layer changes. The results of this study can be used for more efficient cooling in the hot rolling industry.

Keywords: Entropy Generation, Similarity Solver, Hot Rolling, Variable Thickness, Bejan Number

فرایند نورد نیازمند گرم نگه داشتن قطعه در حرارت معین برای زمان طولانی است، اگر دمای قطعه یکنواخت نباشد، تغییر شکل ایجاد شده نیز غیر یکنواخت است. ساکایدیس [۱] تجزیه و تحلیل پیشگامانه‌ای انجام داد و جریان لایه مرزی را روی یک سطح کششی مداوم با سرعت ثابت مطالعه کرد، که توسط تسوا و همکاران [۲] تأیید شد. بررسی تجربی انتقال گرمای جابجایی لایه‌ای با استفاده از نانوسیال بوسیله‌ی اخوان و همکارانش [۳] انجام گرفت. آن‌ها نشان دادند که اضافه کردن دو درصد کسر حجمی نانو ذره منجر به افزایش ده درصدی در رسانایی نانو سیال آب - گرافین می‌شود. تاثیر میدان مغناطیسی در جریان همرفتی سیال در حال عبور از صفحه‌ای عمودی بوسیله‌ی خالد و همکارانش [۴] بررسی شد. آن‌ها تاثیر میدان مغناطیسی بر توزیع سرعت در لایه مرزی را مطالعه کردند.

در راستای این مطالعات، شرایط مرزی در سطح کششی توسط محققان دیگر تعمیم یافت [۵و۶]. مطالعه جریان‌های لایه مرزی بر روی

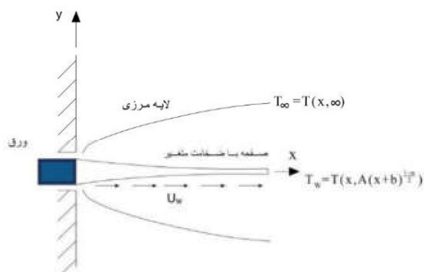
۱ - مقدمه

از جمله پر کاربردترین فرایندها در صنعت امروز، استفاده از جریان سیال روی صفحات تخت با ضخامت متغیر و در حال کشش با سرعت متغیر است. به‌این علت بررسی جریان لایه مرزی پدیده مذکور، مورد اهمیت قرار گرفته است. ازجمله مواردی که این نوع جریان‌ها اهمیت پیدا می‌کنند، می‌توان به فرایندهای تغییر شکل و فرم دهی فلزات اشاره کرد. فرایند نورد یکی از فرایندهای شکل دهی و رساندن صفحات به‌ضخامت مورد نیاز است. فرایند نورد یکی از بهترین و کاربردی‌ترین روش‌های شکل‌دادن است و آن عبارت از تغییر شکل پلاستیک ماده از طریق عبور بین غلتک‌ها می‌باشد. انواع محصولات از قبیل تیرآهن و نبشی با مقاطع مختلف به‌وسیله این فرایند تولید می‌شوند. در نورد گرم کنترل دما امری مهم می‌باشد به همین منظور ابتدا بهتر است دمای فلز را به‌صورت یکنواخت تا مقدار معینی بالا برد.

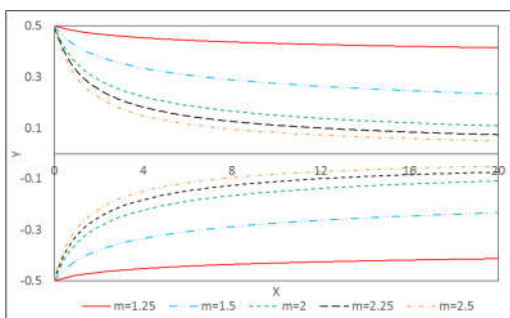
* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: e.lakzian@hsu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۸/۱۰/۱۴

تاریخ پذیرش: ۹۹/۰۲/۲۹



شکل ۱- پیکربندی مسئله



شکل ۲- اثرات توان‌های نمایی مختلف (m) بر تغییرات ضخامت ورق با فرض $b=1$ و $A=0.5$

معادلات حاکم با فرضیات شرایط پایا، جریان دوبعدی، سیال تراکم ناپذیر، خواص ثابت، سیال ویسکوز و بدون تولید انرژی به صورت زیر می‌باشد [۱۲]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \theta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

شرایط مرزی مناسب به صورت زیر است [۱۲]:

$$u(x, A(x+b)^{\frac{1-m}{2}}) = U_0(x+b)^m \quad (4)$$

$$v(x, A(x+b)^{\frac{1-m}{2}}) = 0 \quad (5)$$

$$u(x, \infty) = 0 \quad (6)$$

شرایط مرزی دمایی به صورت زیر تعریف شد [۱۰]:

$$T(x, A(x+b)^{\frac{1-m}{2}}) = T_\infty + bx^{2m} \quad (7)$$

پارامترهای بدون بعد غیر خطی به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۲]:

$$\eta = \sqrt{\frac{m+1}{2} \frac{U_0(x+b)^{m-1}}{\theta}} \quad (8)$$

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad (9)$$

با این تعاریف سرعت‌ها به این صورت بیان می‌شوند [۱۲]:

$$v = -\sqrt{\frac{m+1}{2} \theta U_0(x+b)^{m-1}} \left[\eta \frac{m-1}{m+1} f'(\eta) + f(\eta) \right] \quad (10)$$

$$u = U_0(x+b)^m f'(\eta) \quad (11)$$

معادلات با مشتقات جزئی حاکم به وسیله‌ی شرایط مرزی مناسب و همچنین روابط فوق به معادلات دیفرانسیل غیر خطی معمولی تبدیل شده‌اند. فرض بر این است $m > 2/5$ و $1 > m$ سپس معادله به شرح زیر بدست می‌آید:

$$f''' + ff'' - \frac{2m}{m+1} f'^2 = 0 \quad (12)$$

بدنه باریک و ضخامت متغیر، برای اولین بار در جریان صفحه تخت با قطر متغیر، توسط لی [۷] مورد بررسی قرار گرفت. سپس مطالعات گسترده در مورد جریان لایه مرزی بر روی یک صفحه تخت با توجه به اثرات انتقال گرما انجام شد [۸-۱۰]. لکزیان و همکاران [۱۱] نیز به بررسی پارامترهای انترپوی، درصد حجمی نانو ذرات، مغناطیس و عدد بیژن جهت انتقال گرما بهینه در سیستم‌های نورد پرداختند. با این وجود، هیچ گونه تحقیق در مورد اثرات تغییر ضخامت بر روی مشکلات ورق کششی انجام نشده است. به عنوان مثال، برای یک ورق کششی خطی بدون گرادیان فشار، اگر سرعت کشش به صورت خطی متناسب با فاصله از شکاف باشد، ضخامت ورق با فاصله به صورت خطی کاهش می‌یابد. در مورد سایر مواد با قابلیت ارتقاء متفاوت، ضخامت ورق ممکن است با توجه به سایر پروفیل‌ها تغییر کند. یک ورق کششی با ضخامت متغیر می‌تواند در برنامه‌های کاربردی نزدیک به وضعیت واقعی باشد. در همین راستا فنگ و همکاران [۱۲] به آنالیز پیوستگی و مومنتوم روی یک صفحه با ضخامت متغیر پرداختند.

هدف این مقاله بررسی فرایند نورد گرم است که جریان لایه مرزی بر روی یک ورق کششی با ضخامت متغیر مثال ساده شده‌ای از این تحقیق است که می‌توان با اعمال شرایط مسئله آن را تا حد امکان شبیه به شرایط واقعی مدل سازی کرد. در مطالعه‌ی حاضر به منظور بررسی نرخ انتقال گرما روی صفحات در حال کشش با ضخامت متغیر ابتدا معادلات پیوستگی، مومنتوم و همچنین انرژی مورد بررسی و شبیه سازی قرار گرفت. سپس تاثیر انترپوی تولیدی، عدد بیژن حرارتی و اصطکاک‌ی به عنوان معیاری از خنک کاری کیفی نیز مورد مطالعه قرار گرفته است.

۲- فرمول بندی مسئله

۲-۱- آنالیز جریان

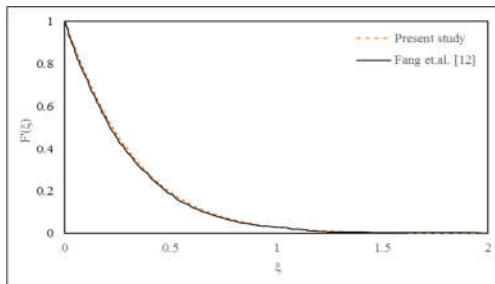
یک جریان چند لایه ثابت دو بعدی را بر روی یک ورق در حال کشش در یک سیال ساکن در نظر بگیرید. سرعت کشش ورق $U_w = U_0(x+b)^m$ است و سرعت عمودی در دیواره $v_w = 0$ [۱۰ و ۶] می‌باشد. دمای صفحه در حال کشش از T_w روی صفحه تا T_∞ که دمای جریان اصلی است، تغییر می‌یابد. برای کاربردهای مختلف، به دلیل شتاب یا کاهش ورق، ضخامت ورق کشیده ممکن است با فاصله از شکاف کاهش یا افزایش یابد. پیکربندی جریان در شکل ۱ نشان داده شده است. برای $m = 1$ ورق صاف است و ضخامت آن تغییر نمی‌کند [۵]. بازه m بین ۱ و $2/5$ فرض شده است که اثرات تغییر آن بر ضخامت ورق در شکل ۲ مشاهده می‌شود. به منظور جلوگیری از شیب فشار در امتداد ورق، یعنی $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ ، فرض می‌شود ضریب A کوچک باشد به طوری که ورق به اندازه کافی نازک باشد. محور x در امتداد جهت حرکت ورق قرار دارد و محور y عمود بر آن است. معادلات بقای سیال براساس فرضیات لایه مرزی شامل بقای پیوستگی، مومنتوم و انرژی می‌باشد.

$$Be_F = \frac{S_T'''}{S_T''' + S_F'''} \quad (36)$$

$$Be_F = \frac{S_F'''}{S_T''' + S_F'''} \quad (37)$$

۳- نتایج و شکل‌ها

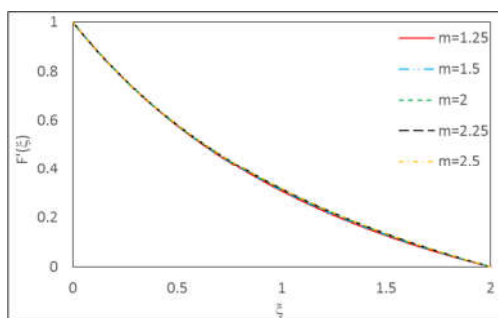
معادلات غیر خطی معمولی بدست آمده از روابط بقای مومنتوم و انرژی به صورت همزمان با استفاده از شرایط مرزی مشخص به صورت عددی برای مقادیر m و α حل شد. به منظور اعتبار بخشی به مقاله، نتایج بدست آمده با نتایج فنگ و همکاران [۱۲] مقایسه گردید. همان طور که در شکل ۳ نشان داده شده نتایج حاصل از مدلسازی دارای اعتبار و دقت قابل قبولی است.



شکل ۳- نتایج بدست آمده و نتایج مقاله ی Fang و همکاران [۱۲] جهت اعتبار سنجی

فنگ و همکاران [۱۲] به بررسی معادلات پیوستگی و مومنتوم پرداختند. در این پژوهش سعی بر آن است که با توجه به همان هندسه ی مرجع [۱۲] علاوه بر حل معادلات پیوستگی و مومنتوم به بررسی معادله ی انرژی نیز پرداخته شود و در ادامه تحلیل تولید انرژی و اثرات آن بر دو عدد بی بعد بیژن حرارتی و اصطکاکی مورد مطالعه قرار خواهد گرفت.

همانطور که در شکل ۴ نشان داده شده است افزایش مقدار ضخامت تاثیر چندانی بر پروفیل سرعت بدون بعد $F'(\xi)$ ندارد. در شکل ۵ مقدار $F''(\xi)$ بیانگر شیب تغییرات پروفیل سرعت است که نشان می‌دهد با کاهش یا افزایش مقدار m پروفیل سرعت تغییر چندانی نمی‌کند.



شکل ۴- پروفیل سرعت برای مقادیر مختلف m

$$\frac{m+1}{Pr} \theta'' - (m-1)(1-f')\eta\theta' + (m+1)f\theta' = 0 \quad (13)$$

شرایط مرزی:

$$f(\alpha) = \alpha \frac{1-m}{m+1} \quad (14)$$

$$f'(\alpha) = 1 \quad (15)$$

$$f'(\infty) = 0 \quad (16)$$

$$\theta(\alpha) = 1 \quad (17)$$

$$\theta(\infty) = 0 \quad (18)$$

$$\alpha = A \sqrt{\frac{m+1}{2} \frac{U_0}{\theta}} \quad (19)$$

که $\alpha = A \sqrt{\frac{m+1}{2} \frac{U_0}{\theta}}$ پارامتر مرتبط به ضخامت دیواره می‌باشد و $\eta = \alpha = A \sqrt{\frac{m+1}{2} \frac{U_0}{\theta}}$ نشان دهنده ی سطح صفحه است. به منظور ساده شدن محاسبات $F(\xi) = F(\eta - \alpha) = f(\eta)$ در نظر می‌گیریم [۱۲].

معادلات و شرایط مرزی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$F''' + FF'' - \frac{2m}{m+1} F'^2 = 0 \quad (20)$$

$$\frac{m+1}{Pr} \Theta'' - (m-1)(1-F')\eta\Theta' + (m+1)F\Theta' = 0 \quad (21)$$

$$F(0) = \alpha \frac{1-m}{m+1} \quad (22)$$

$$F'(0) = 1 \quad (23)$$

$$F'(\infty) = 0 \quad (24)$$

$$\Theta(0) = 1 \quad (25)$$

$$\Theta(\infty) = 0 \quad (26)$$

۲-۲- آنالیز تولید انرژی

انرژی تولیدی در لایه مرزی شامل انتقال گرما بر اساس اختلاف دما (S_T''') و اصطکاک (S_F''') است که هر دو از عوامل بازگشت ناپذیری هستند. با در نظر گرفتن تقریبات لایه مرزی و فرض لایه ی بودن جریان، آنگاه تولید انرژی به صورت زیر بیان می‌شود [۱۳]:

$$S_{gen}''' = S_T''' + S_F''' \quad (27)$$

$$S_{gen}''' = \frac{k}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\mu}{T} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (28)$$

N_s عددی بدون بعد برای تعریف انرژی تولیدی بدون بعد است که نسبتی از نرخ حجمی انرژی تولیدی به نرخ مشخصه ی آن است.

نرخ مشخصه ی انرژی تولیدی به صورت زیر است [۱۱]:

$$S_{g0} = \frac{k\Delta T^2}{x^2 T^2} \quad (29)$$

$$N_s = \frac{S_{gen}'''}{S_{g0}} \quad (30)$$

با استفاده از روابط بالامعادله دیفرانسیل معمولی انرژی بی بعد به صورت زیر بدست می‌آید:

$$N_s = \left[\left(\frac{m-1}{2} \eta \right)^2 + \frac{(m+1)Re}{2} \right] \theta' + ((\theta + \theta_\infty)(m+1) \times Ec \times Re \times Pr \times f'') \quad (31)$$

که در آن $\theta + \theta_\infty$ دمای بی‌بعد، Re عدد رینولدز، Pr عدد پرانتل، Ec عدد اکرت، Be_T و Be_F به ترتیب عدد بیژن حرارتی و اصطکاکی هستند که به صورت زیر تعریف شده اند [۱۰]:

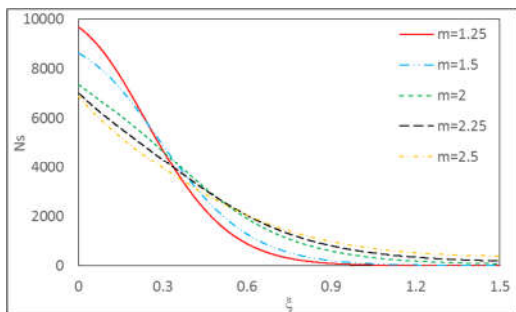
$$\theta + \theta_\infty = \frac{T}{\Delta T} \quad (32)$$

$$Re = \frac{U_w(x+b)}{\theta} \quad (33)$$

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} \quad (34)$$

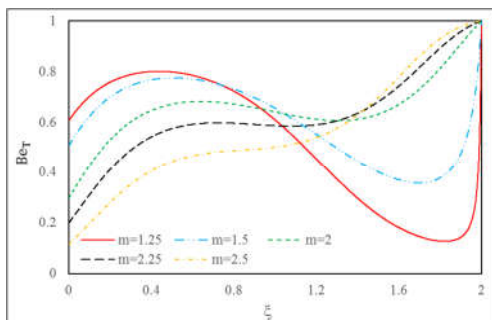
$$Ec = \frac{U_w^2}{C_p \Delta T} \quad (35)$$

ندارد. همانطور که از شکل‌های ۴ تا ۷ گویاست تغییرات انتروپی بیشتر ناشی از تغییرات لایه مرزی حرارتی است.



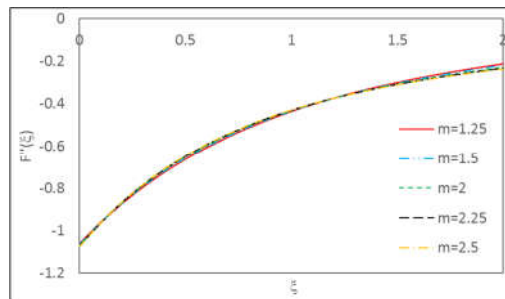
شکل ۸ - پروفیل نرخ انتروپی‌های تولیدی

عدد بیژن حرارتی نرخ انتقال گرما برگشت ناپذیر را به کل بازگشت ناپذیری ناشی از اصطکاک و انتقال حرارت برای جریان لایه مرزی آرام بیان می‌کند [۱۴]. پارامتر تاثیر گذار مقدار m است که ضخامت صفحه را تغییر می‌دهد و همان طور که پیداست برای m های بزرگ تر از ۲ بیژن روند افزایشی خود را حفظ می‌کند ولی در m های کوچک تر به دلیل بیشتر بودن ضخامت تا مقدار $\xi = 1/65$ کاهش می‌یابد و سپس به سمت ۱ حرکت می‌کند که نشان می‌دهد بازگشت ناپذیری عمدتاً ناشی از انتقال گرماست.



شکل ۹ - تاثیر مقادیر مختلف m بر پروفیل عدد بیژن حرارتی

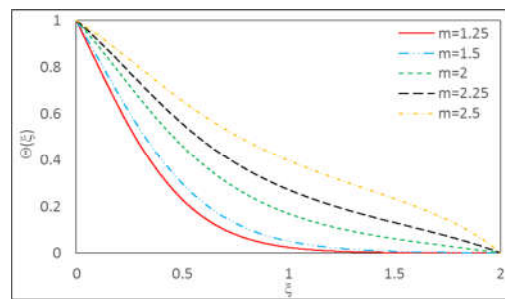
شکل ۱۰ پروفیل عدد بیژن اصطکاک را نشان داده است. همانطور که میدانیم عدد بیژن اصطکاک بیانگر مقدار بازگشت ناپذیری ناشی از اصطکاک به کل بازگشت ناپذیری می‌باشد. پس انتظار می‌رود تغییرات پروفیل عدد بیژن اصطکاک همواره معکوس عدد بیژن حرارتی باشد که شکل ۱۰ گویای این نتیجه است.



شکل ۵ - نرخ تغییرات پروفیل سرعت برای مقادیر مختلف m

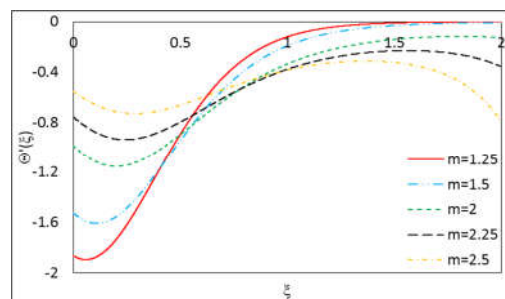
شکل ۶ و ۷ مقادیر Θ' و Θ را نشان می‌دهد که در $\alpha = 0.5$ برای مقادیر مختلف m رسم شده است. شرایط مرزی مناسب برای این قسمت لحاظ شده است.

شکل ۶ تاثیر مقادیر مختلف m را بر پروفیل دما نشان می‌دهد. نتایج حاکی از آن است که افزایش پارامتر m سبب افزایش شدیدی در ضخامت لایه مرزی حرارتی می‌شود.



شکل ۶ - پروفیل دما برای مقادیر مختلف m

همانطور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، با افزایش ξ مقدار Θ' برای $m=1.25, 1.5, 2$ به سمت صفر میل می‌کند و برای m های بزرگ تر مقدار آن کاهش می‌یابد. از این شکل می‌توان نتیجه گرفت که هر چقدر پارامتر موثر بر ضخامت کمتر باشد دما سریع تر به T_{∞} می‌رسد و انتقال گرمای بیشتر صورت می‌گیرد.



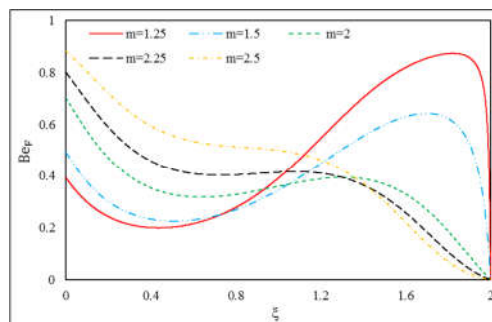
شکل ۷ - نرخ تغییرات پروفیل دما (Θ') برای مقادیر مختلف m

شکل ۸ پروفیل نرخ انتروپی‌های تولیدی (Ns) را برای مقادیر مختلف m نشان می‌دهد. همان طور که پیداست با کاهش مقدار m تغییرات انتروپی بیشتر خواهد بود. به دلیل ثابت بودن مقدار $F''(\xi)$ برای m های مختلف، لایه مرزی سرعتی تاثیر چندانی بر تغییرات انتروپی

gen تولیدی
w دیواره
∞ آزاد سیال

۶ - مراجع

- [1] Sakiadis B.C., Boundary-layer behavior on continuous solid surface: II. Boundary - layer equations for two-dimensional and axisymmetric flow. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, Vol. 7, No.1, pp. 221-225, 1961.
- [2] Tsou F.K., Sparrow E.M. and Goldstein R.J., Flow and heat transfer in the boundary layer on a continuous moving surface. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 10, No.1, pp. 219-235, 1967.
- [3] Akhavan-Zanjani H., Saffar-Avval M., Mansourkiaei M., Sharif F. and Ahadi M., Experimental investigation of laminar forced convective heat transfer of Graphene-water nanofluid inside a circular tube. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 100, pp. 316-323, 2016.
- [4] Khalid A., Khan I., Khan A. and Shafie Sh., Unsteady MHD free convection flow of Casson fluid past over an oscillating plate embedded in a porous medium. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, Vol. 18, No.3, pp. 309-317, 2015.
- [5] Crane L.J., Flow past a stretching plate. *Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP)*, Vol. 21, pp. 645-647, 1970.
- [6] Liao S.J., A new branch of solution of boundary-layer flows over a permeable stretching plate. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 42, No.6, pp. 819-830, 2007.
- [7] Lee L.L., Boundary layer over a thin needle. *The Physics of Fluids*, Vol. 10, No.4, pp. 822-828, 1967.
- [8] Cebeci T. and Na T.Y., Laminar free-convection heat transfer from a needle. *The Physics of Fluids*, Vol. 12, No.2, pp. 463-465, 1969.
- [9] Ahmad S., Arifin N.M., Nazar R. and Pop I., Mixed convection boundary layer flow along vertical thin needles: assisting and opposing flows. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, No.2, pp. 157-162, 2008.
- [10] Ahmad S., Arifin N.M., Nazar R. and Pop I., Mixed convection boundary layer flow along vertical moving thin needles with variable heat flux. *Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, pp. 473-479, 2008.
- [۱۱] اکزریان ا. و کاظمیانی نجف آبادی پ.، حل تشابهی انتروپی تولیدی جریان نانو سیال همراه با میدان مغناطیسی روی صفحه در حال کشش: یک مدل ساده جهت خنک کاری سیستم های نورد. مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، د. ۴۹، ش. ۲، ص ۲۷۹-۲۸۴، ۱۳۹۸.
- [12] Fang T., Zhang J. and Zhong Y., Boundary layer flow over a stretching sheet with variable thickness. *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 218, No13, pp. 7241-7252, 2012.
- [13] Lotfi A. and Lakzian E., Entropy generation analysis for film boiling: A simple model of quenching. *The European Physical Journal Plus*, Vol. 131, pp. 123- 131, 2016.
- [14] Bejan A., *Advanced Engineering Thermodynamics*. John Wiley & Sons, New York, 2006.



شکل ۱۰- تاثیر مقادیر مختلف m بر پروفیل عدد بیژن اصطکاکی

۴ - نتیجه گیری

مطالعه‌ی حاضر به تحلیل انتروپی جریان در لایه مرزی و انتقال گرمای یک سیال لزج روی صفحه تخت با ضخامت متغیر، بدون گرادیان فشار و در حال کشش غیر خطی پرداخته است. پارامتر سرعت کششی یک تابع توانی است که نسبت به مبدا تغییر می‌کند. تاثیر تغییرات ضخامت بر لایه مرزی سرعتی و حرارتی مورد بررسی قرار گرفت. همچنین اثرات انتروپی تولیدی، اعداد بی بعد بیژن حرارتی و اصطکاکی به عنوان معیاری از خنک کاری کیفی مورد مطالعه قرار گرفتند. از نتایج مهم کار حاضر می‌توان به کاهش نرخ انتقال گرما با افزایش مقدار m اشاره کرد. همچنین نتایج نشان می‌دهد تغییرات انتروپی بیشتر ناشی از تغییرات لایه مرزی حرارتی است. بنابراین پیشنهاد می‌شود برای کاهش دمای یک صفحه تا دمای دلخواه به منظور به حداقل رساندن بازگشت ناپذیری ها ، فرایند انتقال حرارت طی چند مرحله انجام شود.

۵ - نمادها

T	توزیع دما
P	فشار
Pr	عدد پرانتل
Ec	عدد اکرت
Re	عدد رینولز
U	سرعت صفحه
C_p	ظرفیت گرمایی ویژه
F	تابع بی بعد بر حسب $(\eta - \alpha)$
f	تابع بی بعد بر حسب (η)
x	فاصله از مبدا مختصات

علائم یونانی

η	متغیر مستقل تشابهی
θ_∞	تغییرات دمای بی‌بعد
μ	لزجت دینامیکی
θ	لزجت سینماتیکی
ρ	چگالی
ξ	متغیر تشابهی
α	پارامتر مرتبط به ضخامت دیواره

زیر نویس‌ها

• حالت اولیه