

تحلیل عددی جریان آرام سیال غیر نیوتنی اطراف استوانه دوار

کارشناس ارشد دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

عطا سجودی

دانشیار دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز

فرامرز طلعتی کلاسر

کارشناس دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز

ریحانه نیشابوری

چکیده

در پژوهش حاضر به بررسی جریان یک سیال غیر نیوتنی در رژیم آرام حول یک سیلندر دوار پرداخته شده است. شبیه سازی جریان سیال غیر نیوتنی با استفاده از مدل توانی (Non-Newtonian power law) انجام گرفته و در آن به بررسی تغییرات پارامترهایی از قبیل رفتار جریان سیال غیرنیوتنی (توان عدد غیرنیوتنی)، سرعت چرخش سیلندر و عدد رینولدز ورودی پرداخته شده است و وابستگی شدید انتقال گرما و هیدرودینامیک جریان سیال به پارامترهای مذکور به ثبت رسیده است. از جمله نتایج بدست آمده افزایش میزان انتقال گرما و نیز ضریب پسا با افزایش عدد رینولدز می باشد. همچنین با افزایش توان عدد غیرنیوتنی (n) به دلیل افزایش سریع ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیک، میزان انتقال گرما با کاهش شدیدی روبرو می شود که به دنبال آن ضریب پسا به طرز چشمگیری افزایش می یابد.

کلمات کلیدی: جریان آرام، سیال غیرنیوتنی، استوانه دوار، حل عددی

Numerical Investigation of Non-Newtonian laminar Flow Over Rotating Cylinder

A. Sojoudi

M.Sc., Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology

F. Talati kalasar

Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz

R. Neyshapouri

B.Sc., Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz

Abstract

Non-Newtonian laminar flow over rotating cylinder is studied numerically. We have simulated non-Newtonian flow (the both shear thinning and shear thickening) using power law model and investigated the variation of important parameters such as power index, rotating speed and inlet Reynolds number effects. Then intensive dependence of thermal and drag coefficients to these parameters is recognized. Increasing Reynolds number results in increasing the thermal and drag coefficients. Also increasing power index, due to boundary layer growth, thermal coefficient decreased but drag coefficient enhanced.

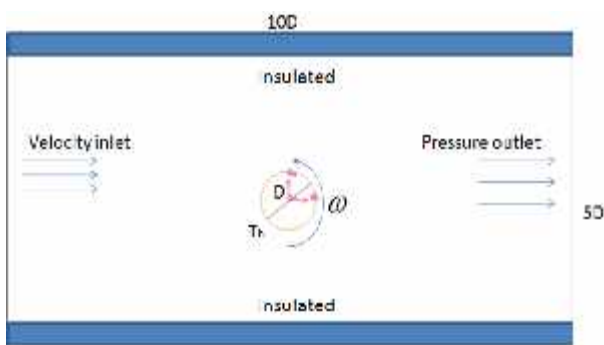
Keywords: Laminar flow, Non-Newtonian fluid, Rotating cylinder, Numerical solution

۱- مقدمه

مبادله کن‌های گرمایی می‌بایست بصورت وسیع‌تری ارزیابی شوند. بیسل و اسلاتری [۱۰] با استفاده از روش انتگرالی به تحلیل تشکیل لایه مرزی و نیز مکان وقوع جدایش اطراف یک کره برای شاخص‌های مختلف جریان سیال (توان‌های غیرنیوتنی) مختلفی پرداخته‌اند. ولف و اسوچی [۱۱]، سرس و کیسر [۱۲]، لین و چن [۱۳] و کیم و همکاران [۱۴] آنالیزهای جامعی از جریان سیال غیر نیوتنی اطراف استوانه و کره نشان داده‌اند. غالباً مرز صلب مورد مطالعه ساکن بوده و چرخش یا هرگونه حرکت دیگری مدنظر نبوده است. در کار حاضر با در نظر گرفتن یک استوانه دوار در جریان داخل کانال یک سیال غیرنیوتنی، پارامترهای تغییر شاخص رفتار جریان سیال، سرعت چرخش استوانه و تغییر عدد رینولدز ورودی در داخل کانال دو بعدی هم از لحاظ هیدروپنماتیکی و هم از لحاظ انتقال گرما، بصورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- هندسه و شرایط مرزی

شکل ۱ نشان‌دهنده هندسه و شرایط مرزی موجود می‌باشد. همانطور که ملاحظه می‌گردد، یک استوانه دوعبده در داخل یک کانال مستطیلی به عرض و طول به ترتیب ۵ و ۱۰ برابر قطر استوانه در نظر گرفته شده است. جریان سیال غیر نیوتنی در اعداد رینولدز مشخصی وارد کانالی می‌گردد که دیواره‌های بالایی و پایینی آن عایق بوده و استوانه نیز در حال چرخش پادساعتگرد حول مرکز خود می‌باشد. با توجه به تقارن مسئله، بررسی ساعتگرد یا پادساعتگرد فرقی نخواهد داشت. سیال از اطراف استوانه چرخان که در دمای ثابت در نظر گرفته شده است، عبور می‌کند.



شکل ۱- هندسه و شرایط مرزی

۳- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان سیال شامل معادلات پیوستگی، مومنتموم و انرژی در فضای سیال غیر نیوتنی است. این معادلات

سیالات به کار رفته در علم کلاسیک مکانیک سیالات و انتقال گرما به دو صورت سیال ایده‌آل و سیال نیوتنی می‌باشند. سیال ایده‌آل عاری از هرگونه اصطکاک بوده و تنش برشی در جریان سیال حضور نخواهد داشت. اما در سیالات نیوتنی یک رابطه خطی بین گرادیان سرعت و تنش برشی حکم فرماست (خط گذرنده از مبدا)، که محققان در اغلب مسائل کلاسیک به منظور ساده‌سازی و تقریب بهتر مسئله از دو مدل مذکور بهره می‌گیرند. اما متأسفانه، رفتار بیشتر سیالات واقعی مورد استفاده در صنایع مکانیکی و شیمیایی، به طور واقع بینانه‌ای، دور از هر دو مدل بیان شده می‌باشد. زیرا بیشتر سیالات واقعی یک رفتار غیر نیوتنی از خود نشان می‌دهند، بدین صورت که گرادیان سرعت یک رابطه‌ی غیرخطی با تنش برشی داشته است. شناخت رفتار این‌گونه سیالات در جریان سیال و انتقال گرما به دلیل کاربرد گسترده آنها در صنایع شیمیایی و بیوشیمیایی، صنایع غذایی، مبادله کن‌های گرمایی، صنایع نفت، پتروشیمی و ... ضروری به نظر می‌رسد.

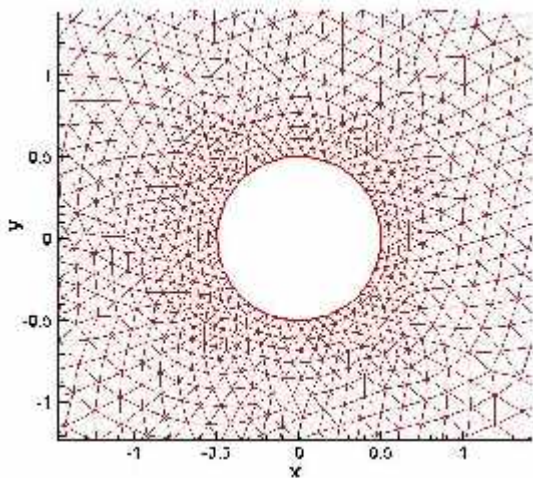
تحقیقات گسترده‌ای در جریان سیال و انتقال گرما سیالات نیوتنی اطراف استوانه ساکن و دوار بصورت عددی و آزمایشگاهی انجام شده است که از جمله آنها تحقیقات مربوط به خان و همکاران [۱]، تاستانی و همکاران [۲]، و اخیراً یوون [۳] و غضنفریان [۴] می‌باشند. محققان با در نظر گرفتن یک شرط مرزی گرمایی و هیدروپنماتیکی برای استوانه‌ی دوار و ساکن نتایجی را به ثبت رسانده‌اند. این تحقیقات برای سیالات نیوتنی به قدری گسترده بوده است که زادروویچ [۵] در کتاب خود نتایج اکثر محققان را گردآوری نموده است.

در دهه‌های اخیر توجه به رفتار سیالات غیر نیوتنی در جریان سیال و نیز انتقال گرما افزایش یافته است. آکرویس اولین کسی بود که انتقال گرمای همرفت اجباری سیال غیرنیوتنی از روی یک صفحه هم دما را با استفاده از حل نیمه تحلیلی بررسی نموده است [۶]. بعد از وی شووالتر [۷]، شاه و همکاران [۸]، لی و آمس [۹]، تحقیقات خود را بر روی معادلات لایه مرزی تشکیل شده در سیالات غیرنیوتنی به پایان رساندند. ایشان در تحقیقات صورت گرفته به این نتیجه رسیدند که با افزایش عدد رینولدز و نیز شاخص رفتار سیال غیرنیوتنی (توان غیرنیوتنی) ضریب پسا افزایش می‌یابد. همچنین در ادامه کار، به بررسی جریان سیال و انتقال گرمای سیالات غیر نیوتنی در اطراف اشکال هندسی پرکاربرد پرداخته شده است. مهمترین نتایج آنان گزارش یک ناحیه کاملاً گذرا با زمان در اعداد رینولدز ۴۶ و ۴۷ بوده است که پس از عبور از رینولدز ۱۰۰ جریان دوباره به حالت پایا بازمی‌گردد. این بخش از اعداد رینولدز بدلیل کاربرد فراوان در

گرفته شده و کل شبیه سازی، بصورت پایا و دوبعدی می باشد [۸].

۳- حل عددی

برای حل معادلات جریان سیال از نرم افزار FLUENT استفاده شده است که دقت حل 10^{-5} به منظور همگرایی در نظر بوده است. همگرایی حل معادلات جریان سیال غیرنیوتنی معمولا کندتر انجام می گیرد که این مقدار همگرایی بنا به توصیه‌ی مراجع معتبر صورت گرفته است [۱۳-۱۵]. برای غیر نیوتنی فرض نمودن سیال از مدل قانون توانی غیرنیوتنی استفاده شده که علی رغم وجود مدل های دیگر، بدلیل دسترس پذیری تمامی اطلاعات و خواص بدست آمده از مقالات، از این مدل جهت همگرایی استفاده شده است. شبکه بندی شکل هندسی، همانطور که در شکل ۳ پیداست، بصورت مثلثی بوده [۱۱] و در اطراف استوانه بدلیل حساس بودن حل از Adaption موجود در نرم افزار جهت ریزتر نمودن سلول های نزدیک دیواره استوانه استفاده شده است.



شکل ۳- شبکه بندی هندسه (بزرگنمایی شده)

۴- اعتبارسنجی عددی

برای بررسی استقلال حل از شبکه، نتیجه مربوط به میزان ضریب پسا در شرایط مختلف فیزیکی متشکل از تعداد معینی شبکه، در جدول ۱ ارائه شده است. همانطور که ملاحظه می گردد، در هر سه نوع شبکه بندی نتایج به هم نزدیک هستند که نشان از اندازه مناسب شبکه می باشد ولی به جهت دقت بالاتر و نیز کاهش هزینه محاسباتی از شبکه بندی با تعداد سلول ۱۵۱۱۰۰ استفاده شده است.

به صورت دوبعدی پایا بوده و در معادله انرژی به دلیل پایین بودن مرتبه سرعت از تلفات اصطکاکی صرف نظر شده است [۸].

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (۱)$$

$$\rho(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}) = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \quad (۲)$$

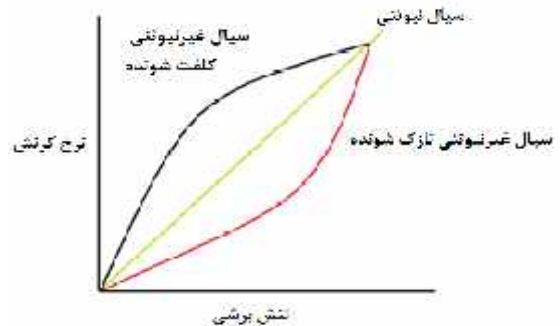
$$\rho(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}) = \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} - \rho g \quad (۳)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \beta (\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}) \quad (۴)$$

که در آن رابطه تنش برشی و گرادیان سرعت بصورت زیر می باشد:

$$\tau_{xy} = m (\frac{\partial u}{\partial y})^n \quad (۵)$$

در رابطه (۵) m شاخص پایداری و n شاخص رفتار جریان سیال غیرنیوتنی می باشد. به سیالات با $n < 1$ سیالات غیرنیوتنی پلاستیک مجازی (نازک شونده) و به سیالات با $n > 1$ سیالات غیر نیوتنی دیلاتانت (کلفت شونده) نیز گفته می شود.



شکل ۲- نحوه تغییر گرادیان سرعت در قبال تنش برشی

همچنین اعداد بی بعدی که در شبیه سازی جریان حائز اهمیت می باشند، عبارتند از [۱۵]:

$$Re = \frac{D^n \rho U^{2-n}}{m} \quad (۶)$$

$$Pr = \left(\frac{UD}{\alpha} \right) Re^{\left(\frac{-2}{n+1} \right)} \quad (۷)$$

$$Nu = \frac{hD}{K} \quad (۸)$$

$$\eta = \frac{Nu}{Pr^{\frac{1}{3}}} \quad (۹)$$

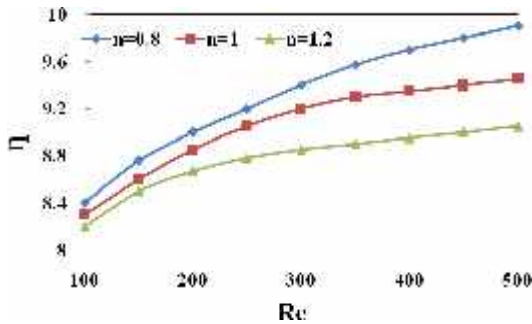
$$C_d = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho U^2} \quad (۱۰)$$

$$\alpha = \frac{D \omega}{2U} \quad (۱۱)$$

قابل ذکر است که تمامی خواص ترموفیزیکی، به جز لزجت که متناسب با گرادیان سرعت است، در طول حل ثابت در نظر

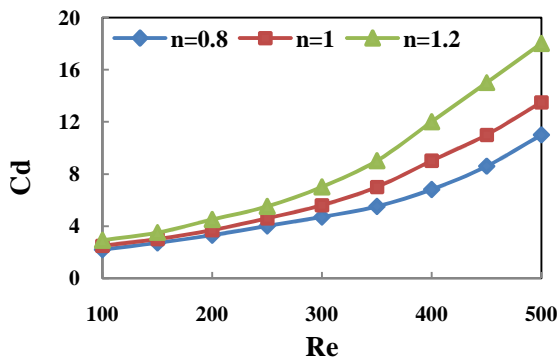
جدول ۱- بررسی استقلال حل از شبکه

تعداد سلول	C_d
$Re = 200, n = 1, \alpha = 6$	
۱۱۷۶۰۰	۷,۹۵۸
۱۵۱۱۰۰	۸,۰۱۲
۲۱۸۱۰۰	۸,۰۱۴
$Re = 200, n = 0.6, \alpha = 3$	
۱۱۷۶۰۰	۱,۴۵۹
۱۵۱۱۰۰	۱,۶۷۹
۲۱۸۱۰۰	۱,۷۰۱



شکل ۴- تغییر ضریب حرارتی با عدد رینولدز در شاخص غیرنیوتنی مختلف و سرعت زاویه‌ای بی بعد $\alpha = 3$

در بررسی هیدرودینامیکی نتایج، با توجه به شکل ۵، ملاحظه می‌گردد که با افزایش عدد رینولدز، ضریب پسا نیز افزایش می‌یابد. بدین ترتیب که رفته رفته آهنگ افزایش نیز زیادتر می‌گردد. همانطور که در بخش انتقال گرما توضیح داده شد، با افزایش عدد رینولدز، ضخامت لایه مرزی در بالا و پایین استوانه افزایش می‌یابد و این افزایش موجب ازدیاد ضریب پسا نیز می‌گردد. لازم به ذکر است استوانه در $\alpha = 3$ بوده و با حالتی که سیال نیوتنی اطراف استوانه ساکن عبور نموده و با افزایش عدد رینولدز، ضریب پسا نیز کاهش یابد، تفاوت خواهد داشت.



شکل ۵- تغییر ضریب پسا با عدد رینولدز در شاخص غیرنیوتنی مختلف و سرعت زاویه‌ای بی بعد $\alpha = 3$

۲-۵- تغییر رفتار سیال غیرنیوتنی

در این بخش با ثابت نگه داشتن عدد رینولدز در ۲۰۰، شاخص سیال غیر نیوتنی از ۰/۵ تا ۱/۴ افزایش داده شد. همانطور که در شکل ۶ و ۷ ملاحظه می‌گردد، با افزایش شاخص سیال غیر نیوتنی میزان ضریب انتقال گرما کاهش پیدا می‌کند. برای $n > 1$ گرادیان سرعت نسبت به $n < 1$ سریعتر افزایش پیدا کرده و باعث کاهش هرچه بیشتر انتقال گرما می‌گردد. به همین

همچنین جهت اطمینان از نتایج بدست آمده، نتایج موجود قبلی و تأیید شده با حل عددی حاضر مقایسه شده و خلاصه نتایج در جدول ۲ آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد نتایج همخوانی خوبی با کارهای پیشین داشته و تاییدی بر صحت انتخاب تعداد شبکه نیز می‌باشد.

جدول ۲- صحت‌سنجی نتایج

منبع	C_d
$Re = 5, \alpha = 0$	
کار حاضر	۳,۸۵۷
[۱]	۳,۸۰۱
[۱۵]	۳,۸۱

۵- نتایج

نتایج حاصل از حل عددی در دو بخش مجزا شامل تغییر عدد رینولدز و افزایش شاخص رفتار جریان سیال (توان غیر نیوتنی) ارائه شده است. اثرات سرعت زاویه‌ای استوانه نیز در بخش تغییر شاخص جریان مشخص می‌شود. در هر بخش نتایج حاصل از تغییرات ایجاد شده بر روی ضریب پسا و نیز میزان انتقال گرما مطالعه می‌شود.

۱-۵- تغییر عدد رینولدز

در این بخش با ثابت نگه داشتن سرعت زاویه‌ای استوانه در $\alpha = 3$ ، عدد رینولدز از ۱۰۰ تا ۵۰۰ افزایش داده می‌شود. همانطور که در شکل ۴ ملاحظه می‌گردد، با افزایش عدد رینولدز ضریب گرمایی تعریف شده، افزایش پیدا می‌کند ولی آهنگ این افزایش رفته رفته می‌شود، چراکه با افزایش سرعت سیال، در قسمت بالای استوانه ضخامت لایه مرزی تشکیل شده به دلیل اختلاف زیاد سرعت و نیز با توجه به وابسته بودن تنش برشی و لزجت به این اختلاف سرعت، سریعتر گسترش پیدا می‌کند و موجب کاهش آهنگ افزایش انتقال گرما از روی استوانه می‌گردد. دقیقاً این اختلاف سرعت در پایین استوانه نیز با آهنگ بیشتری رخ می‌دهد. علی‌رغم پایدار تر بودن لایه مرزی در پایین استوانه، رفته رفته اختلاف بین سرعت سیال و استوانه زیاد می‌گردد و باعث افزایش ضخامت لایه مرزی می‌شود. در مجموع

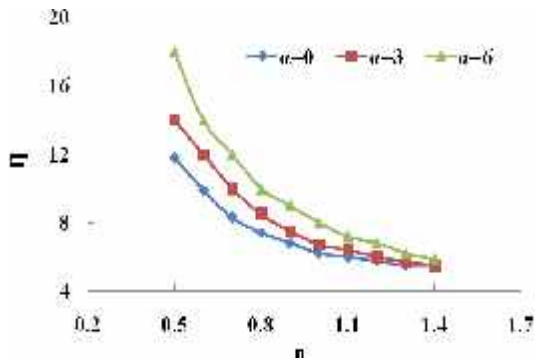
- با افزایش توان عدد غیرنیوتنی به دلیل افزایش سریع لایه مرزی هیدرودینامیک، میزان انتقال گرما با کاهش شدیدی روبرو می‌شود که به دنبال آن میزان ضریب پسا به طرز چشمگیری افزایش می‌یابد.
- ضریب پسا و ضریب انتقال گرما با افزایش سرعت زاویه‌ای، افزایش یافته و دلیل عمده آن نیز افزایش گرادیان سرعت در سرعت‌های دورانی بالاتر می‌باشد.

یکی دیگر از مهمترین نیروهای هیدرودینامیکی، نیروی Lift می‌باشد که نتایج حائز اهمیت آن در آینده نزدیک بصورت تحقیقی جداگانه ارائه خواهد شد.

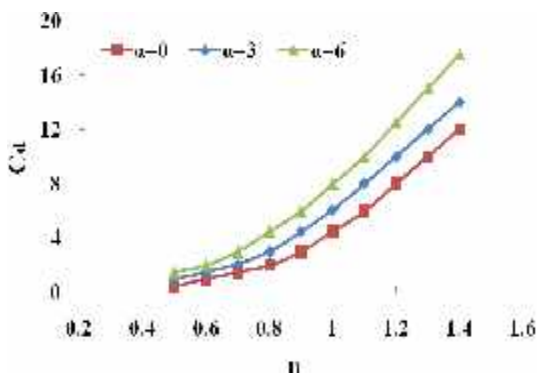
نمادها

C_d	ضریب پسا، بدون بعد
D	قطر استوانه، متر
g	شتاب گرانشی زمین، متر بر مچدور ثانیه
h	ضریب انتقال گرمای جابجایی، وات بر متر مربع بر کلون
K	ضریب رسانندگی گرمایی، وات بر متر بر کلون
m	شاخص پایداری، پاسکال در ثانیه به توان شاخص سیال غیر نیوتنی
n	شاخص رفتار سیال غیرنیوتنی (توان غیر نیوتنی)، بدون بعد
Nu	عدد نوسلت، بدون بعد
P	فشار، پاسکال
Pr	عدد پرانتل، بدون بعد
Re	عدد رینولدز، بدون بعد
T_h	دمای دیواره استوانه، کلون
U	سرعت ورودی سیال به کانال، متر بر ثانیه
u	سرعت در جهت محور طولی، متر بر ثانیه
v	سرعت در جهت محور عرضی، متر بر ثانیه
x	محور طولی مختصات دکارتی، متر
y	محور عرضی مختصات دکارتی، متر
علائم یونانی	
α	سرعت دورانی، بی‌بعد
β	ضریب پخشندگی گرمایی، متر مربع بر ثانیه
η	ضریب گرمایی، بدون بعد
ρ	چگالی، کیلوگرم بر متر مکعب
σ	تنش عمودی وارده بر سیال، پاسکال
τ	تنش برشی وارده بر سیال، پاسکال
ω	سرعت زاویه ای استوانه، رادیان بر ثانیه

دلیل نیز با افزایش توان غیر نیوتنی ضریب اصطکاک نیز افزایش پیدا کرده و C_d فزونی می‌یابد (شکل ۷). همچنین ملاحظه می‌گردد که با افزایش سرعت زاویه‌ای، گرادیان سرعت افزایش می‌یابد که باعث افزایش هردو ضریب هیدرودینامیکی و گرمایی می‌گردد.



شکل ۶- تغییر ضریب گرمایی با شاخص غیرنیوتنی در سرعت‌های زاویه‌ای بی بعد مختلف ($Re=200$)



شکل ۷- تغییر ضریب پسا با شاخص غیرنیوتنی در سرعت‌های زاویه‌ای بی بعد مختلف ($Re=200$)

۶- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر به بررسی جریان یک سیال غیر نیوتنی در رژیم آرام حول یک سیلندر دوار پرداخته شده است. شبیه سازی جریان سیال غیر نیوتنی با استفاده از مدل قانون توانی غیرنیوتنی انجام گرفته و در آن به بررسی تغییرات پارامترهایی از قبیل توان عدد غیر نیوتنی، سرعت چرخش سیلندر و عدد رینولدز ورودی پرداخته شده است و وابستگی شدید انتقال گرما و هیدرودینامیک جریان سیال به پارامترهای مذکور به ثبت رسیده است. از جمله نتایج بدست آمده، می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- افزایش میزان انتقال گرما و نیز ضریب پسا با افزایش عدد رینولدز

[15] Khan, Waqar A., J. R. Culham, and Milan M. Yovanovich. "Fluid flow and Heat Transfer in Power Low Fluids Across Cylindrical Cylinders: Analytical Study." Proc. Int. Mech. Engng. Cong. Expos., IMECE 79941, pp. 1-13, 2005.

مراجع

- [1] Khan, W. A., J. R. Culham, and M. M. Yovanovich. "Fluid Flow Around and Heat Transfer From an Infinite Circular Cylinder " Journal of Heat Transfer, Vol. 127, pp. 785-793, 2005.
- [2] Tatsutani, K., R. Devarakonda, and J. A. C. Humphrey. "Unsteady Flow and Heat Transfer for Cylinder Pairs in a Channel " International Journal of Heat and Mass Transfer, 36.13, pp. 3311-3328, 1993.
- [3] Yoon, H. S., J. H. Seo, and J. H. Kim. "Laminar Forced Convection Heat Transfer Around Two Rotating Side-by-Side Circular Cylinder " International Journal of Heat and Mass Transfer, 53.21, pp. 4525-4535, 2010.
- [4] Ghazanfarian, J., and M. R. H. Nobari. "A Numerical Study of Convective Heat Transfer from a Rotating Cylinder with Cross-Flow Oscillation " International Journal of Heat and Mass Transfer 52.23, pp. 5402-5411, 2009.
- [5] Zdravkovich, "Flow Around Circular Cylinders Volume 1,2: Fundamentals", Oxford University Press, USA, 1997.
- [6] Acrivos, Andreas, M. J. Shah, and E. E. Petersen. "Momentum and heat transfer in laminar Boundary-Layer Flows of Non-Newtonian Fluids Past External Surfaces." AIChE Journal, 6.2, pp. 312-317, 1960.
- [7] Schowalter, W. R. "The Application of Boundary-Layer theory to Power-Law Pseudoplastic Fluids: Similar Solutions." AIChE Journal 6.1, pp. 24-28, 1960.
- [8] Shah, M. J., E. E. Petersen, and Andreas Acrivos. "Heat transfer from a Cylinder to a Power-law Non-Newtonian Fluid." AIChE Journal 8.4, pp. 542-549, 1962.
- [9] Lee, S. Y., and W. F. Ames. "Similarity solutions for Non-Newtonian Fluids " AIChE Journal 12.4 pp. 700-708, 2004.
- [10] Bizzell, G. D., and J. C. Slattery. "Non-Newtonian Boundary-Layer Flow " Chemical Engineering Science 17.10 (1962): 777-782.
- [11] Acrivos, Andreas. "A Theoretical Analysis of Laminar Natural Convection Heat Transfer to Non-Newtonian Fluids " AIChE Journal 6.4, pp. 584-590, 1960.
- [12] Serth, Robert W., and Kenneth M. Kiser. "A Solution of the Two-Dimensional Boundary-Layer Equations for an Ostwald-De Waele Fluid " Chemical Engineering Science 22.7 (1967): 945-956.
- [13] Lin, F. N., and S. Y. Chern. "Laminar Boundary-Layer Flow of Non-Newtonian Fluid " International Journal of Heat and Mass Transfer 22.10, pp.1323-1329, 1979.
- [14] Kim, H. W., D. R. Jeng, and K. J. DeWitt. "Momentum and Heat Transfer in Power-law Fluid Flow over Two-Dimensional or Axi-Symmetrical Bodies." International Journal of Heat and Mass Transfer 26.2, pp. 245-259, 1983.