

تخمین کانال MIMO با استفاده از QRD و الگوریتم وقتی LMS

احسان دشتیان^۱، کارشناسی ارشد؛ مجید اخوت^۲، دانشیار؛ حمید آرزومند^۳، دانشجوی دکتری

۱- دانشکده فناوری اطلاعات و ارتباطات - دانشگاه امام حسین (علیه السلام) - تهران - ایران - ehssan@chmail.ir

۲- دانشکده فناوری اطلاعات و ارتباطات - دانشگاه امام حسین (علیه السلام) - تهران - ایران - mokhovvat@ihu.ac.ir

۳- دانشکده فناوری اطلاعات و ارتباطات - دانشگاه امام حسین (علیه السلام) - تهران - ایران - arezumand.h@gmail.com

چکیده: تخمین کانال یکی از مهم‌ترین عواملی است که در سیستم‌های MIMO نقش تعیین‌کننده‌ای در ارزیابی عملکرد دارد، روش‌های متفاوتی برای تخمین سیستم‌های MIMO وجود دارد که روش‌های وقتی، از جمله پیاده‌سازی ساده و پیچیدگی کم‌تر را دارد. از سویی دیگر، برخی از آشکارسازهای محبوبیت بیشتری است و بیش‌تر شرایط یک فیلتر مناسب، از جمله پیاده‌سازی ساده و پیچیدگی کم‌تر را دارد. در این مقاله مهم در سیستم‌های MIMO از تجزیه QR برای استخراج سیگنال ارسالی استفاده می‌کنند که دارای پیچیدگی در محاسبات می‌باشد. در این مقاله روش جدیدی برای تخمین QR کانال مخابراتی MIMO ارائه شده است و به جای اینکه مشخصه کانال H تخمین زده شود و بعد در آشکارسازی تجزیه QR صورت گیرد، از همان ابتدا و مستقیماً ماتریس‌های Q و R با الگوریتم LMS تخمین زده می‌شود. در واقع ماتریس کانال با تخمین Q و R نیز به دست می‌آید. نتایج شبیه‌سازی در مطلب نشان می‌دهد استفاده از الگوریتم LMS و تجزیه QR در تخمین کانال، با تعداد تکرارهای بالا و با افزایش SNR، کاهش خطا را در پی خواهد داشت.

واژه‌های کلیدی: MIMO، تخمین کانال، فیلتر وقتی، LMS، تجزیه QR.

MIMO Channel Estimation by QR Decomposition and LMS Adaptive Filter

Ehsan Dashtian¹, Master of Science; Majid Okhovat², Associate Professor; Hamid Arezumand³, PhD student

1- Faculty of Technology of Information & Communication, University of Imam Hossein, Tehran, Iran, Email: ehssan@chmail.ir

2- Faculty of Technology of Information & Communication, University of Imam Hossein, Tehran, Iran, Email: mokhovvat@ihu.ac.ir

3- Faculty of Technology of Information & Communication, University of Imam Hossein, Tehran, Iran, Email:

arezumand.h@gmail.com

Abstract: Channel estimation is one of the most decisive factors in evaluating performance of the MIMO systems. There are different methods for estimation of MIMO systems, that, adaptive algorithm is which. Among adaptive algorithms, Least Mean Square (LMS) algorithm is the most popular because it has the features of a proper filter including simplicity in applying and no complexity in using. In the other hand, some of important detectors in MIMO systems use QR decomposition for signal extraction, which is of a higher level of complexity. In this paper, a new method for MIMO channel QR estimation is proposed and instead of estimating the channel matrix H and them decomposing QR in detector, from the beginning, Q and R estimated directly actually, channel matrix is detained through the estimation of Q and R. according to MATLAB simulation applying LMS algorithm and QR decomposition in channel estimation with iteratively and/or SNR increment will result in the error reduction.

Keywords: MIMO, channel estimation, adaptive filter, LMS, QR decomposition.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۰۲/۰۷

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۰۷/۰۳، ۱۳۹۵/۱۰/۲۷ و ۱۳۹۶/۰۲/۰۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۲/۱۹

نام نویسنده مسئول: مجید اخوت

نشانی نویسنده مسئول: تهران - بزرگراه شهید بابایی - دانشگاه جامع امام حسین (ع) - دانشکده فناوری و ارتباطات

۱- مقدمه

نرخ داده بالا و استفاده بهینه از پهنای باند در دسترس، نیاز اساسی در مخابرات بی‌سیم است. سیستم‌های MIMO^۱ با توجه به ویژگی‌های چندگانگی^۲ و تسهیم فضایی^۳، گزینه‌ای مناسب برای نسل جدید مخابرات سیار محسوب می‌شوند. این سیستم‌ها بدون صرف توان یا پهنای باند بیش‌تر در افزایش نرخ ارسال داده و کاهش خطا بسیار مؤثر هستند و برای کاهش چشم‌گیر احتمال خطا و افزایش قابلیت اطمینان از کدهای فضا-زمان STC^۴ استفاده می‌کنند [۱].

درواقع عملکرد سیستم‌های MIMO به میزان اطلاعات از وضعیت کانال، وابستگی زیادی دارد و دستیابی به مزایای فوق، مشروط به داشتن تخمین مناسبی از کانال مخابراتی است. اما تداخل بین کاربران، طبیعت متغیر بازمان بودن و تغییرات سریع کانال، تخمین کامل و دقیق کانال را غیرممکن می‌سازد. در چند دهه اخیر مطالعات زیادی بر روی روش‌های تخمین کانال MIMO انجام شده است که می‌توان تخمین کانال با استفاده از فیلترهای وقفی را به‌عنوان یکی از روش‌های کارآمد در این عرصه نام برد [۹-۲]. البته موضوع تخمین و موارد مرتبط با آن به‌طور کل در سیستم‌های مخابراتی روزبه‌روز ایده‌های جدید به خود می‌بندد [۱۲-۱۰]. در روش‌های وقفی، انتخاب فیلتر نیز بستگی به پیچیدگی کم‌تر، سادگی پیاده‌سازی، سرعت همگرایی، طول گام، بار حافظه، حالت پایداری و... دارد که در این میان فیلترهای وقفی LMS^۵ عمومیت بیش‌تری دارند و بیش‌تر شرایط یک فیلتر مناسب، از جمله پیاده‌سازی ساده و پیچیدگی کم‌تر را دارا می‌باشد [۱۲-۹]. سیستم‌های MIMO در استفاده از کدهای فضا-زمان برای تخمین کانال دارای چالش‌هایی می‌باشند. در سال ۱۹۹۸ الموتی کدینگ جدیدی را به‌منظور استفاده از تنوع فضایی-زمانی موجود در آنتن‌های MIMO ارائه داد که به‌عنوان کدهای فضایی-زمانی بسته‌ای STBC^۶ مطرح شدند [۱]. این کدها علاوه بر استفاده از حداکثر ظرفیت تنوع فضایی-زمانی موجود (نرخ واحد)، دارای ویژگی تعامد نیز هستند اما متأسفانه نشان داده شده است کد فضایی-زمانی بسته‌ای متعامد (OSTBC)^۷ مختلط با نرخ واحد، تنها برای دو آنتن فرستنده موجود است و در صورت افزایش آنتن‌های فرستنده به سه یا بیش‌تر، چنین کدی وجود نخواهد داشت [۱۳]، البته برای تعداد سه و چهار آنتن فرستنده کدهای OSTBC وجود دارند که نرخ آن‌ها کوچک‌تر از واحد است یعنی برای تعداد آنتن‌های بیش‌تر از دو، در کدهای OSTBC، نرخ آن‌ها $\frac{1}{2}$ است [۱۴]. بنابراین در صورت استفاده از OSTBC در تعداد بیش‌تر از دو، بهره عرض باند کانال MIMO و سرعت ارسال داده تا حدودی کاهش خواهد یافت [۱]. بر این اساس کدهای غیر متعامد با نرخ یک در [۱۶] و [۱۷] تحت عنوان کدهای فضایی-زمانی بسته‌ای شبه‌متعامد (QOSTBC)^۸ ارائه شده‌اند. در چنین کدهایی با اینکه ویژگی تعامد وجود ندارد، عملیات کد برداری در گیرنده با پیچیدگی بیش‌تری نسبت به کدهای OSTBC انجام می‌پذیرد. علاوه بر نرخ بالا و سادگی کد برداری موضوع استفاده حداکثری کد از

چندگانگی فضایی نیز باید در طراحی یک کد STBC لحاظ گردد. با در نظر گرفتن این سه مورد، تلاش‌های زیادی به‌منظور طراحی کدهای STBC در ابعاد بزرگ‌تر از دو آنتن فرستنده صورت گرفته است که هر یک نوعی بده بستان بین این سه ویژگی برقرار می‌کند. علی‌رغم تلاش‌های صورت گرفته در سال‌های اخیر به‌منظور طراحی کدهایی با کد برداری ساده، نرخ بالا و استفاده از حداکثر چندگانگی فضایی برای تعداد آنتن‌های بیش از دو، کدهای QOSTBC ارائه شده توسط حمید جعفرخانی [۱۶] همچنان جایگاه ویژه خود را حفظ کرده است. درواقع کارآمدترین کدها که در تعداد بیش از دو آنتن مورد استفاده قرار می‌گیرد همین کدهای شبه متعامد هستند و از آنجا که این کدها به‌طور کامل متعامد نیستند تخمین در آن‌ها به‌سادگی کدهای متعامد نخواهد بود. از مؤثرترین راهکارها برای کاهش پیچیدگی و ساده نمودن تخمین در کدهای QOSTBC، استفاده از تجزیه QR در ماتریس کانال است [۱۸]. درواقع اگر بخواهیم تعداد آنتن از دو تا بیش‌تر باشد و خاصیت تعامد و یا نرخ یک را داشته باشیم از کدهای شبه‌متعامد که نرخ یک دارند استفاده می‌کنیم و از طرفی پیچیدگی تخمین در حالتی که متعامد نیست را با استفاده از QRD کم می‌کنیم. به‌طورکل روش تجزیه QR در MIMO برای کاهش حجم محاسبات استفاده می‌شود [۲۱-۱۹]. ازسویی دیگر، برخی از آشکارسازها در سیستم‌های MIMO از تجزیه QR برای استخراج سیگنال ارسالی استفاده می‌کنند که از جمله آن می‌توان به کدهای QOSTBC ذکر شده در بالا اشاره کرد و یا برخی آشکارسازهای حذف تداخل‌های متوالی (SIC)^۹ که از تجزیه QR استفاده می‌کنند [۲۸-۲۲]. و همچنین تعدادی از آشکارسازهای سیستم‌های MIMO-OFDM که پیچیدگی محاسبات قابل‌ملاحظه‌ای دارند برای کم کردن این پیچیدگی از تجزیه QR استفاده می‌کنند [۳۲-۲۹].

در این مقاله با استفاده از الگوریتم وقفی روش جدیدی برای تخمین کانال مخابراتی MIMO با استفاده از QR ارائه شده است که برای سیستم‌هایی که در آشکارسازی از QRD استفاده می‌کنند بسیار کاربردی و مفید می‌باشد. درواقع در این روش جایگزین اینکه H کانال تخمین زده شود و بعد در بلوک آشکارسازی H به Q و بعد R تجزیه شود، به‌صورت مستقیم بدون دخالت H، ابتدا Q و بعد R با استفاده از الگوریتم LMS تخمین زده می‌شود و هیچ نیازی دیگر به محاسبه H نداریم. به‌منظور ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، میزان خطای MSE^{۱۰} آن برحسب تعداد تکرار و SNR محاسبه گردیده و همچنین همگرایی آن مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با افزایش SNR و تعداد تکرار الگوریتم LMS، میزان خطا کاهش می‌یابد. با توجه به موارد فوق، در بخش ۲ سیستم‌های MIMO، به همراه روش QR و روش LMS توضیح داده می‌شود، بیان روش جدید و پیشنهادی تخمین در بخش ۳ به‌صورت ریاضی بیان خواهد شد و در بخش ۴ و ۵ نیز شبیه‌سازی‌های انجام شده و نتایج مشاهده می‌شود.

۲- معرفی مدل سیستم

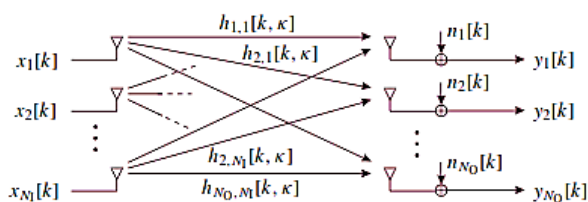
۱-۲- مدل کانال MIMO

سیگنال باند پایه دریافتی در گیرنده، یک سیستم مخابراتی بدون سیم را می‌توان به صورت:

$$y = Hx + n \quad (1)$$

نشان داد؛ که x سیگنال ارسالی، H متغیر تصادفی گاوسی مختلط کانال با میانگین صفر و n نویز است.

در شکل ۱ سیستمی با N_T آنتن فرستنده و N_R آنتن گیرنده، با فرض تخت بودن کانال MIMO نشان داده می‌شود.



شکل ۱: مدل عمومی یک سیستم MIMO [۳۳]

که رابطه (۱) را برای یک سیستم MIMO می‌توان به صورت زیر توصیف نمود، سیگنال ارسالی به صورت:

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_{N_T}]^T \quad (2)$$

می‌باشد که دارای N_T آنتن و y سیگنال دریافتی به صورت:

$$y = [y_1, y_2, \dots, y_{N_R}]^T \quad (3)$$

می‌باشد که دارای N_R آنتن و بردار سیگنال نویز گاوسی جمع‌شونده توسط رابطه زیر نشان داده می‌شود.

$$n = [n_1, n_2, \dots, n_{N_R}]^T \quad (4)$$

ماتریس مشخصه کانال مخابراتی سیستم را در یک زمان مشخص می‌توان به صورت یک ماتریس $N_R \times N_T$ نمایش داد.

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N_T} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2N_T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_R1} & h_{N_R2} & \dots & h_{N_RN_T} \end{bmatrix} \quad (5)$$

فرآیند تخمین H کانال یکی از مهم‌ترین عملیاتی است که در باند پایه صورت می‌پذیرد و طی آن وضعیت کانال ارتباطی توسط گیرنده تخمین زده می‌شود.

به منظور تخمین کانال، نخست فرستنده سیگنال‌های مشخصی را با عنوان پایلوت در المان‌های منبع مشخصی قرار می‌دهد. سپس گیرنده با مشاهده سیگنال دریافت‌شده از آن محل‌های مشخص و مقایسه آن با

سیگنال‌های اصلی، قادر به تخمین شرایط کانال در بازه‌های معینی از زمان و فرکانس است.

۲-۲- تجزیه QR

هر ماتریس به دو ماتریس Q و R تجزیه می‌شود که ماتریس اول متعامد و ماتریس دوم بالا مثلثی می‌باشد. اگر ماتریس $A_{m \times n}$ مفروض باشد، روابط ریاضی تجزیه را می‌توان به فرم زیر نوشت:

$$A_{m \times n} = Q_{m \times n} R_{n \times n} \quad (6)$$

که $QQ^T = I$ و R یک ماتریس بالا مثلثی ($r_{ii} > 0$) می‌باشد. این تجزیه در ساده‌سازی حل معادلات کمک بسیاری می‌کند. این روش بیش از پنجاه سال پیش ابداع شده است و تا به حال توسط دانشمندان مختلف، الگوریتم‌های مختلفی برای آن معرفی شده است [۳۴].

درواقع با استفاده از QR، ماتریس H کانال را به فرم دو ماتریس مجزای Q و R به صورت مستقیم تخمین می‌زنیم و دیگر نیازی به نیست که ابتدا H را تخمین بزنیم و بعد در آشکارسازی H را به Q و R تجزیه کنیم. از مؤثرترین راهکارها در کاهش تعداد جستجو در کدهای STBC استفاده از تجزیه QR ماتریس کانال است.

۳-۲- الگوریتم وقتی LMS

الگوریتم LMS به صورت گسترده در الگوریتم فیلترهای وقتی مورد استفاده قرار می‌گیرد که این کاربردهای بسیار زیاد را می‌توان به سادگی و پایداری LMS برای سیگنال‌های تصادفی نسبت داد. پژوهش‌های صورت گرفته بر روی LMS باعث بهینه‌سازی این الگوریتم شده است. در این مقاله ضرایب فیلتر به وسیله الگوریتم LMS محاسبه می‌شود که روابط این الگوریتم در زیر آورده شده است.

اگر ورودی فیلتر $x(n)$ و $d(n)$ را خروجی مطلوب بنامیم خروجی فیلتر به فرم زیر خواهد بود:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i(n)x(n-i) \quad (7)$$

که $w_i(n)$ ها ضرایب وزنی $w_0(n), w_1(n), \dots, w_{N-1}(n)$ می‌باشند و طوری انتخاب شده‌اند که مقدار میانگین مجذور خطا $e(n)$ به حداقل

برسد.

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (8)$$

در فیلترهای وقتی به صورت عمومی ضرایب وزنی متغیر با زمان می‌باشند و به صورت وقتی مداوم در حال تطبیق دادن می‌باشند تا در صورت تغییر در سیگنال‌های تصادفی، این تغییر را بتوانند تشخیص بدهند. تغییرات (تطبیق دادن) الگوریتم LMS در ضرایب وزنی فیلتر به گونه‌ای است که میانگین مجذور خطا $e(n)$ در معیار MSE حداقل باشد. به روزرسانی برای ضرایب وزنی در نهایت $W(n+1)$ می‌باشد و به صورت (۹) به دست می‌آید.

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu e(n)x(n) \quad (9)$$

که μ پارامتر طول گام برای الگوریتم می‌باشد.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^T \\ \mathbf{q}_2^T \\ \mathbf{q}_3^T \\ \vdots \\ \mathbf{q}_M^T \end{bmatrix}, (\mathbf{q}_i \cdot \mathbf{q}_j^H = 0) \quad (12)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T \\ \mathbf{r}_2^T \\ \mathbf{r}_3^T \\ \vdots \\ \mathbf{r}_M^T \end{bmatrix}, \mathbf{r}_i = [0 \ 0 \ \dots \ r_{ii} \ r_{ii+1} \ r_{ii+2} \ \dots \ r_{iM}]^T \quad (13)$$

بر اساس رابطه (۱) اگر s سیگنال ارسالی و y سیگنال دریافتی باشد، رابطه سیگنال دریافتی در گیرنده را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{z} \quad (14)$$

در ابتدا ماتریس \mathbf{Q} را معلوم در نظر می گیریم و هرمیتین آن را در رابطه سیگنال دریافتی (۱۴) ضرب می کنیم.

$$\mathbf{Q}^H \mathbf{y} = \mathbf{Q}^H \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{Q}^H \mathbf{z} \quad (15)$$

به دلیل داشتن خاصیت یکانی در ماتریس \mathbf{Q} و حذف \mathbf{Q} از $\mathbf{H} = \mathbf{Q}\mathbf{R}$ ، رابطه زیر حاصل می شود. بر اساس مدل اصلی LMS بردارهای $d(n)$ و $\mathbf{x}(n)$ به صورت زیر مشخص شده اند:

$$\mathbf{y}'_{d(n)} = \mathbf{R} \mathbf{s}_{x(n)} + \mathbf{z}' \quad (16)$$

می توان روابط LMS را برای تخمین سطرهای ماتریس \mathbf{R} به صورت زیر بیان نمود.

$$\hat{\mathbf{r}}_i^+(k) = \hat{\mathbf{r}}_i(k) + \mu_1 e(k) \mathbf{s}(k) \quad (17)$$

و

$$e(k) = \mathbf{y}'_i(k) - \hat{\mathbf{r}}_i^H(k) \mathbf{s}(k) \quad (18)$$

تخمینی که در اینجا انجام شده، بدون در نظر گرفتن محدودیت بالامثلثی بودن ماتریس \mathbf{R} انجام شده است. در ادامه این محدودیت را بر روی نتیجه مسئله فوق اعمال می کنیم. محدودیت بالامثلثی بودن را می توان به صورت رابطه خطی زیر بیان نمود.

اعمال محدودیت:

$$\mathbf{A}_i \mathbf{r}_i = 0 \quad (19)$$

که ماتریس \mathbf{A}_i به صورت زیر می باشد:

$$\mathbf{A}_i = \text{diag}[1 \ 1 \ \dots \ 100 \ \dots \ 0]_{i-1} \quad (20)$$

بر اساس محدودیت به دست آمده و با استفاده از ضرایب لاگرانژ [۱۴] می توان ضرایب بهینه را با محدودیت فوق به صورت زیر به دست آورد.

$$\hat{\mathbf{r}}_i(k+1) = \hat{\mathbf{r}}_i^+(k) + \mathbf{v}_{li}(k) \quad (21)$$

که $\mathbf{v}_{li}(k)$ را باید به صورت (۲۲) نوشت:

$$\mathbf{v}_{li} = \mathbf{argmin} \{ \mathbf{v}_{li}^H(k) \mathbf{v}_{li}(k) + \lambda_{li}^H(k) \mathbf{A}_i \hat{\mathbf{r}}_i(k+1) \} \quad (22)$$

حال $\hat{\mathbf{r}}_i(k+1)$ را از (۲۱) در (۲۲) قرار می دهیم.

معادله های (۷)، (۸) و (۹) سه معادله مورد نیاز برای تکمیل هر تکرار در الگوریتم LMS می باشد. معادله (۷) معادله عمل فیلتر کردن نامیده می شود که برای به دست آوردن خروجی فیلتر استفاده می شود. معادله (۸) برای تخمین خطا استفاده می شود و معادله (۹) برای به دست آوردن بازگشتی تطبیق ضرایب وزنی و به روزرسانی مورد استفاده قرار می گیرد [۳۵].

۲-۴- اعمال محدودیت خطی الگوریتم LMS

اعمال محدودیت خطی به الگوریتم فیلتر کمک می کند تا شرایط مورد نیاز خود در مسئله را به فیلتر تحمیل کنیم و در نهایت تطبیق ضرایب وزنی بر اساس این محدودیت محاسبه می شود. در واقع می خواهیم بردار ضرایب وزنی را به دست آوریم به طوری که خطا در معیار میانگین مربعات حداقل باشد، مشروط بر اینکه محدودیت زیر اعمال شود.

$$\mathbf{C}^T \mathbf{W} = \alpha \quad (10)$$

که در اینجا α یک مقدار اسکالر و \mathbf{C} یک بردار ستونی ثابت می باشد. این مسئله با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ قابل حل می باشد که برای تخمین روش پیشنهادی انجام خواهد شد؛ اما به روزرسانی در مرحله پایانی به صورت (۱۱) می باشد.

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}^+(n) + \frac{\alpha - \mathbf{C}^T \mathbf{W}^+(n)}{\mathbf{C}^T \mathbf{C}} \mathbf{C} \quad (11)$$

که در اینجا $\mathbf{W}^+(n)$ به روزرسانی قبل از اعمال محدودیت و $\mathbf{W}(n+1)$ تطبیق نهایی خواهد بود. تا اینجا روابط به صورت حقیقی بیان شد که تمام روابط در حالت موهومی نیز برقرار می باشد و تخمین به صورت موهومی انجام خواهد شد.

۳- تخمین به روش پیشنهادی

همان طور که در بخش های قبل بیان شد قصد داریم از طریق تخمین ماتریس \mathbf{Q} و \mathbf{R} کانال را تخمین بزنیم، که ماتریس \mathbf{Q} یک ماتریس یکانی و \mathbf{R} یک ماتریس بالامثلثی است. در واقع در این روش برای تخمین کانال نیازی نیست که \mathbf{H} را به دست آوریم. در ابتدا تعدادی داده های آموزش با مدولاسیون 16-QAM ارسال می نماییم و با استفاده از این داده ها ماتریس های \mathbf{Q} و \mathbf{R} را تخمین می زنیم. مدل کانال مخابراتی را با محوشدگی تخت و نویز کانال گوسی را فرض می کنیم.

برای اینکه بتوانیم مقدار خطای MSE تخمین هرکدام یک از دو ماتریس \mathbf{Q} و \mathbf{R} را محاسبه بنماییم، دو محدودیت زیر را برای مسئله در نظر می گیریم:

(۱) ماتریس \mathbf{Q} تخمین زده شده یکانی است.

(۲) ماتریس \mathbf{R} تخمین زده شده بالامثلثی (و یا پایین مثلثی) است. و برای بررسی درستی پاسخ مسئله میزان یکانی بودن و بالامثلثی بودن پاسخ را چک می کنیم. شرط بالامثلثی بودن \mathbf{R} و یکانی بودن \mathbf{Q} به صورت زیر بیان شده است:

$$\hat{\mathbf{q}}_i(k+1) = \hat{\mathbf{q}}_i(k) + \mu_2 e(k)^* \mathbf{t}(k+1) \quad (32)$$

و

$$e(k) = \mathbf{y}_i(k) - \hat{\mathbf{q}}_i(k)^H \mathbf{t}(k+1) \quad (33)$$

در اینجا محدودیت یکانی بودن ماتریس Q اعمال نشده است. نکته جالب توجه این است که اگر ماتریس R را بالامتلیتی به دست آوریم ماتریس Q یکانی می‌شود و نیاز برای اعمال محدودیت یکانی بودن ندارد. حتی در شبیه‌سازی‌ها محدودیت یکانی بودن مانند (۳۵) اعمال شده است.

$$\hat{\mathbf{q}}_i(k+1) = \hat{\mathbf{q}}_i^+(k) + \mathbf{v}_{2i}(k) \quad (34)$$

اعمال محدودیت:

$$\hat{\mathbf{Q}}_i(k)^H \hat{\mathbf{q}}_i(k+1) = 0, \hat{\mathbf{Q}}_i(k) = [\hat{\mathbf{q}}_1 \hat{\mathbf{q}}_2 \dots \hat{\mathbf{q}}_{i-1}] \quad (35)$$

رابطه $\mathbf{v}_{2i}(k)$ در لاگرانژ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathbf{v}_{2i} = \arg \min \left\{ \mathbf{v}_{2i}^H(k) \mathbf{v}_{2i}(k) + \lambda_{2i}^H(k) \hat{\mathbf{Q}}_i(k)^H \hat{\mathbf{q}}_i(k+1) \right\} \quad (36)$$

با جایگذاری رابطه (۳۴) در (۳۶) رابطه \mathbf{v}_{2i} به صورت زیر نوشته خواهد شد.

$$\mathbf{v}_{2i} = \arg \min \left\{ \mathbf{v}_{2i}^H(k) \mathbf{v}_{2i}(k) + \lambda_{2i}^H(k) \hat{\mathbf{Q}}_i(k)^H (\hat{\mathbf{q}}_i^+(k) + \mathbf{v}_{2i}(k)) \right\} \quad (37)$$

مانند تخمین R روابط لاگرانژ را می‌نویسیم:

$$\frac{\Delta}{\mathbf{v}_{2i}}(G) = \mathbf{v}_{2i}(k) + \hat{\mathbf{Q}}_i(k) \lambda_{2i}(k) = 0 \Rightarrow \mathbf{v}_{2i}(k) = -\hat{\mathbf{Q}}_i(k) \lambda_{2i}(k) \quad (38)$$

و

$$\frac{\partial}{\lambda_{2i}}(G) = \hat{\mathbf{Q}}_i(k)^H (\hat{\mathbf{q}}_i^+(k) + \mathbf{v}_{2i}(k)) = 0 \Rightarrow \hat{\mathbf{q}}_i^+(k) = -\mathbf{v}_{2i}(k) \quad (39)$$

حال در (۳۹) به جای $\mathbf{v}_{2i}(k)$ مقدار به دست آمده از (۳۸) را قرار می‌دهیم تا $\lambda_{2i}(k)$ به دست آید.

$$\hat{\mathbf{q}}_i^+(k) = \hat{\mathbf{Q}}_i(k) \lambda_{2i}(k) \Rightarrow \lambda_{2i}(k) = \left(\hat{\mathbf{Q}}_i(k)^H \hat{\mathbf{Q}}_i(k) \right)^{-1} \hat{\mathbf{Q}}_i(k)^H \hat{\mathbf{q}}_i^+(k) \quad (40)$$

حال مقدار $\lambda_{2i}(k)$ در (۳۸) قرار می‌دهیم تا مقدار نهایی $\mathbf{v}_{2i}(k)$ به دست بیاید و در نهایت آن را در رابطه (۳۴) قرار می‌دهیم تا بتوان $\hat{\mathbf{q}}_i(k)$ را به دست آورد.

$$\mathbf{v}_{2i}(k) = -\hat{\mathbf{Q}}_i(k) \left(\hat{\mathbf{Q}}_i(k)^H \hat{\mathbf{Q}}_i(k) \right)^{-1} \hat{\mathbf{Q}}_i(k)^H \hat{\mathbf{q}}_i^+(k) \quad (41)$$

$$\hat{\mathbf{q}}_i(k) = \hat{\mathbf{q}}_i^+(k-1) + \mathbf{v}_{2i}(k) = \left(\mathbf{I} - \hat{\mathbf{Q}}_i(k) \left(\hat{\mathbf{Q}}_i(k)^H \hat{\mathbf{Q}}_i(k) \right)^{-1} \hat{\mathbf{Q}}_i(k)^H \right) [\hat{\mathbf{q}}_i(k) + \mu_2 (\mathbf{y}_i(k) - \hat{\mathbf{q}}_i(k)^H \mathbf{t}(k+1))^* \mathbf{t}(k+1)] \quad (42)$$

که در اینجا مقدار $\hat{\mathbf{q}}_i(k)$ به دست آمد.

$$\mathbf{v}_{1i} = \arg \min \left\{ \mathbf{v}_{1i}^H(k) \mathbf{v}_{1i}(k) + \lambda_{1i}^H(k) \mathbf{A}_i (\hat{\mathbf{r}}_i^+(k) + \mathbf{v}_{1i}(k)) \right\} \quad (23)$$

حال با توجه به معادلات ضرایب لاگرانژ می‌توان با استفاده از $\lambda_{1i}(k)$ مقدار $\mathbf{v}_{1i}(k)$ را به دست آورد.

$$\frac{\Delta}{\mathbf{v}_{1i}}(G) = \mathbf{v}_{1i}(k) + \mathbf{A}_i \lambda_{1i}(k) = 0 \Rightarrow \mathbf{v}_{1i}(k) = -\mathbf{A}_i \lambda_{1i}(k) \quad (24)$$

و

$$\frac{\partial}{\lambda_{1i}}(G) = \mathbf{A}_i (\hat{\mathbf{r}}_i^+(k) + \mathbf{v}_{1i}(k)) = 0 \Rightarrow \mathbf{A}_i \mathbf{v}_{1i}(k) = -\mathbf{A}_i \hat{\mathbf{r}}_i^+(k) \quad (25)$$

توجه $\mathbf{A}_i^H = \mathbf{A}_i$ می‌باشد

$$\mathbf{A}_i \mathbf{A}_i \lambda_{1i}(k) = \mathbf{A}_i \hat{\mathbf{r}}_i^+(k) \Rightarrow \mathbf{v}_{1i}(k) = -\mathbf{A}_i \hat{\mathbf{r}}_i^+(k) \quad (26)$$

حاصل $\mathbf{v}_{1i}(k)$ به دست آمده از مسئله لاگرانژ را در رابطه اصلی یعنی (۲۱) قرار می‌دهیم و بعد از ساده‌سازی و استفاده از روابط فیلتر LMS، $\hat{\mathbf{r}}_i(k+1)$ را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\hat{\mathbf{r}}_i(k+1) = \hat{\mathbf{r}}_i^+(k) + \mathbf{v}_{1i}(k) = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_i) [\hat{\mathbf{r}}_i(k) + \mu_1 (\mathbf{y}'_i(k) - \hat{\mathbf{r}}_i(k)^H \mathbf{s}(k))^* \mathbf{s}(k)] \quad (27)$$

مراحل ذکر شده باید برای تخمین همه سطرهای ماتریس R انجام پذیرد. با سطرهای تخمین زده شده از ماتریس R ماتریس $\hat{\mathbf{R}}$ را تشکیل می‌دهیم.

$$\hat{\mathbf{R}}(k+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T(k+1) \\ \mathbf{r}_2^T(k+1) \\ \mathbf{r}_3^T(k+1) \\ \vdots \\ \mathbf{r}_M^T(k+1) \end{bmatrix} \quad (28)$$

حال برای تکمیل تخمین H باید Q را نیز تخمین بزنیم، برای این منظور به دلیل اینکه تخمین ماتریس R در مرحله قبلی محاسبه شده است، ماتریس R به دست آمده را در بردار s ضرب می‌کنیم که ماتریس t حاصل می‌گردد. در اینجا t را به عنوان داده‌های آموزشی در نظر می‌گیریم.

$$\mathbf{y} = \mathbf{Q} \mathbf{R} \mathbf{s} + \mathbf{z} \quad \mathbf{y} = \mathbf{Q} \mathbf{R} \mathbf{s} + \mathbf{z}, \mathbf{t} = \mathbf{R} \mathbf{s} \quad (29)$$

پس می‌توان سیگنال دریافتی را به صورت (۳۰) نوشت.

$$\mathbf{y} = \mathbf{Q} \mathbf{t} + \mathbf{z} \quad (30)$$

که در اینجا، t در $k+1$ ، را بر اساس تخمین به دست آمده $\hat{\mathbf{R}}$ می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{t}(k+1) = \hat{\mathbf{R}}(k+1) \mathbf{s}(k) \quad (31)$$

حالا روابط LMS را برای تخمین سطرهای ماتریس Q به شکل زیر می‌نویسیم.

۴- شبیه‌سازی‌ها

در شبیه‌سازی‌های انجام‌شده مقدار نسبت توان سیگنال به توان نویز از رابطه زیر به‌دست آمده است.

$$SNR = \frac{E[|\mathbf{H}\mathbf{s}(k)|^2]}{E[|\mathbf{n}(k)|^2]} \quad (43)$$

برای مقایسه میزان خطای تخمین انجام شده، مقدار NMSE به‌دست‌آمده با الگوریتم مونت‌کارلو شبیه‌سازی شده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند، طول مونت‌کارلو ۱۰۰۰ فرض شده است. برای اینکه بتوان تخمین کانال با ابعاد مختلف را با یکدیگر مقایسه نماییم، از NMSE استفاده نموده‌ایم. درواقع خطا را نرمالیزه نموده‌ایم.

$$NMSE = \frac{E[\|\hat{\mathbf{H}} - \mathbf{H}\|_F^2]}{E[\|\mathbf{H}\|_F^2]} \quad (44)$$

برای بررسی یکانی بودن ماتریس Q، ماتریس تخمین‌زده‌شده را در هرمیتین آن ضرب کرده و مقدار خطای MSE آن را با ماتریس قطری محاسبه نموده‌ایم.

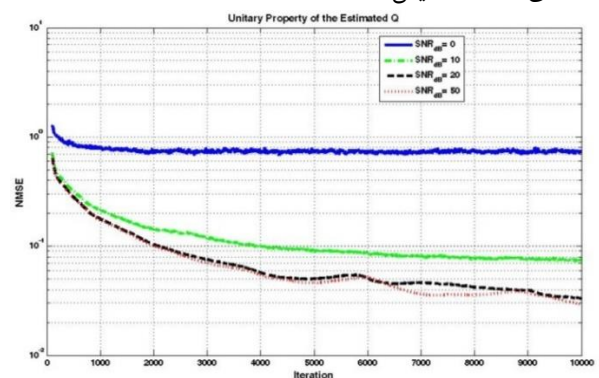
$$NMSE = \|\mathbf{Q}^H \times \mathbf{Q} - \text{Diag}([111 \dots 1])\|_F \quad (45)$$

در شبیه‌سازی‌ها سیستم MIMO به‌صورت ۴×۴ فرض شده است. بر اساس تخمین انجام‌شده همیشه ماتریس R که محاسبه می‌شود بالا مثلثی است و فقط باید یکانی بودن ماتریس Q و خطای تخمین H=QR بررسی گردد. جدول ۱ مقادیری که در شبیه‌سازی‌ها فرض شده است را نشان می‌دهد.

جدول ۱: مقادیر و فرضیات در شبیه‌سازی

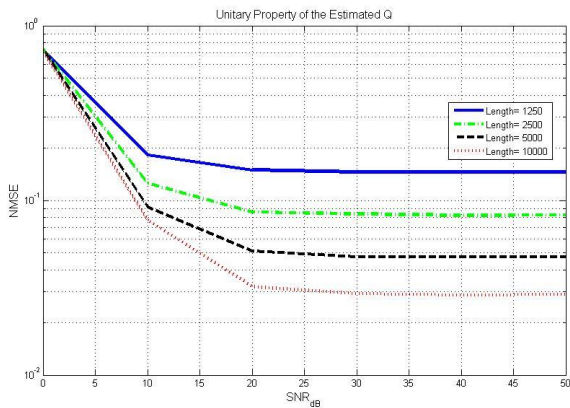
MIMO	۴×۴
Signal length	۱۰۰۰۰
Monte- Carlo length	۱۰۰۰
μ_{LMS}	۰/۰۱
Modulation	16-QAM
Channel Type	Flat Fading
Noise	AWGN

در شکل ۲ مقدار خطای NMSE برحسب تعداد تکرار LMS و در SNRهای مختلف نمایش داده شده است.



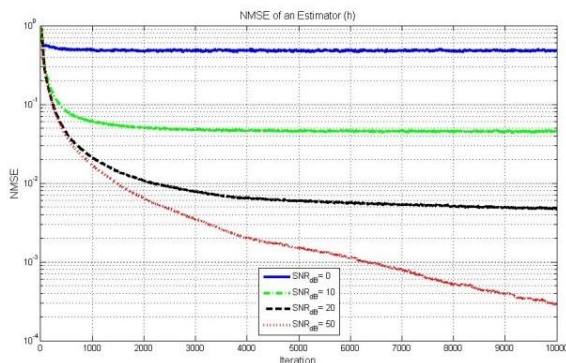
شکل ۲: بررسی یکانی بودن ماتریس Q تخمین‌زده‌شده با ۱۰۰۰۰ بار تکرار در SNRهای ثابت و مختلف

همان‌طور که دیده می‌شود با افزایش تکرار و SNR، خطا کاهش می‌یابد، یعنی اینکه در هر تکرار ماتریس Q به یکانی بودن نزدیک‌تر می‌شود. در شکل ۳ نیز همین روال دیده می‌شود و میزان کاهش خطا برحسب SNR در تکرارهای مختلف نشان داده شده است.



شکل ۳: بررسی خطای یکانی بودن ماتریس Q تخمین‌زده‌شده برحسب SNR متغیر در تکرارهای ثابت و مختلف

وقتی R به‌صورت بالامثلثی باشد و Q نیز تخمین زده شود، یعنی اینکه H تخمین‌زده‌شده است، شکل ۴ میانگین مربعات خطای نرمالیزه‌شده برای تخمین H کانال را برحسب تعداد تکرار در SNRهای مختلف نشان می‌دهد.



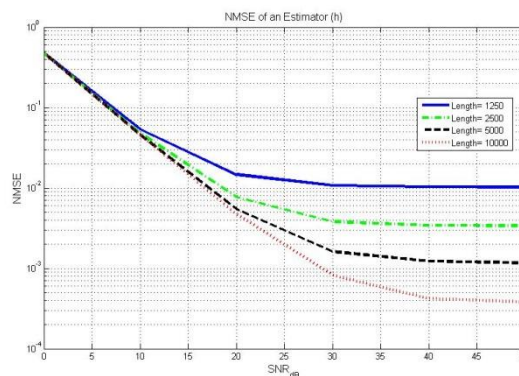
شکل ۴: میانگین مربعات خطای نرمالیزه‌شده برای تخمین H برحسب تعداد تکرار و SNRهای ثابت در الگوریتم LMS

تکرار ۱۰۰۰۰ بار در تخمین برای هر SNR نشان می‌دهد که بیش‌ترین SNR کم‌ترین خطا را دارد، در شکل ۵ نیز این میزان خطا برحسب SNR نشان داده شده است. در یک تکرار ثابت افزایش SNR مجدداً کاهش خطا را نشان می‌دهد؛ که تکرار ۱۰۰۰۰ دارای کم‌ترین خطا می‌باشد.

استفاده می‌کنند، دیگر نیازی نیست بعد از تخمین این تجزیه صورت گیرد زیرا Q و R به صورت مستقیم ارسال شده است. در تخمین به وسیله LMS هرچقدر که تعداد تکرارها افزایش می‌یابد خطای تخمین کمتر می‌شود. این کاهش خطا در افزایش SNRهای مختلف نیز دیده می‌شود.

مراجع

- [1] S.M. Alamouti, "A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications," IEEE Journal, vol. 16, no. 8, pp. 1451-1458, 1998.
- [2] Wang, Xiaowen and K. J. Liu, "Adaptive channel estimation using cyclic prefix in multicarrier modulation system," IEEE Communications Letters, vol. 3, no. 10, pp. 291-293, 1999.
- [3] Carrascosa, Patricia Ceballos and Milica Stojanovic, "Adaptive channel estimation and data detection for underwater acoustic MIMO-OFDM systems," Oceanic Engineering, IEEE Journal, vol. 35, no. 3, pp. 635-646, 2010.
- [4] Sampath, Hemanth and Joe Tellado, "Adaptive channel estimation for wireless systems," U.S. Patent Application, no. 09/880, pp. 574, 2001.
- [5] Stojanovic, M. L. Freitag and M. Johnson, "Channel-estimation-based adaptive equalization of underwater acoustic signals," OCEANS'99 MTS/IEEE. Riding the Crest into the 21st Century, Vol. 2, pp. 590-595, 1999.
- [6] Kim, Kyung Jun, et al., "Adaptive multi-antenna channel estimation scheme for uplink multiuser environments," The Journal of Korean Institute of Communications and Information Sciences, vol. 40, no. 7, pp. 1293-1295, 2015
- [7] Rana, Md Masud and Md Kamal Hosain, "Adaptive channel estimation techniques for MIMO OFDM systems," International Journal of Advanced Computer Science and Applications, vol. 1, no. 6, pp. 134-138, 2010
- [8] Reddy, B. Siva Kumar and B. Lakshmi, "Adaptive Modulation and Coding with Channel Estimation/Equalization for WiMAX Over Multipath Faded Channels," Wireless Communications, Networking and Applications. Springer India, pp. 459-472, 2016.
- [9] احمدرضا جناب زاده و محسن مجیری، «عملکرد فیلتر شکاف‌دار وقتی در تخمین فرکانس سیگنال‌های تناوبی»، مجله مهندسی برق، دوره ۴۵، شماره ۱، صفحه ۹-۱، دانشگاه تبریز، ۱۳۹۴
- [۱۰] عقیل عبیری و محمد رضا محزون، «رديابی اهداف متحرک هوایی با استفاده از تخمین چگالی کرنل بر اساس الگوریتم فیلتر ذره»، مجله مهندسی برق، دوره ۴۵، شماره ۳، صفحه ۹۷-۱۰۷، دانشگاه تبریز، ۱۳۹۴
- [۱۱] محمد رضا برز سفیده‌خان، قادر کریمیان، «روشی جدید مبتنی بر بافت برای تخمین زاویه صفحات مسطح»، مجله مهندسی برق، دوره ۴۰، شماره ۱، صفحه ۲۲-۱۳، دانشگاه تبریز، ۱۳۸۹.
- [12] Biguesh, Mehrzad and Alex B. Gershman, "Training-based MIMO channel estimation: a study of estimator tradeoffs and optimal training signals," IEEE transactions on signal processing, vol. 54, no. 3, pp. 884-893, 2006.
- [13] Widrow, Bernard, et al., "Stationary and nonstationary learning characteristics of the LMS adaptive filter." Proceedings of the IEEE, vol. 64, No. 8, pp. 1151-1162, 1976
- [14] Gui, Guan, Wei Peng, and Fumiyuki Adachi, "Improved adaptive sparse channel estimation based on the least mean square algorithm," Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), IEEE, pp. 3105-3109, 2013.
- [15] Reed, Francis A., Paul L. Feintuch and Neil J. Bershad, "Time delay estimation using the LMS adaptive filter--static behavior," Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions, vol. 29, no. 3, pp. 561-571, 1981.
- [16] Das, Bijit Kumar and Mrityunjoy Chakraborty, "Adaptive Combination of 10-LMS Adaptive Filters for Sparse System



شکل ۵: میانگین مربعات خطای نرمالیزه شده تخمین H بر حسب SNR متغیر و تعداد تکرارهای ثابت و مختلف

اگر مقایسه‌ای با منابعی که در مقدمه نیز به آن‌ها اشاره شد انجام دهیم می‌توان دید که روش پیشنهادی در این مقاله خطای تخمین کمتری نسبت به [۱۲] دارد، در $SNR=20\text{dB}$ مقدار NMSE با تکرار 10000 به مقدار کمتر از 10^{-2} می‌رسد، که در اینجا با تعداد آنتن 4×4 این نتیجه به دست آمده است در صورتی که در [۱۲] با تعداد آنتن 4×3 خطای بیش‌تر از 10^{-2} در $SNR=20\text{dB}$ به دست آمده است. هر چقدر تعداد آنتن کاهش پیدا می‌کند به دلیل کاهش محاسبات خطا نیز باید کاهش یابد. در [۱۴] با انواع مختلف LMS تخمین کانال صورت گرفته است و شرایط MIMO نیز وجود ندارد، در حالت LMS با طول گام 0.5 باشد و $SNR=20\text{dB}$ مقدار خطا تا نزدیک 10^{-4} می‌رسد و با $SNR=10\text{dB}$ مقدار خطا به 10^{-2} می‌رسد، در صورتی که در روش پیشنهادی با طول گام 0.1 و $SNR=20\text{dB}$ به خطای 10^{-2} خواهیم رسید که این افزایش خطا در روش پیشنهادی به دلیل وجود MIMO به صورت 4×4 می‌باشد. نکته بسیار مهمی که در اینجا وجود دارد، مرحله بعد از تخمین کانال، یعنی آشکارسازی می‌باشد، حال هرکدام از روش‌های پیشین که ذکر شد، تخمین کانال انجام شده را باید به بلوک آشکارساز ارسال کنند و اگر آشکارساز مانند [۳۲-۱۹] بر اساس تجزیه H به دو ماتریس Q و R عمل کند، تجزیه H بار محاسباتی بالا تحمیل می‌کند و به همین دلیل منابع ذکر شده برای کاهش پیچیدگی و محاسبات تلاش می‌کنند. ولی در روش پیشنهادی نیازی به این مرحله از محاسبات نیست و این موضوع کاهش پیچیدگی را در پی دارد.

۵- نتایج

برای تخمین کانال مخابراتی MIMO داده‌های آموزشی از طرف همه فرستنده‌ها ارسال می‌گردد و گیرنده‌ها بر اساس داده‌های دریافتی از کانال مخابراتی و دانستن داده‌های آموزشی و با استفاده از روش LMS می‌توانند ماتریس کانال را تخمین بزنند.

تجزیه Q و R در سریع بودن و ساده بودن تخمین مشخصه کانال H کمک می‌کند و از تخمین مستقیم کانال که دارای پیچیدگی می‌باشد جلوگیری می‌کند و برای سیستم‌هایی که در آشکارسازی از تجزیه QR

- [27] Luethi, Peter, et al, "Gram-Schmidt-based QR decomposition for MIMO detection: VLSI implementation and comparison," Circuits and Systems, APCCAS, IEEE Asia Pacific Conference, 2008.
- [28] Studer, Christoph, Andreas Burg and Helmut Bölcskei, "Soft-output sphere decoding: Algorithms and VLSI implementation," Selected Areas in Communications, IEEE Journal, vol. 26. no.2, pp. 290-300, 2008.
- [29] Lin, Kuang-Hao, et al, "Implementation of QR decomposition for MIMO-OFDM detection systems," Electronics, Circuits and Systems ICECS, 15th IEEE International Conference, pp. 57-60, 2008.
- [30] R. Prakash Kumar, I. Raghu and M. Vinod Kumar Reddy, "Iterative Qr Decomposition Channel Estimation For MIMO-OFDM Systems," International Journal of Research in Engineering and Technology(IJRET), vol. 2, no. 8, pp. 56-62, 2013.
- [31] Cascato, Davide and Helmut Bölcskei, "Algorithms for interpolation-based QR decomposition in MIMO-OFDM systems," Signal Processing, IEEE Transactions, vol. 59. no.4, pp. 1719-1733, 2011.
- [32] Kim, Jong-Kwang, Jae-Hyun Ro and Hyoung-Kyu Song, "Reduced Complexity of QRD-M Detection Scheme in MIMO-OFDM Systems," Advanced Science and Technology Letters, vol. 122, pp. 214-221, 2016.
- [33] KUHU, V, *Wireless communications over MIMO channels*, John Wile & Sons Ltd 2006.
- [34] Golub, Gene and Frank Uhlig, "The QR algorithm: 50 years later its genesis by John Francis and Vera Kublanovskaya and subsequent developments," IMA Journal of Numerical Analysis, vol. 29, pp. 467-485, 2009.
- [35] Farhang-Boroujeny, Behrouz, *Adaptive filters: theory and applications*, John Wiley & Sons, 1999.
- Identification in Fluctuating Noise Power," arXiv preprint arXiv:1605.02878, 2016.
- [17] G. X. Xing, "On the Nonexistence of Rate-One Generalized Complex Orthogonal Designs," IEEE Trans. Information. Theory, vol. 49, no. 11, pp. 2984-2988, 2003.
- [18] H.Wang, X.G.Xia, "Upper Bounds of Rates of Complex Orthogonal Space-Time Block Codes," IEEE Trans. Information. Theory, vol. 49, no. 11, pp. 2788-2796, 2003
- [19] B.Hassibi and B.M.Hochwald, "High-Rate Codes that are Linear in Space and Time," IEEE Trans. Information. Theory, vol. 48, no. 7, pp. 1804-1824, 2002
- [20] H. Jafarkhani, "A Quasi-Orthogonal Space-Time Block Code," IEEE Trans. Commun, vol. 49, no. 1, pp. 1-4, 2001.
- [21] O.Tirkkonen, A.Boariu and A.Hottinen, "Minimal Non-Orthogonality Rate 1 SpaceTime Block Code for 3-Tx Antennas," in Proc. IEEE 6th Int. Symp. on spread spectrum Tech. and Appl, New Jersey, USA, pp. 429-432, 2000.
- [22] Chong, Jin Hui, et al, "A low computational complexity V-BLAST/STBC detection mechanism in MIMO system," Human-centric Computing and Information Sciences, vol. 4, no.1, pp. 1-28, 2014.
- [23] Wang, Jhong-Yu, et al, "A $2 \times 2-8 \times 8$ sorted QR decomposition processor for MIMO detection," Solid State Circuits Conference (A-SSCC), IEEE Asian, 2010.
- [24] Cortez, Joaquín, et al, "A very low complexity near ML detector based on QRD-M algorithm for STBC-VBLAST architecture," 7th IEEE Latin-American Conference on Communications (LATINCOM), 2015.
- [25] Lin, Jing-Shiun, et al, "Low-complexity high-throughput QR decomposition design for MIMO systems.," IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems, vol. 23, no. 10, pp. 2342 - 2346, 2015.
- [26] Leung, Eleanor, *Design of Energy-Efficient Uniquely Factorable Constellations for MIMO and Relay Systems*, Ph.D. Thesis, University of Canada, Hamilton, 2016.

زیر نویس ها

7 Orthogonal Space Time Block Code
 8 Quasi Orthogonal Space Time Block Code
 9 Successive Interference Cancellation
 10 Mean Square Error
 11 Constrained

1 Multi Input - Multi Output
 2 Diversity
 3 Multiplexing
 4 Space Time Code
 5 Leas Mean Square
 6 Space Time Block Code