

## تعیین و بررسی ضرایب شدت تنش و زاویه شکست اولیه در ورق‌های ترک دار ترمیم شده با وصله کامپوزیتی یک طرفه تحت مود یک و مود ترکیبی

کارشناس ارشد هوافضا، مجتمع دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر، ایران

استادیار، مجتمع دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر، ایران

سازمان صنایع هوایی، شرکت صنایع هوایپیماسازی ایران (هسا)، شاهین شهر، ایران

مری، مجتمع دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر، ایران

علیرضا سلمانیان مبارکه

احسان براتی\*

قاسم صادقی

منوچهر شاه حیدری

### چکیده

به دلیل ویژگی‌های ممتاز کامپوزیت‌ها مانند سبکی، استحکام بالا و قابلیت شکل پذیری خیلی خوب، استفاده از وصله‌های کامپوزیتی در ترمیم ورق‌های ترک خورده و دارای شکاف، بسیار مرسوم می‌باشد. در این مقاله تأثیر پارامترهای مختلف مانند جنس وصله‌های کامپوزیتی، جنس لایه چسب و جنس فلزیابه با استفاده از روش المان محدود سه بعدی در کاهش ضرایب شدت تنش در مود یک و مود ترکیبی و تغییرات زاویه شکست اولیه مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان داده است که جنس وصله کامپوزیتی و ورق پایه تأثیر زیادی در کاهش ضریب شدت تنش معادل دارد و کامپوزیت بورن/ایوکسی نسبت به سایر مواد مناسب‌تر است. اما جنس لایه چسب تأثیر چشمگیری بر کاهش ضریب شدت تنش ندارد. از دیگر نتایج مهم به دست آمده از این مقاله، عدم تأثیر چشمگیر وصله بر زاویه شکست اولیه است.

واژه‌های کلیدی: ورق ترکدار، وصله کامپوزیتی، ضریب شدت تنش، مود ترکیبی، المان محدود سه بعدی.

## Investigating and determining the stress intensity factors and fracture initiation angle for the cracked plates repaired by single-side composite patches under mode I and mixed-mode loading

A. R. Salmanian Mobarakeh

Mechanical Engineering Department, MalekAshtar University of Technology, Shahinshahr, Iran

E. Barati

Mechanical Engineering Department, MalekAshtar University of Technology, Shahinshahr, Iran

Gh. Sadeghi

Iran Aircraft Manufacturing Industrial Company (HESA), Iran Aviation Industries Organization, Shahinshahr, Iran

M. Shah Heydari

Mechanical Engineering Department, MalekAshtar University of Technology, Shahinshahr, Iran

### Abstract

Due to various benefits of composite materials such as light weight, high strength and their excellent formability, the external bonded composite patches have been proved to be a preferable method of repairing flaws and cracks in various engineering structures. In this paper, the effect of some parameters such as the composite patch material, the adhesive material and the base plate material on the reduction of the stress intensity factor and the variation of fracture initiation angle has been studied using the 3D finite element method. The results showed that the composite patch material and base plate material have significant effect on reduction of stress intensity factor. However, the adhesive material has insignificant effect on it. One of the other important results of this study is that the use of patch does not have a significant impact on the fracture initiation angle.

**Keywords:** Cracked plate, composite patch, stress intensity factor, mixed mode, 3D FEM method.

ضریب انبساط گرمایی فلز پایه و وصله دارد، اما ویژگی‌های مانند استحکام بالا، سبک بودن، مقاومت در برابر خوردگی و خواص خوب خستگی، باعث شده است این روش بسیار بیشتر از روش اول توسعه داده شود. وصله‌های کامپوزیتی با موفقیت در تعمیر هوایپیماهای نظامی آسیب دیده به کار گرفته شد و اخیراً نیز در تعمیر هوایپیماهای تجاری استفاده می‌شود [۱]. در سال ۱۹۷۰، محققان آزمایشگاه‌های نیروی هوایی استرالیا برای تعمیر قطعات ترکدار در سازه‌های هوایی از کامپوزیت‌ها با استحکام بالا استفاده کردند [۲]. در سال ۱۹۹۵، دنی [۳] با انجام آزمایش‌های خستگی، تأثیر اندازه و موقعیت ناحیه جدا شده را بر روی کاهش عمر پنل‌های ترمیم شده بررسی کرد و نشان داد وقایی ناحیه جدایش افزایش می‌باید از عمر پنل کاسته خواهد شد. سه سال بعد، میلز و رایان [۴] آزمون‌های تحریکی دیگری مشابه با آزمایش‌های دنی اما بر روی پنل‌های ضخیم‌تر انجام دادند و نشان دادند که

### ۱- مقدمه

امروزه پدیده پیری یکی از مشکلات اساسی صنایع مختلف مانند صنایع هوافضا و دریایی است. عموماً سه راه حل اساسی برای حل مشکل پیری هوایپیما وجود دارد: اولین راه حل که ابتدایی ترین راه است، جایگزینی هوایپیما است. راه دوم نیز تعویض قطعات معیوب است. راه حل سوم در این زمینه ترمیم قطعات آسیب دیده است. با توجه به هزینه بالای اقتصادی و دشواری تعویض برخی از قطعات، دو راه حل اول راهکارهای مناسبی نیستند. بنابراین ترمیم قطعات آسیب دیده، بهترین راهکار برای افزایش عمر هوایپیماها است. دو روش برای تعمیر قطعات آسیب دیده پیشنهاد می‌شود. روش اول، روش ترمیم مکانیکی با پیچ و پرج است و روش دوم ترمیم با وصله‌های کامپوزیتی است. استفاده از وصله‌های کامپوزیتی اگر چه معایبی مانند عدم انطباق

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: e\_barati@mut-es.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۷/۰۴/۱۶

تاریخ پذیرش: ۹۸/۰۴/۱۶

نتایج به دست آمده مشابه نتایج دنی است.

روی مود ترکیبی صورت گرفته است. به عنوان نمونه می‌توان به کار براون و همکاران [۲۱] در سال ۲۰۱۸ اشاره نمود که طی آن، یک الگوریتم بهینه‌سازی برای طراحی وصله‌های کامپوزیتی به منظور ترمیم ورق‌های ترک‌دار تحت بارگذاری در مود ترکیبی ارائه گردید.

در این مطالعه با استفاده از روش المان محدود سه بعدی به محاسبه ضرایب شدت تنش در مود یک و مود ترکیبی، نسبت ضرایب شدت تنش، ضریب شدت تنش معادل و نیز زاویه شکست اولیه برای ورق‌های ترک‌دار ترمیم شده با وصله‌های کامپوزیتی یک طرفه در حالات مختلف پرداخته شده است. ورق پایه حاوی ترک مرکزی مایل بوده که با تغییر زاویه ترک، ضرایب شدت تنش تغییر خواهد کرد. ابعاد ورق دارای ترک در تمام نمونه‌ها ثابت بوده و تأثیر جنس وصله کامپوزیتی، جنس لایه چسب و جنس فلز پایه بر کاهش ضرایب شدت تنش و تغییرات زاویه شکست اولیه در مود ترکیبی مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین دو زاویه الیاف صفر درجه (نسبت به محور بارگذاری) و ۴۵ درجه نیز بررسی شده است. ارزیابی و بررسی تغییرات زاویه شکست اولیه با تغییر پارامترهای مختلف به منظور اصلاح مسیر رشد ترک در صورت لزوم، ارزیابی تغییرات ضرایب شدت تنش مود یک برای طول‌های متفاوت ترک و مود ترکیبی شکست و همچنین بررسی تغییرات ضریب شدت تنش معادل با تغییر جنس وصله و چسب، و در نهایت بررسی عملکرد وصله‌های کامپوزیتی مشابه بر ورق‌های حاوی ترک با ابعاد هندسی یکسان و خواص مکانیکی متفاوت از مهم‌ترین دستاوردهای مطالعه حاضر است که در مطالعات قبلی کمتر دیده شده است.

## ۲- روابط مکانیک شکست

توزيع تنش در نزدیکی دو انتهای ترک در یک سازه ترمیم شده حاوی نقطه تکین است. شکل ۱ محورهای مختصات و تنش‌های اعمالی را در نوک ترک نشان می‌دهد. میدان تنش در نزدیکی نوک ترک، با استفاده از روابط بروئک قابل توصیف است [۲۲].

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(-\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) [2 + \cos(\theta/2) \cos(3\theta/2)]\right) \quad (1)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} (\sin(\theta/2) \cos(\theta/2) \cos(3\theta/2)) \quad (2)$$

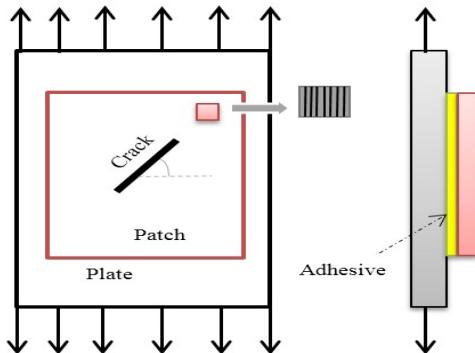
$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} (-\cos(\theta/2) [1 - \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2)]) \quad (3)$$

$$\tau_{zx} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} (-\sin(\theta/2)) \quad (4)$$

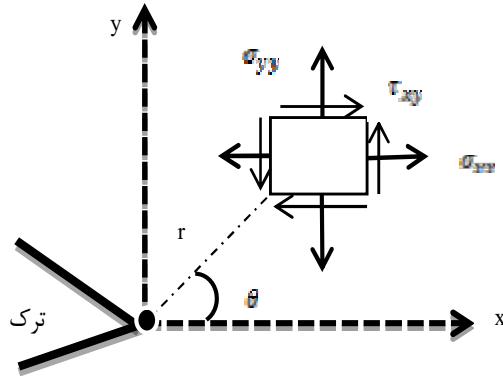
$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \quad (5)$$

در بررسی استحکام یک قطعه ترمیم شده با وصله کامپوزیتی از روش المان محدود به میزان بسیار زیادی استفاده می‌شود. این روش در ابتدا توسط میشل و همکاران [۵] استفاده شد. در ادامه مطالعاتی با به کارگیری روش المان محدود توسط جوزن و کالایان [۶]، راتوانی [۷] و توراگو و اپیوادمان [۸] انجام شد. در سال ۲۰۰۰ بهستی و همکاران [۹] به بررسی عددی عوامل موثر بر کارکرد وصله‌های کامپوزیتی در ترمیم ورق حاوی سوراخ پرداختند. در سال ۲۰۰۶ حسینی توخشکی [۱۰] به بررسی عملکرد ورق‌های ترمیم شده با وصله‌های کامپوزیتی چند لایه پرداخت. تاثیر تعداد لایه‌ها بر عمر خستگی در مطالعه او مشهود بود. در سال ۲۰۰۸ حسینی توخشکی و همکاران [۱۱] به تحلیل مسیر رشد ترک خستگی در صفحات نازک تعمیر شده با وصله‌های کامپوزیتی یک طرفه از جنس شیشه‌ایپوکسی پرداختند. خلیلی و قاجار [۱۲] در سال ۲۰۱۰ مطالعه‌ای به صورت تجربی به منظور بررسی پاسخ ضریبه شارپی برای ورق‌های آلومینیومی آسیب دیده و ترمیم شده با وصله‌های کامپوزیتی معمولی و لایه فلزی انجام دادند. مطالعه آن‌ها نشان داد که تاثیر وصله‌های لایه فلزی در تقویت نمونه‌های شیاردار نسبت به وصله‌های معمولی دارای الیاف کربن بیشتر است. آشنای قاسمی و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۱۴ با استفاده از روش المان محدود توسعه یافته، رشد ترک خستگی را در ورق‌های آلومینیومی ترک‌دار ترمیم شده با وصله‌های کامپوزیتی را بررسی کردند. نتایج به دست آمده از مطالعه آن‌ها نشان داد که با به کار بردن وصله‌های کامپوزیتی با ترتیب ورق الیاف/آلومینیوم بیشترین تاثیر را در خواص ترمیمی دارد و می‌تواند ضریب شدت تنش را تا ۷۰ درصد کاهش دهد. در مطالعه‌ای دیگر که در همان سال انجام شد، آشنای قاسمی و همکاران [۱۴] به بررسی تحریجی اثر دما روی پاسخ ضریبی سرعت پایین صفحات آلومینیومی شیاردار تعمیر شده با وصله‌های کامپوزیتی چند لایه دارای لایه فلزی پرداختند. در سال ۲۰۱۵ آشنای قاسمی و همکاران [۱۵] مطالعه‌ای تحریجی بر روی استحکام کششی صفحات آلومینیومی و تقویت شده با وصله‌های کامپوزیتی لایه فلزی انجام دادند. آن‌ها در مطالعه خود تاثیر لایه‌چینی، ضخامت لایه فلزی و طول وصله کامپوزیتی را مورد بررسی قرار دادند. احمدی نجف‌آبادی و همکاران [۱۶] به پایش خرابی ورق آلومینیومی ترک‌دار ترمیم شده با وصله چند لایه فلزی الیاف به روش اکوستیک پرداختند. ایوانز و براون [۱۷] در سال ۲۰۱۸ تحلیل عددی ترک‌های سطحی ترمیم شده با وصله‌های کامپوزیتی یک طرفه و دو طرفه را انجام دادند. خان محمد و همکاران [۱۸] در سال ۲۰۱۸ اثر کشش بیش از حد مجاز را بر عملکرد لایه چسب ورق ترک دار آلومینیوم ۲۰۲۴ و ۷۰۷۵ ترمیم شده با وصله‌های کامپوزیتی بررسی نمودند. الیاده و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۱۸ اثرات جدایش لایه چسب و تنش‌های پسماند حرارتی را بر عمر خستگی ورق هایی از جنس آلومینیوم ۲۰۲۴ ترمیم شده با وصله کامپوزیتی بررسی نمودند. ملکان و سیمینی [۲۰] در سال ۲۰۱۸ تحلیل المان محدود لوله‌های آلومینیومی جدار نازک دارای ترک‌های طولی که توسط وصله‌های کامپوزیتی ترمیم شده است را تحت بارگذاری دینامیکی داخلی انجام دادند.

اگرچه در تحقیقات قبلی فعالیت‌های زیادی در خصوص ترمیم با وصله کامپوزیتی تحت مود I انجام شده است، اما فعالیت‌های اندکی بر



شکل ۲- ساختار ورق ترک دار ترمیم شده با وصله کامپوزیتی



شکل ۱- تعریف محورهای مختصات در نوک ترک

جدول ۱- ابعاد ساختار ترمیم

(mm)	ارتفاع	(mm)	عرض	(mm)	طول	قطعه
۳		۲۸۰		۲۸۰		ورق
۰/۳		۱۹۶		۱۹۶		لایه چسب
۰/۳		۱۹۶		۱۹۶		وصله کامپوزیتی

صفحه فلزی حاوی ترک مرکزی دارای طول متغیر و با زاویه متغیر می‌باشد. این صفحه تحت تنش‌های تک محوره  $E=65\text{ MPa}$ ,  $\nu=0.25$  قرار دارد. جنس فلز پایه از دو نوع آلومینیوم و فولاد انتخاب شده است. مدول الاستیسیته آلمینیوم و فولاد به ترتیب ۷۷ و ۲۰۰ گیگاپاسکال و ضریب پواسون در هر دو ماده  $v=0.28$  فرض شده است. ترک ایجاد شده بر روی قطعه توسط وصله‌های کامپوزیتی یک طرفه ترمیم شده است. جهت‌گیری الیاف در تمام حالت‌ها با زاویه صفر درجه نسبت به محور بارگذاری (و یا  $90^\circ$  درجه نسبت به محور  $x$ ) مشخص می‌شود. البته تأثیر زاویه الیاف (صفر و  $45^\circ$  درجه) نیز جداگانه مورد بررسی قرار می‌گیرد. در مطالعه حاضر، سه نمونه ماده مختلف برای وصله کامپوزیتی مورد استفاده قرار گرفته است. اتصال ورق پایه و وصله کامپوزیتی نیز با بهره گیری از لایه چسب بین آن‌ها، برقرار شده است. جنس چسب به کار برد شده در قسمت‌های مختلف از انواع آرال دیت انتخاب شده است. خواص مکانیکی انواع چسب در جدول ۲ و خصوصیات مکانیکی وصله‌ها در جدول ۳ بیان شده است.

جدول ۲- خواص مکانیکی چسب

G(MPa)	$\vartheta$	E(MPa)	
۱۹۰	۰/۳	۴۹۰	آرال دیت ۷۷۵۲
۵۶۰	۰/۳۳	۱۸۵۰	آرال دیت ۲۰۱۵
۱۵۶۰	۰/۳۵	۴۸۹۰	آرال دیت آ.وی ۱۳۸

جدول ۳- خواص مکانیکی وصله‌های کامپوزیتی

	Gl/Ep	Gr/Ep	Br/Ep
$E_{11}$ (GPa)	۲۷/۸۲	۱۳۴	۲۰۸
$E_{22}$ (GPa)	۵/۸۲	۱۰/۳	۲۵/۴
$E_{33}$ (GPa)	۵/۸۳	۱۰/۳	۲۵/۴
$G_{12}$ (GPa)	۲/۵۶	۵/۵	۷/۲
$G_{13}$ (GPa)	۲/۵۶	۵/۵	۷/۲

که در آن  $K_I$ ,  $K_{II}$  و  $K_{III}$  ضرایب شدت تنش در مود یک، دو و سه شکست هستند. در حل الاستیک، ارتباط بین ضرایب شدت تنش در مودهای مختلف ( $K_I$ ,  $K_{II}$  و  $K_{III}$ ) با جابجایی اجزا در سطح بالایی ترک می‌تواند به صورت زیر در مختصات قطبی در نظر گرفته شود [۲۲]:

$$K_I = \frac{1}{\sqrt{r}} * \frac{Ev}{2(1-v^2)} \quad (6)$$

$$K_{II} = \frac{1}{\sqrt{r}} * \frac{Eu}{2(1-v^2)} \quad (7)$$

$$K_{III} = \frac{1}{\sqrt{r}} * \frac{Ew}{2(1-v^2)} \quad (8)$$

که در آن E مدول الاستیسیته، v ضریب پواسون و  $w$  فاصله شعاعی در نوک ترک است. جابجایی در راستاهای x و y و z به ترتیب با  $a_l$ ,  $w$  و  $z$  نمایش داده می‌شود. ضریب شدت تنش در نوک ترک می‌تواند با جابجایی اجزا در سطح بالایی ترک با استفاده از روش تعمیم یافته خطی متناسب با  $0.5$  محاسبه شود.

در حالت بارگذاری مود ترکیبی، به منظور سهولت در مقایسه و محاسبات، از ضریب شدت تنش معادل استفاده می‌شود. روابط متفاوتی به منظور محاسبه ضریب شدت تنش معادل ارائه شده است. فرمول ارائه شده مرجع [۲۲] به صورت زیر است:

$$K = [K_I^4 + 8K_{II}^4]^{0.25} \quad (9)$$

که در آن K ضریب شدت تنش معادل است. زاویه شکست اولیه در این مطالعه بر اساس معیار حداقل تنش قائم اصلی محاسبه شده است. پارسیس و اردگان [۲۳] زاویه شکست را نیز تابعی از ضریب شدت تنش مود یک و دو دانسته و فرمولهای زیر را برای این پارامتر بیان کردند.

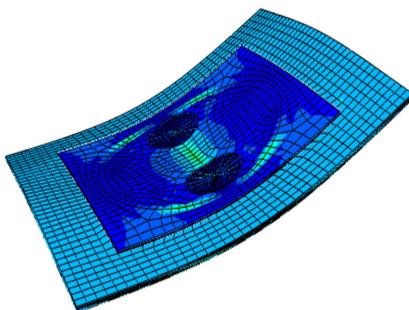
$$\theta_c = 2 \tan^{-1} \left( \frac{K_I - \sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{4K_{II}} \right) \quad \text{for } K_{II} > 0 \quad (10)$$

$$\theta_c = 2 \tan^{-1} \left( \frac{K_I + \sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{4K_{II}} \right) \quad \text{for } K_{II} < 0 \quad (11)$$

### ۳- هندسه مساله و خواص مکانیکی اجزا ترمیم

هدف از این مقاله، تعیین و بررسی تغییرات ضرایب شدت تنش و زاویه شکست اولیه در ورق ترک دار ترمیم شده با وصله کامپوزیتی یک طرفه و تأثیر پارامترهای مختلف بر تغییرات این پارامتر این پارامتر می‌باشد. شکل ۲، هندسه ترمیم برای قطعه ترکدار تحت بار کششی تک محوره را نشان می‌دهد. ابعاد ساختار ترمیم شده نیز در جدول ۱ بیان شده است.

را نشان می‌دهد. با الحاق وصله کامپوزیتی به یک طرف ورق ترکدار، به علت کاهش نیروی کششی در سمت ترمیم شده، رشد ترک کند خواهد شد. این در حالی است که در سمت ترمیم نشده، تنش کششی به علت وجود نیروی خمی، افزایش یافته و منجر به رشد سریع ترک خواهد شد. این تفاوت سرعت رشد ترک در دو سطح ترمیم شده و ترمیم نشده باعث می‌شود که لبه ترک پس از چندین مرحله رشد، به شکل یک خط راست نبوده و شکل منحنی به خود می‌گیرد.



شکل ۴- خمش خارج از صفحه نمونه ترمیم شده

#### ۵- اعتبارسنجی مدل سازی انجام شده

به منظور صحت‌سنجی مدل‌سازی صورت گرفته، ابتدا نمونه بدون وصله مدل شده و تحت بارگذاری قرار گرفته ( $\sigma_y = 65 \text{ MPa}$ ، مقادیر ضرایب شدت تنش در مود I و II استخراج شده و با نتایج ارائه شده در مرجع [۲۵] مقایسه شده است. جدول ۴ مقادیر محاسبه شده ضریب شدت تنش مود یک ( $K_I$ ) و مقدار خطای مدل‌سازی را برای زوایای مختلف ترک نشان می‌دهد. جدول ۵ نیز بیانگر مقادیر محاسبه شده برای ضریب شدت تنش مود دو ( $K_{II}$ ) حاصل از این مدل‌سازی و نتایج ارائه شده در مرجع [۲۵] می‌باشد. همانطور که ملاحظه می‌شود بیشینه اختلاف به دست آمده بین نتایج مدل‌سازی در مقاله حاضر و نتایج ارائه شده در مرجع [۲۵] حدود ۶ درصد می‌باشد. بنابراین مدل‌سازی ترک تحت مود ترکیبی (بدون حضور وصله کامپوزیتی) از دقت قابل قبولی برخوردار است.

جدول ۴- ضریب شدت تنش مود یک ترک ترمیم نشده

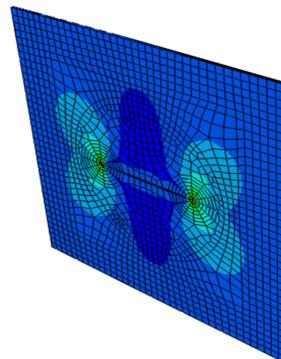
زاویه ترک	$K_I (\text{MPa.m}^{0.5})$ مرجع [۲۵]	$K_I (\text{MPa.m}^{0.5})$ مدل حاضر	درصد خطأ
.	۳۱/۶۲	۲۲/۵	۵
۳۰	۲۳/۷۲	۲۵/۱۷	۵
۴۵	۱۵/۸۱	۱۶/۶	۴/۷
۶۰	۷/۹	۸/۳۱	۴/۹

جدول ۵- ضریب شدت تنش مود دو ترک ترمیم نشده

زاویه ترک	$K_{II} (\text{MPa.m}^{0.5})$ مرجع [۲۵]	$K_{II} (\text{MPa.m}^{0.5})$ مدل حاضر	درصد خطأ
.	.	.	.
۳۰	۱۳/۶۵	۱۴/۶	۶
۴۵	۱۵/۸	۱۶/۸	۵
۶۰	۱۳/۷۵	۱۴/۴	۴/۵

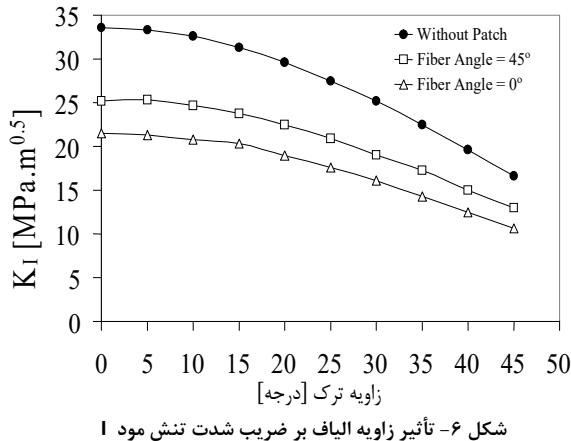
#### ۴- مدل‌سازی المان محدود

تحلیل‌های انجام شده در این تحقیق با استفاده از روش المان محدود سه بعدی انجام شده است. نرم‌افزار مورد استفاده نیز، نرم‌افزار ABAQUS می‌باشد. همه اجزا ترمیم به صورت 3D solid مدل سازی شده‌اند. پس از مدل سازی قطعه ترکدار، لایه چسب و وصله کامپوزیتی، خواص مکانیکی مربوط به هر جزء در مازول مربوطه داده می‌شود. در مدل‌سازی لایه چسب، چسب به عنوان یک ماده همگن در نظر گرفته شد چرا که هدف از انجام این تحقیق، مطالعه فرatar چسب (از نقطه نظر جدایش و تخریب لایه چسب) در این سازه نمی‌باشد و همچنین بارگذاری مورد استفاده در تمام نمونه‌ها از نوع استاتیکی است. گام بعدی در مدل‌سازی، ترکیب مناسب اجزا ترمیم است. در مدل‌سازی انجام شده، سطح فوقانی فلز با سطح زیرین لایه چسب و سطح بالایی لایه چسب با سطح تحتانی وصله به تحمیل شرایط پیوند زده است. در مدل‌سازی ترک با توجه به تحمیل شرایط سازگاری با حوزه تنش نوک ترک، از المان‌های تکین استفاده شده است. پس از اعمال بارگذاری، با ایجاد پارتیشن‌های مناسب، ساختار ترمیم مشبندی می‌شود. در نزدیکی نوک ترک با توجه به تغییرات زیاد تنش، به منظور دست‌بایی به نتایج با دقت بالا، استفاده از المان‌ها با ابعاد مناسب و تطبیق مش با هندسه و مسیر رشد ترک الزامی است. نوع المان مورد استفاده برای مش بندی برای هر سه جزء ترمیم (ورق، چسب و وصله)، بیست گرامی آجری است. شکل ۳ مشبندی ورق ترکدار ترمیم شده با وصله کامپوزیتی را نشان می‌دهد. کلیه تحلیل‌های انجام شده در این مطالعه به صورت غیر خطی می‌باشد.

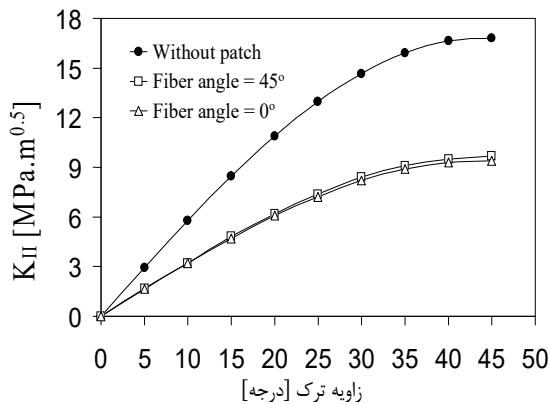


شکل ۳- مدل المان محدود نمونه ترمیم شده

بارگذاری حدود ۳۶ درصد و با زاویه ۴۵ درجه حدود ۲۴ درصد است. مقادیر کاهش ضریب شدت تنش مود دو در ساختار ترمیم شده با وصله‌ی کامپوزیتی با زاویه صفر درجه حدود ۴۴ درصد و این عدد برای زاویه ۴۵ درجه، تقریباً ۴۲ درصد است. این مبنی آن است که عملکرد این دو زاویه الیاف در بهبود ضریب شدت تنش مود دو تفاوت زیادی با یکدیگر ندارد. اما آنچه استفاده از وصله کامپوزیتی با زاویه الیاف صفر درجه را ارجح می‌کند، عملکرد مطلوب این وصله در کاهش ضریب شدت تنش مود یک است.



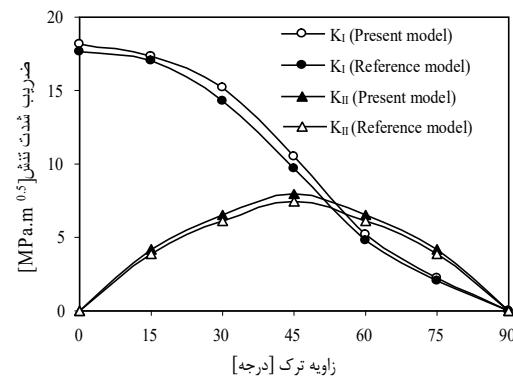
شکل ۶- تأثیر زاویه الیاف بر ضریب شدت تنش مود I



شکل ۷- تأثیر زاویه الیاف بر ضریب شدت تنش مود II

شکل ۸ تغییرات نسبت ضرایب شدت تنش بر حسب زاویه ترک و زاویه‌های متفاوت الیاف را نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل ملاحظه می‌شود کاهش نسبت ضرایب شدت تنش با به کار بردن وصله مشهود بوده و این افول در نسبت ضرایب شدت تنش برای وصله با زاویه الیاف ۴۵ درجه بیشتر است. همانطور که ملاحظه می‌شود در زاویه ترک مساوی ۴۵ درجه (که بیشترین مقدار نسبت مودها رخ می‌دهد)، نسبت مودها در حالت بدون وصله مساوی ۱/۰۱ می‌باشد. چنانچه زاویه الیاف نیز ۴۵ درجه درنظر گرفته شود، مقدار نسبت مودها به مقدار ۰/۷۳ کاهش می‌یابد. در حالی که برای زاویه الیاف مساوی صفر درجه (نسبت به راستای بارگذاری)، نسبت مودها مساوی ۰/۸۸ می‌باشد. به عبارت دیگر در صورت هم راستا بودن زاویه ترک و زاویه الیاف، نسبت مودها کاهش بیشتری خواهد داشت.

برای اعتبار سنجی مدل سازی انجام شده در حالت با وصله، مسئله مورد بررسی در مرجع [۲۶] مورد ارزیابی قرار گرفت. شکل ۵ نتایج حاصل از مدل‌سازی حاضر و مدل‌سازی مرجع [۲۶] را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل بیشینه خطای ایجاد شده در این حالت نیز حدود ۴۶ درصد است که خود بیانگر اعتبار مدل سازی انجام شده می‌باشد.



شکل ۵- ضرایب شدت تنش برای ترک ترمیم شده

## ۶- تحلیل نتایج به دست آمده

در این تحقیق با به کارگیری روش المان محدود سه بعدی به بررسی تأثیر وصله‌های کامپوزیتی بکار برده شده در ترمیم ورق ترکدار در مود یک و مود ترکیبی در راستای کاهش ضرایب شدت تنش و تغییرات زاویه شکست اولیه پرداخته شده است. در ادامه نتایج به دست آمده، تحلیل و بیان شده است. با توجه به اینکه ضریب شدت تنش با تنش ایجاد شده در قطعه رابطه مستقیم دارد، بنابراین با مکوس بار بحرانی شکست نیز رابطه مستقیم دارد. به عبارت دیگر چنانچه یک وصله کامپوزیتی بتواند مثلاً ۲۰ درصد ضریب شدت تنش را کاهش دهد، استفاده از این وصله کامپوزیتی منجر به افزایش ۲۰ درصدی در بار بحرانی شکست می‌گردد. با توجه به اینکه بررسی بار بحرانی شکست درک بهتری را نسبت ضریب شدت تنش ایجاد می‌کند، در این مقاله در کنار بررسی کاهش ضریب شدت تنش، به افزایش میزان بار بحرانی شکست نیز پرداخته شده است.

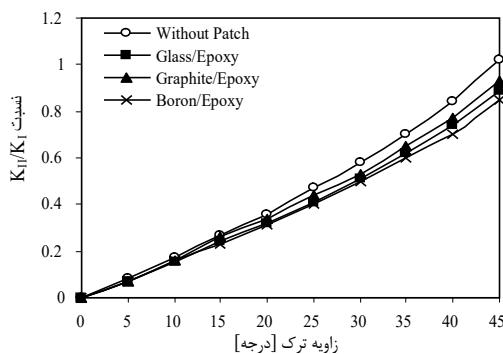
### ۶-۱- تأثیر زاویه الیاف و وصله‌های کامپوزیتی

زاویه الیاف یکی از فاکتورهای مهم در عملکرد وصله‌های کامپوزیتی است. در این قسمت به منظور بررسی تأثیر زاویه الیاف در وصله‌های کامپوزیتی از جنس گرافیت اپوکسی بر کاهش مقدار ضریب شدت تنش، دو زاویه الیاف صفر درجه و ۴۵ درجه (نسبت به راستای اعمال بار) مورد بررسی قرار گرفته است. جنس فلز پایه آلومنیوم و چسب مورد استفاده آرا ۱۵ دیت ۲۰۱۵ است. شکل ۶ تغییرات ضریب شدت تنش مود I بر حسب زاویه ترک را نشان می‌دهد. در این شکل ضریب شدت تنش در سه حالت بدون وصله، با وصله با زاویه الیاف صفر درجه و با وصله با زاویه الیاف ۴۵ درجه بررسی شده است. شکل ۷ نیز تغییرات ضریب شدت تنش مود II بر حسب زاویه ترک را نشان می‌دهد.

با بررسی شکل ۶ می‌توان دریافت مقدار کاهش ضریب شدت تنش برای مود یک با به کارگیری زاویه الیاف صفر درجه نسبت به راستای

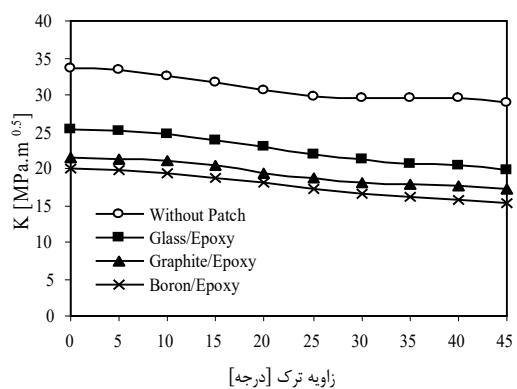
همان‌گونه که از این شکل‌ها مشخص است، وصله‌های کامپوزیتی از جنس بورن‌اپوکسی نسبت به وصله‌های کامپوزیتی گرافیت‌اپوکسی و شیشه‌اپوکسی تأثیر بیشتری در کاهش ضریب شدت تنش در مود I و II دارد. از این موضوع می‌توان نتیجه گرفت که هرچه یک وصله کامپوزیتی مدول الاستیستی و مدول برشی بالاتری در جهت‌های مختلف داشته باشد، توانایی کاهش ضرایب شدت تنش بیشتری در مود I و II را دارد و در نتیجه وصله کارآمدتر خواهد بود.

نکته دیگر استخراج شده از این دو نمودار، تأثیر بیشتر ترمیم بر کاهش ضریب شدت تنش مود II نسبت به مود I است. همانطور که از شکل‌های ۹ و ۱۰ ملاحظه می‌شود، وجود وصله از جنس‌های مختلف موجب کاهش مقادیر  $K_I$  و  $K_{II}$  شده است. بنابراین نسبت مودها را چندان تحت تأثیر قرار نمی‌دهد. به عبارت دیگر چنانچه در یک زاویه ترک مشخص و بدون حضور وصله، مود I غالب باشد، ایجاد وصله باعث تغییر چشمگیر در نسبت مودها نشده و همچنان مود I غالب می‌باشد. این مسئله در شکل ۱۱ به خوبی نشان داده است.

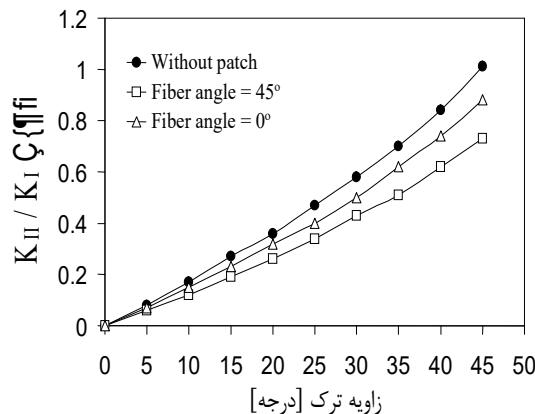


شکل ۱۱- تأثیر جنس وصله بر نسبت ضرایب شدت تنش

با استفاده از رابطه (۹) می‌توان ضریب شدت تنش معادل را با داشتن مقادیر مختلف ضریب شدت تنش در مود I و مود II به دست آورد. این کار به جهت تشخیص میزان نیروی بحرانی شکست می‌تواند بسیار سودمند واقع شود. نمودار تغییرات ضریب شدت تنش معادل بر حسب زاویه ترک، برای جنس‌های متفاوت وصله‌های کامپوزیتی و نیز برای حالت بدون وصله در شکل ۱۲ نشان داده شده است.



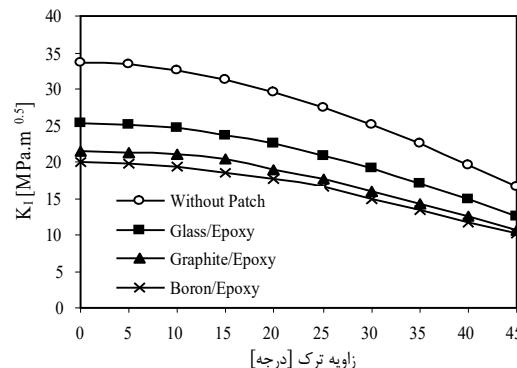
شکل ۱۲- تأثیر جنس وصله بر تغییرات ضریب شدت تنش معادل



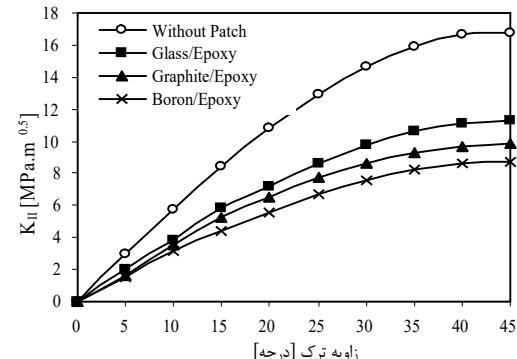
شکل ۸- تأثیر زاویه الیاف بر نسبت ضرایب شدت تنش

## ۲-۶- تأثیر جنس وصله‌های کامپوزیتی

به منظور بررسی تأثیر جنس وصله‌های کامپوزیتی، از سه نوع وصله متفاوت از جنس‌های بورن‌اپوکسی، گرافیت‌اپوکسی و شیشه‌اپوکسی با زاویه الیاف صفر درجه نسبت به راستای محور بازگذاری (عمود بر محور x) و ضخامت  $1/5$  میلیمتر که با چسب Araldite 2015 با ضخامت  $0.3$  میلیمتر به ورق ترک خورده آلمینیومی چسبانده شده است. عملکرد این دو وصله برای کاهش ضرایب شدت تنش در مود I و II به ترتیب در شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان داده شده است.



شکل ۹- تأثیر جنس وصله بر تغییرات ضریب شدت تنش مود



شکل ۱۰- تأثیر جنس وصله بر تغییرات ضریب شدت تنش مود

گرافیت/اپوکسی و  $24 \text{ MPa.m}^{0.5}$  برای وصله شیشه/اپوکسی می‌رسد. نتیجه مهم دیگر حاصل از این شکل نیز، افزایش کارایی وصله با افزایش طول ترک است. به عبارت دیگر هرچه طول ترک بیشتر شود، تأثیر استفاده از وصله کامپوزیتی در کاهش ضربات شدت تنش بیشتر می‌شود. عکس این جمله نیز صادق است. هر چه میزان طول ترک کمتر باشد، تأثیر استفاده از وصله کامپوزیتی بر کاهش ضربات شدت تنش کاهش می‌یابد. با نگاه دقیق‌تر به شکل ۱۴ ملاحظه می‌شود که اگر نمودار برای ترک‌های کمتر از طول  $32 \text{ میلیمتر}$  ترسیم شود، این امکان وجود دارد که با کاهش طول ترک، نمودارهای استفاده از وصله کامپوزیتی نمودار مربوط به نمونه بدون وصله را قطع کرده و حتی بالاتر از آن قرار گیرد. اگر چنانچه چنین موضوعی رخ دهد، به معنای آن خواهد بود که استفاده از وصله کامپوزیتی نتیجه معکوس داشته است و نه تنها شکست نمونه را به تأخیر نمی‌اندازد، بلکه آن را تسريع می‌بخشد. بنابراین در چنین شرایطی می‌توان یک طول ترک بحرانی درنظر گرفت که اگر چنانچه طول ترک از طول بحرانی ترک کمتر باشد، نباید از وصله کامپوزیتی استفاده نمود. برای به دست آوردن طول ترک بحرانی، می‌بایست نمودار تغییرات ضربات شدت تنش را در بازه وسیع‌تری از طول ترک ترسیم نمود و با نمودار بدون وصله مقایسه کرد.

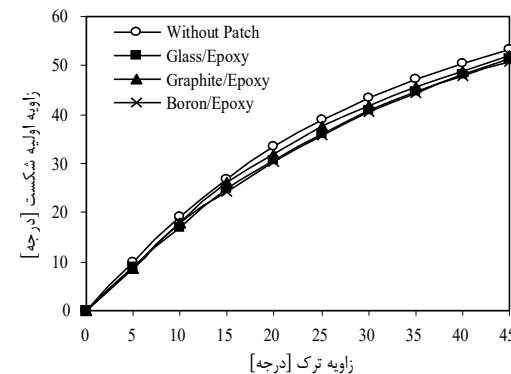
همانطور که از نمودارهای اشکال ۹ تا ۱۴ مشخص شد، استفاده از وصله‌های کامپوزیتی بورن/اپوکسی نسبت به وصله‌های گرافیت/اپوکسی و شیشه/اپوکسی ارجحیت دارد. لیکن در عمل با توجه به در دسترس بودن و ارزان بودن، استفاده از وصله‌های شیشه/اپوکسی با صرفه‌تر است. یکی از بزرگ‌ترین امتیازات ویژگی‌های وصله‌های شیشه/اپوکسی نسبت به دو وصله مذکور دیگر، نداشتن ضربات انبساط گرمایی پایین نسبت به ورق‌های آلومینیومی است که این موضوع باعث عدم ایجاد تنش‌های پسماند می‌گردد. ضربات انبساط گرمایی شیشه/اپوکسی در صورتی که از الیاف صفر و  $90^\circ$  درجه استفاده شود در دمای  $100^\circ\text{C}$  درجه سلسیوس حدود  $20 \text{ میکرون}$  بر درجه سلسیوس می‌باشد. این در حالی است که ضربات انبساط گرمایی گرافیت/اپوکسی در شرایط فوق  $12 \text{ میکرون}$  بر درجه سلسیوس و برای بورن/اپوکسی  $17 \text{ میکرون}$  بر درجه سانتیگراد است. با مقایسه این مقادیر با ضربات انبساط گرمایی الیاز آلومینیوم  $25 \text{ میکرون}$  بر درجه سلسیوس می‌باشد، مشخص می‌شود که در موقعی که تغییر درجه دما در قطعه محسوس باشد، استفاده از وصله‌های کامپوزیتی شیشه/اپوکسی باعث ایجاد تنش پسماند کمتر در قطعه در مقایسه با سایر جنس‌ها می‌شود.

### ۶- تأثیر جنس لایه چسب

چسب در ساختار ورق ترک خورده ترمیم شده با وصله‌های کامپوزیتی نقش مهمی دارد. مهم‌ترین نقش لایه چسب در ترمیم‌های کامپوزیتی، انتقال بار از ورق ترک خورده به وصله کامپوزیتی و در نتیجه کاهش ضربات شدت تنش می‌باشد. عموماً به منظور بررسی تأثیر چسب در مطالعات از مدول برشی چسب استفاده می‌شود. در این بخش، از سه نوع چسب Araldite با مدول برشی متفاوت استفاده شده است. ضخامت لایه چسب مورد استفاده در تمامی نمونه‌های مورد بررسی  $0.03 \text{ میلیمتر}$  است. ورق پایه از جنس آلومینیوم و وصله‌های کامپوزیتی گرافیت/اپوکسی با زاویه الیاف صفر درجه نسبت به راستای بارگذاری و

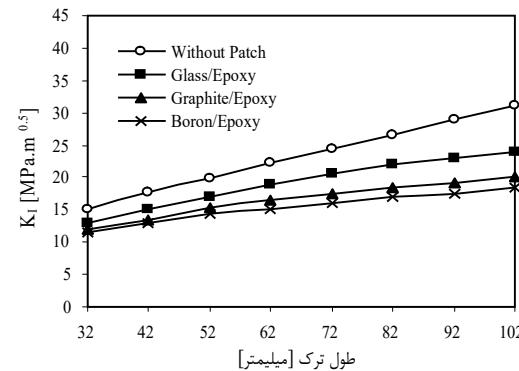
همانطور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، بیشترین کاهش در ضربت شدت تنش معادل برای وصله با جنس بورن/اپوکسی به دست آمده است. این میزان کاهش بین  $40$  تا  $48 \text{ درصد}$  برای زوایای ترک صفر تا  $45^\circ$  درجه می‌باشد. در حالی که میزان کاهش در ضربت شدت تنش معادل برای مواد شیشه/اپوکسی و گرافیت/اپوکسی به ترتیب مساوی  $24$  تا  $32 \text{ درصد}$  و  $25$  تا  $43 \text{ درصد}$  می‌باشد.

شکل ۱۳ تغییرات زاویه شکست اولیه را بر حسب زوایای ترک و همچنین جنس‌های متفاوت وصله را نشان می‌دهد. آنچه از شکل ۱۳ به خوبی نتیجه می‌شود، عدم تأثیر جنس وصله‌های کامپوزیتی بر مسیر شروع رشد ترک و زاویه شکست اولیه است. به طوری که در تمامی زوایای ترک اختلاف زاویه شکست اولیه در هر وصله مورد بررسی، ماکزیمم به مقدار یک درجه می‌رسد.



شکل ۱۲- تأثیر جنس وصله بر تغییرات زاویه شکست اولیه

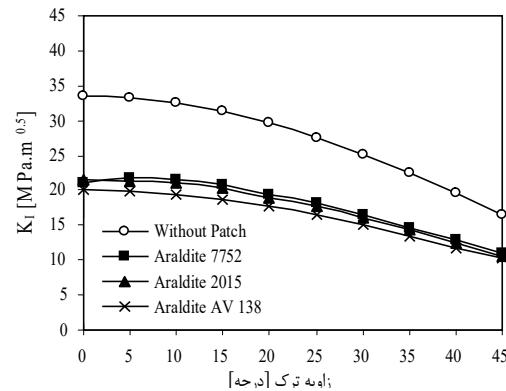
تغییرات ضربات شدت تنش مود یک برای طول‌های متفاوت ترک و جنس متفاوت وصله‌های کامپوزیتی در شکل ۱۴ نشان داده شده است.



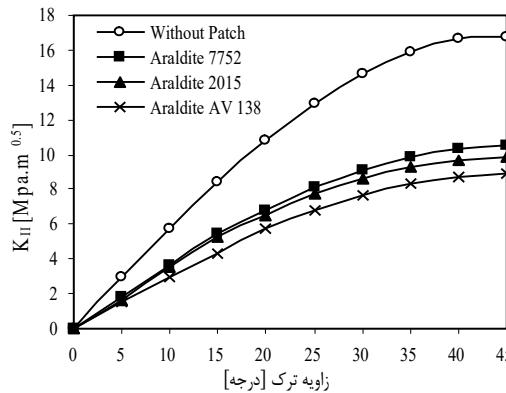
شکل ۱۴- تغییرات ضربات شدت تنش برای طول‌های متفاوت ترک و جنس‌های متفاوت وصله

با توجه به شکل ۱۴ می‌توان بیان نمود که وصله بورن/اپوکسی که مستحکم‌ترین وصله در بین نمونه‌های مورد بررسی است، عملکرد مطلوب‌تری در کاهش ضربات شدت تنش دارد. به عنوان نمونه، در طول ترک  $102 \text{ میلی متر}$  مقدار ضربات شدت تنش از  $31/17 \text{ MPa.m}^{0.5}$  برای نمونه ترمیم نشده به مقدار  $20 \text{ MPa.m}^{0.5}$  برای وصله از جنس بورن/اپوکسی،  $18/5 \text{ MPa.m}^{0.5}$  برای وصله از جنس بورن/اپوکسی،

ضخامت ۱/۵ میلی متر، سایر اجزا ترمیم هستند. شکل های ۱۵ و ۱۶ به ترتیب بیانگر تغییرات ضریب شدت تنش در مود I و II بر حسب زاویه ترک و جنس های متفاوت چسب است.

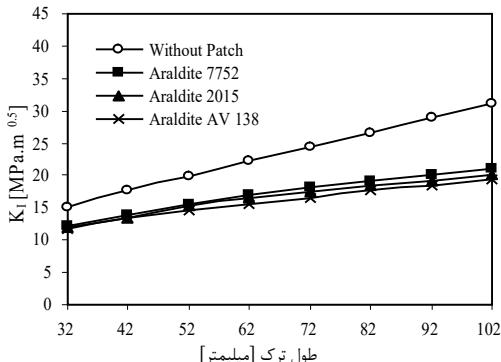


شکل ۱۵- تأثیر جنس لایه چسب بر ضریب شدت تنش مود I



شکل ۱۶- تأثیر جنس لایه چسب بر ضریب شدت تنش مود II

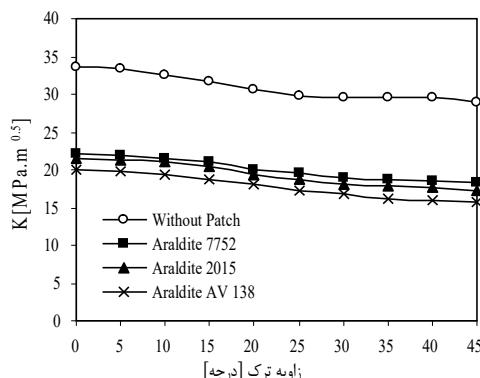
همانطور که در شکل های فوق ملاحظه می شود، در نمونه های مورد بررسی، اگرچه با افزایش مدول برشی چسب، عملکرد چسب در کاهش ضرایب شدت تنش مود I و II بهبود می یابد، اما در مقایسه با تأثیر جنس وصله، جنس چسب تأثیر چندانی در مقادیر ضریب شدت تنش (به خصوص در مود I) نداشته است.



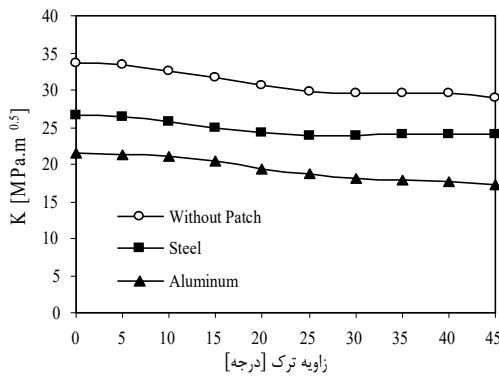
شکل ۱۹- تغییرات ضریب شدت تنش برای طول های متفاوت ترک و جنس های متفاوت لایه چسب

#### ۴-۶- تأثیر جنس ورق پایه بر ضریب شدت تنش و زاویه شکست

در این بخش، به منظور بررسی عملکرد وصله های کامپوزیتی در ترمیم ورق های ترک خورده با جنس های متفاوت، از دو نوع ورق آلمینیومی و فولادی استفاده شده است. وصله به کاربرده شده در این

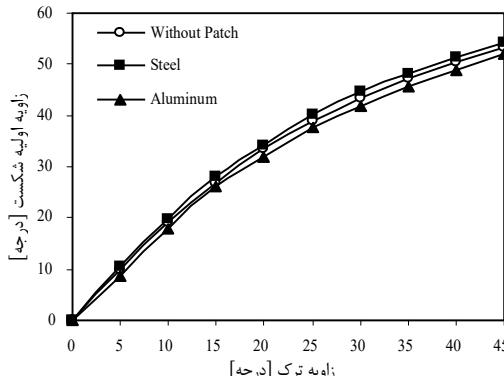


شکل ۱۷- تأثیر جنس لایه چسب بر تغییرات ضریب شدت تنش معادل بر حسب زاویه ترک  
با محاسبه ضریب شدت تنش معادل، ملاحظه می گردد که کلیه



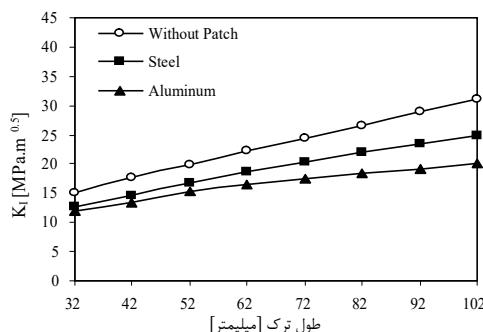
شکل ۲۲- تأثیر جنس فلز پایه بر ضریب شدت تنش معادل

شکل ۲۳ نشان دهنده تغییرات زاویه شکست اولیه بر حسب زوایای مختلف ترک و جنس‌های متفاوت ورق پایه است. همان‌طور که از شکل مشخص است زاویه شکست اولیه برای یک زاویه خاص ترک، برای ورق فولادی بیشتر از ورق آلومینیومی است.



شکل ۲۳- تغییرات زاویه شکست اولیه بر حسب زاویه ترک و جنس‌های مختلف ورق پایه

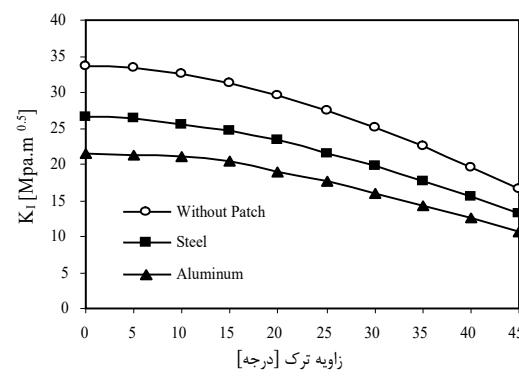
شکل ۲۴ تغییرات ضریب شدت تنش مود یک بر حسب تغییرات طول‌های ترک و جنس‌های ورق پایه آلومینیوم و فولاد را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از این شکل مشخص است، در مود I شکست نیز، عملکرد وصله‌های کامپوزیتی در کاهش ضریب شدت تنش برای ورق آلومینیومی بسیار مطلوب‌تر از ورق فولادی است.



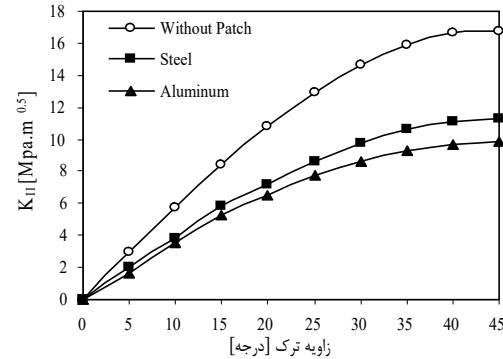
شکل ۲۴- تأثیر جنس فلز پایه بر تغییرات ضریب شدت تنش مود I بر حسب طول ترک

قسمت گرافیت‌اپوکسی و ضخامت ۱/۵ میلی‌متر و چسب مورد استفاده نیز ۲۰۱۵ Araldite با ضخامت ۰/۳ میلی‌متر است. شکل ۲۰ تغییرات ضریب شدت تنش مود یک را برای دو ورق آلومینیومی و فولادی آسیب دیده و ترمیم شده با وصله‌های کامپوزیتی یک طرفه نشان می‌دهد. با توجه به این شکل میزان کاهش ضریب شدت تنش مود I برای آلومینیوم حدود ۳۶ درصد و برای فولاد فقط ۲۱ درصد است. به عبارت دیگر وصله کامپوزیتی یک طرفه منجر به کاهش بیشتری در ضریب تمرکز تنش در مود I برای ورق آلومینیومی می‌شود تا ورق فولادی.

شکل ۲۱ تغییرات ضریب شدت در مود II را بر حسب زاویه ترک و جنس‌های متفاوت ورق پایه نشان می‌دهد. در اینجا نیز ضریب شدت تنش برای ورق آلومینیوم کاهش بیشتری نسبت به ورق فولادی داشته است.



شکل ۲۰- تأثیر جنس ورق پایه بر ضریب شدت تنش مود I



شکل ۲۱- تأثیر جنس ورق پایه بر ضریب شدت تنش مود II

با ترسیم نمودار تغییرات ضریب شدت تنش معادل برای این دو نمونه ملاحظه می‌شود که برای ورق آلومینیومی وصله دار، در مقایسه با نمونه آلومینیومی بدون وصله، حدود ۳۵ تا ۴۳ درصد کاهش ضریب شدت تنش معادل و به همین میزان افزایش بار بحرانی شکست برای زوایای ترک صفر تا ۴۵ درجه رخ می‌دهد. این کاهش برای نمونه فولادی ۲۱ تا ۱۷ درصد است. این موارد با توجه به نمودار شکل ۲۲ قابل نتیجه‌گیری است.

## ۷- نتیجه گیری

- در این مقاله به بررسی برخی از عوامل موثر در کاهش ضرایب شدت تنش برای ورقهای ترک خورده و ترمیم شده با وصله‌های کامپوزیتی پرداخته شد. مهمترین نتایج به شرح زیر می‌باشد:
- بررسی سه نمونه جنس مختلف برای وصله کامپوزیتی نشان داد که استفاده از کامپوزیت بورن / اپوکسی در مقایسه با شیشه / اپوکسی و گرافیت / اپوکسی منجر به کاهش بیشتر ضریب شدت تنش نیز افزایش بار بحرانی شکست می‌شود.
  - تأثیر جنس چسب بر کاهش ضرایب شدت تنش مورد تحلیل قرار گرفت. نتایج نشان داد که افزایش مدول برشی لایه چسب، عملکرد چسب را در کاهش ضرایب شدت تنش بهبود می‌بخشد.
  - دو ماده مختلف فولاد و آلومینیوم به عنوان فلز پایه مورد بررسی قرار گرفت و مشخص شد که استفاده از وصله کامپوزیتی منجر به کاهش بیشتر ضریب شدت تنش در نمونه آلومینیومی می‌شود تا نمونه فولادی.
  - با بکار بردن وصله‌هایی با جنس مختلف، تغییر محسوسی در زاویه شکست ایجاد نشد.
  - العاق وصله کامپوزیتی به ورق ترکدار با جنس‌های مختلف نشان داد، زاویه شکست در نمونه آلومینیومی در یک زاویه ترک خاص نسبت به نمونه فولادی کمتر است.
  - هرچه طول ترک افزایش یابد، کارایی وصله در کاهش ضریب شدت تنش افزایش خواهد یافت.
- ## ۸- مراجع
- [1] Sea Dae Ch., Lee Jung J., Fatigue crack growth behavior of cracked aluminum plate repaired with composite patch, *Composite Structure*, Vol. 57, pp. 323-330, 2002.
- [2] Baker AA., Fatigue cracked propagation studies on aluminum panels patched with boron/epoxy composites, *International Conference on Aircraft Damage Assessment and Repair*. Melbourne, pp. 209-215, 1991.
- [3] Denny J.J., *Fatigue response of cracked aluminum panel with partially bonded composite patch*, Master's Thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson AFB, USA, 1995.
- [4] Rayan J., Mills T.B., The effects of disbonds on patching efficiency over thicker structure, *Proceedings of the 1998 USAF Structural Integrity Program Conference*. San Antonio, Texas, 1998.
- [5] Mitchel A., Woolley R.J., Chwirut D.J., Analysis of composite reinforced cut-outs and cracks, *AAIA Journal*, Vol. 13, pp. 744-749, 1975.
- [6] Jones R., Callinan R.J., Finite element analysis of patched cracks, *Journal Structure Mechanic*, Vol. 7, pp. 107-30, 1979.
- [7] Ratwani M.M., Analysis of cracked adhesively bonded laminated structures, *AAIA Journal*, Vol. 17, No. 8, pp. 267-289, 1979.
- [8] Turaga A., Ripudaman R., Modeling of patch repairs to a thin cracked sheet, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 62, pp. 267-89, 1999.
- [9] Bassetti A., Colombia P., Nussbaumer A., Finite element analysis of steel members repaired by prestressed composite patch, *XV Congresso Nazionale Del Gruppo Italiano Fratture*, Bari, pp. 3-5, 2000.
- [10] Toudeshky H., Fatigue crack growth behavior of cracked aluminum plate repaired with composite patch, *Composite Structure*, Vol. 76, pp. 234-251, 2006.