

# بررسی جامع بر روی تحقیق‌های صورت گرفته در زمینه دینامیک و ارتعاشات سیستم‌های چرخنده‌های سیاره‌ای

محمد کریمی خوزانی

دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

مهرداد پورسینا\*

دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

علی پورکمالی انارکی

دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

## چکیده

جعبه دنده‌های سیاره‌ای کاربرد وسیعی در سیستم‌های انتقال قدرت با نسبت گشتاور به وزن بالا، کاهش زیاد سرعت در فضای کم و همچنین دسترسی به ایجاد کاهش سرعت در چند مرحله را دارند. هدف اصلی این پژوهش، بررسی دینامیک و ارتعاشات سیستم‌های چرخنده‌های سیاره‌ای می‌باشد. این پژوهش، برای محققانی که تمایل دارند در زمینه دینامیک سیستم‌های چرخنده‌های سیاره‌ای کار کنند یک بررسی جامع از منابع مرتبط که در ژورنال‌های مختلف منتشر شده است فراهم می‌آورد. به همین منظور این مباحث در چند زیربخش مجزا به‌گونه‌ای بیان شده است که تمام مباحث مربوط به دینامیک و ارتعاشات سیستم‌های چرخنده‌های سیاره‌ای را پوشش دهند. در پایان، هم جمع‌بندی مباحث مطرح شده و پیشنهاد‌های ممکن برای ادامه تحقیق در این زمینه بیان می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: سیستم‌های چرخنده‌های سیاره‌ای، دینامیک، ارتعاشات، مدل‌های دینامیکی.

## A Complete Review of Planetary Gear Dynamics and Vibrations Researches

M. Karimi Khoozani

Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

M. Poursina

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University, Isfahan, Iran

A. Pourkamali Anaraki

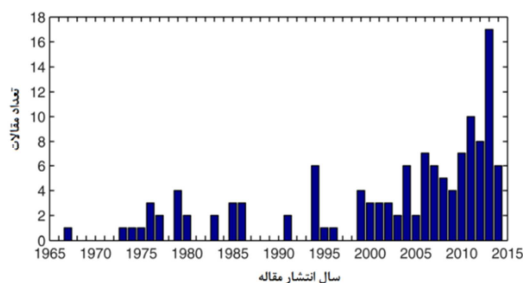
Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

## Abstract

Planetary gear boxes are widely used in power transmission systems with high torque to weight ratio, high speed reduction in low space and access to deceleration in several stages. The main objective of this research is an overview on the dynamics and vibrations of the planetary gear systems. This research provides a comprehensive study of relevant resources published in various journals for researchers who wish to work on the dynamics of planetary gear systems. For this reason, these topics have been expressed in several sub-sections that cover all the dynamics and vibrations of planetary gear systems. In the end, a summary of the issues discussed and suggestions for further research in this field are expressed.

**Keywords:** Planetary gear systems, Dynamic, Vibration, Dynamic models.

و ارتعاشات سیستم‌های چرخنده‌های سیاره‌ای بوده و برای محققانی که تمایل دارند در زمینه دینامیک سیستم‌های چرخنده‌های سیاره‌ای کار کنند یک بررسی کلی از منابع مرتبط که در ژورنال‌های مختلف منتشر شده است فراهم می‌آورد که در ادامه بیان می‌گردد.



شکل ۱- نمودار تاریخچه مقاله‌های منتشر شده در ۵۰ سال اخیر [۱]

## ۲- مدل‌های دینامیکی

در یک تحقیق که در سال ۱۹۸۸ توسط اوزگون و هوسر انجام شده بود، مدل‌های ریاضی مورد استفاده در دینامیک چرخنده‌ها مورد

## ۱- مقدمه

مطالعه بر روی دینامیک چرخنده‌های سیاره‌ای از سال ۱۹۷۰ آغاز گردید. بعد از آن تاریخ تحقیقات زیادی در زمینه دینامیک و ارتعاشات چرخنده‌های سیاره‌ای شامل خواص مودهای ارتعاشی و همچنین دینامیک غیرخطی انجام شد. شکل ۱ نموداری از تاریخچه مقاله‌های منتشر شده در زمینه دینامیک و ارتعاشات چرخنده‌های سیاره‌ای در ۵۰ سال اخیر را نشان می‌دهد.

با توجه به نمودار شکل ۱ مشاهده می‌شود که در دهه‌های ۱۹۷۰، ۱۹۸۰ و ۱۹۹۰ حداقل ۱۰ مقاله و کمتر از ۱۴ مقاله در زمینه دینامیک چرخنده‌های سیاره‌ای وجود دارد. این در حالی است که در دهه ۲۰۰۰ تعداد مقاله‌های منتشر شده در این زمینه نسبت به دهه ۱۹۹۰ سه برابر شده است. در ۴ سال اخیر نیز تعداد مقاله‌ها برابر با تعداد مقاله‌هایی است که در طول ۱۰ سال بین سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۹ به چاپ رسیده است.

هدف اصلی این تحقیق، ایجاد یک آشنایی کلی در مورد دینامیک

\* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: poursina@eng.ui.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۱/۲۴

تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۱/۱۸

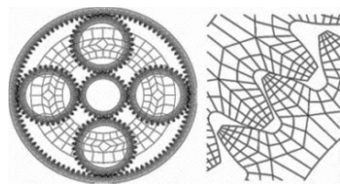
برای مدل جرم‌های گسسته بدون در نظر گرفتن میرایی، معادله حرکت در حالت کلی به شکل زیر می‌باشد [۹]:

$$M\ddot{q} + \Omega_c G \dot{q} + [K_b + K_m - \Omega_c^2 K_\Omega]q = T(t) + F(t) \quad (1)$$

در معادله بالا  $M$  ماتریس اینرسی،  $G$  ماتریس ژيروسکوپ،  $\Omega_c$  سرعت چرخش بازو،  $q$  بردار مختصات عمومی حرکت،  $T(t)$  و  $F(t)$  به ترتیب بیان کننده گشتاور خارجی اعمالی و تحریکی که به واسطه خطای انتقال ایجاد می‌شود،  $K_b$ ،  $K_m$  و  $K_\Omega$  به ترتیب ماتریس سفتی یاتاقان، ماتریس سفتی درگیری و ماتریس سفتی که به واسطه چرخش بازو ایجاد می‌شود، می‌باشند.

## ۲-۲- مدل المان محدود

این نوع مدل، فرضیه صلب بودن اعضا را دور انداخته و تمام اعضا را انعطاف‌پذیر در نظر می‌گیرد. این مدل‌ها اغلب پیچیده بوده و در حالت کلی دقت قابل قبولی را ارائه می‌دهند. با این حال، بزرگترین عیب مدل‌های المان محدود حجم بسیار زیاد محاسبات می‌باشد. شکل ۲ نشان دهنده مدل المان محدود است که توسط پارکر استفاده شده است [۱۵-۱۶]. محققان دیگری که در تحقیق‌های خود از روش المان محدود استفاده کرده‌اند شامل یوکسل و کهرمان [۱۷]، ولکس و ابوسلیمان [۱۸] می‌باشند.



شکل ۲- مدل المان محدود [۱۶]

## ۳- ارتعاشات آزاد

ارتعاشات آزاد شامل تعیین فرکانس‌ها و مدهای طبیعی سیستم می‌باشد. این مبحث هم می‌تواند نگرشی در مورد طبیعت مسأله مورد نظر برای ما فراهم کند و هم برای یافتن پاسخ ارتعاشات اجباری مسأله استفاده شود.

کهرمان با کمک گرفتن از ساختار متقارن سیاره‌ها به دور چرخنده خورشیدی توانست یک فرم بسته برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی یک سیستم سیاره‌ای با سه سیاره با استفاده از مدل پیچشی خالص ارائه دهد [۶]. او با مقایسه نتایج این تحقیق با نتایج مدل پیچشی- عرضی بیان کرد که روش پیچشی خالص دقت قابل قبولی برای مقادیر نسبتاً بزرگ فرکانس طبیعی خواهد داشت. لین و پارکر روش تحلیلی کهرمان در مرجع [۶] را با مدل پیچشی- عرضی توسعه دادند [۹]. به همین منظور سیستمی با سه، چهار و پنج سیاره با فاصله‌های مساوی را به ترتیب مورد بررسی قرار داده و نتایج آنها را با یکدیگر مقایسه کردند.

## ۴- ارتعاشات اجباری

در این قسمت مباحث مربوط به ارتعاشات اجباری شامل روش‌های حل و مشخصه‌های غیرخطی پاسخ بیان می‌شود.

بررسی قرار گرفت [۲]. ونگ نیز در سال ۲۰۰۳ مطالعات انجام شده بر روی مدل‌های دینامیکی غیرخطی چرخنده‌ها را مورد بازبینی قرار داد [۳]. با بررسی این مقاله‌ها مشاهده می‌شود که تعداد کمی از تحقیق‌ها در زمینه دینامیک چرخنده‌های سیاره‌ای در این دو مقاله وجود دارد. به عنوان مثال در مرجع [۲]، مقاله مرتبط با دینامیک چرخنده‌های سیاره‌ای وجود نداشته و در مرجع [۳] نیز فقط چهار مقاله وجود دارد. اما در طول سال‌های اخیر، مدل‌های مختلفی برای بررسی دینامیک سیستم‌های چرخنده‌های سیاره‌ای ارائه شده‌اند. این مدل‌های دینامیکی را می‌توان با توجه به هدف تحقیق در دسته‌بندی‌های مختلفی جای داد. به عنوان مثال از یک دیدگاه مدل‌های دینامیکی به دو دسته خطی و غیرخطی تقسیم می‌شوند و از دیدگاه دیگر می‌توان آنها را در دو دسته مدل جرم‌های گسسته و مدل المان محدود تقسیم‌بندی کرد [۴]. در این بخش، دیدگاه دوم مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## ۲-۱- مدل جرم‌های گسسته

در این گروه همه اعضای سیستم چرخنده سیاره‌ای ( شامل چرخنده خورشیدی، سیاره‌ای، رینگی و بازو) به صورت جرم گسسته مدل می‌شوند. جرم‌های گسسته از طریق فنرها (مستقل از زمان یا متغیر با زمان) که یاتاقان‌ها و درگیری چرخنده را مدل می‌کنند و دمپرها به یکدیگر متصل می‌شوند. این نوع مدل فقط انعطاف‌پذیری دندانه‌های چرخنده و یاتاقان‌ها را مدل می‌کند و انعطاف‌پذیری بدنه اعضا در سیستم نادیده گرفته می‌شود. این مدل‌ها بر اساس تعداد درجه آزادی می‌توانند به سه زیر گروه تقسیم بندی شوند:

### ۲-۱-۱- مدل پیچشی خالص

در این مدل، فقط حرکت چرخشی اعضا در نظر گرفته می‌شود به گونه‌ای که هر عضو فقط یک درجه آزادی دارد. محققانی که از این مدل استفاده کرده‌اند شامل هیداکا و همکاران [۵]، کهرمان [۶ و ۷] و سان [۸] می‌باشند.

### ۲-۱-۲- مدل پیچشی- عرضی

چنین مدل‌هایی علاوه بر در نظر گرفتن حرکت پیچشی اعضا به دور محور دوران، حرکت‌های عرضی در صفحه عمود بر محور دوران را نیز در نظر می‌گیرند. بنابراین هر عضو سه درجه آزادی دارد. محققانی که از این نمونه مدل استفاده کرده‌اند شامل لین و پارکر [۹]، اوگوست و کاسوبا [۱۰] و کهرمان [۱۱] می‌باشند.

### ۲-۱-۳- مدل سه بعدی

در این مدل اعضای سیستم در فضای سه بعدی در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین هر عضو شش درجه آزادی دارد: سه درجه دورانی و سه درجه انتقالی. از میان محققانی که از این نوع مدل استفاده کرده‌اند می‌توان به کهرمان [۱۲]، یانگ [۱۳] و ارینتل و پارکر [۱۴] اشاره کرد. به طور کلی مدل‌های پیچشی خالص و پیچشی- عرضی برای سیستم‌های با چرخنده‌های ساده کاربرد داشته و مدل سه‌بعدی برای مدل کردن سیستم‌های با چرخنده مارپیچ مناسب می‌باشد.

#### ۴-۱- روش‌های حل

در این بخش روش‌های حل معادلات دینامیکی سیستم‌های سیاره‌ای ارائه می‌گردد:

#### ۴-۱-۱- روش‌های انتگرال‌گیری عددی

روش انتگرال‌گیری عددی به‌خوبی برای دینامیک سیستم‌های چرخنده‌ای سیاره‌ای شناخته شده و بنابراین رایج‌ترین روش برای حل این سیستم‌ها می‌باشد. اوگوست و کاسوبا [۱۰] از روش رانج کوتای مرتبه ۴ برای تحلیل یک مدل پیچشی از سیستم چرخنده‌ای سیاره‌ای استفاده کردند. روش بتا- نیومارک [۵] هم از جمله روش‌های عددی بود که توسط محققان دیگر مورد استفاده قرار گرفت.

#### ۴-۱-۲- روش بالانس هارمونیک

روش بالانس هارمونیک به طور گسترده برای یافتن پاسخ حالت پایای سیستم‌های خطی و غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش بر این فرضیه استوار است که تحریک و پاسخ حالت پایا هر دو هارمونیک هستند. در این روش حل، تحریک و ضرایب متغیر با زمان بر اساس سری فوریه بسط داده می‌شوند. سپس با جایگذاری سری فوریه در معادله مشخصه سیستم، معادلات دیفرانسیل را می‌توان به یک سری معادلات جبری تبدیل کرد. دقت این روش عمدتاً به تعداد عبارات‌های هارمونیک است که در نظر گرفته می‌شود. اگر فقط یک عبارت هارمونیک در نظر گرفته شود، به آن روش بالانس هارمونیک تک- عبارتی گفته می‌شود و اگر بیش از یک عبارت در نظر گرفته شود به آن روش بالانس هارمونیک چند- عبارتی گفته می‌شود. در مبحث دینامیک چرخنده‌ها هر دو روش بالانس هارمونیک تک- عبارتی و چند- عبارتی استفاده می‌شود [۱۹-۲۰]. سان و هو روش بالانس هارمونیک تک- عبارتی را در یک سیستم چرخنده‌ای سیاره‌ای با در نظر گرفتن چندین پس‌زنی توسعه دادند [۲۱]. آنها در تحقیقشان اثرات غیرخطی ناشی از پس‌زنی دندانه‌های چرخنده را با تابعی که در تحقیق بلنکن شیب و کهرمان [۱۹] ارائه شده بود، توصیف کردند. دو عیب اصلی تحقیقشان که از روش بالانس هارمونیک تک- عبارتی نشأت می‌گیرد، عبارت است از [۳]:

- ۱- برخی از پدیده‌های غیرخطی مثل پاسخ‌های سوپر هارمونیک و ساب- هارمونیک که می‌توان به راحتی با استفاده از روش بالانس چند- هارمونیک به آن دست یافت، در این روش از بین می‌رود.
- ۲- دقت این روش نسبتاً محدود است.

#### ۴-۱-۳- روش جمع مودال

با حل مسأله مقدار ویژه مربوط به معادله مشخصه، فرکانس‌های طبیعی و مودهای متناظر با آن را می‌توان به‌دست آورد. سپس می‌توان با استفاده از روش مجموع مودال پاسخ سیستم را استخراج کرد. در حالت کلی، این روش فقط برای سیستم‌های مستقل از زمان قابل استفاده می‌باشد. کهرمان به‌طور مستقیم این روش را به یک سیستم چرخنده سیاره‌ای اعمال کرد. زیرا او در تحقیق خود تغییرات سختی

ناشی از تغییر در تعداد دندانه‌های درگیر را در نظر نگرفته بود [۱۲]. ونگ این روش را به یک سیستم متغیر با زمان تعمیم داد و الگوریتم جدیدی تحت عنوان الگوریتم فرم بسته تشکیل داد [۲۲].

#### ۴-۲- مشخصه‌های غیرخطی پاسخ

عامل اساسی در غیرخطی شدن دینامیک سیستم‌های چرخنده‌ای سیاره‌ای، پدیده پس‌زنی می‌باشد. به جز چندین تحقیق اولیه [۵ و ۱۲] که در آنها سیستم‌های سیاره‌ای به صورت خطی در نظر گرفته شده بودند، در بقیه مقاله‌ها، سیستم‌ها به صورت غیرخطی در نظر گرفته شده‌اند. مشابه با سیستم‌های چرخنده معمولی، پدیده‌های غیرخطی گوناگونی به صورت تئوری در پاسخ ارتعاشات اجباری سیستم‌های چرخنده‌ای سیاره‌ای مشاهده می‌شود. این پدیده‌ها شامل پدیده پرش، جدایش، پاسخ ساب- هارمونیک، آشفتنگی و غیره می‌باشند.

یوکسل و کهرمان پاسخ غیرخطی یک سیستم سیاره‌ای را با روش المان محدود مورد مطالعه قرار دادند [۱۷]. آنها با انجام این تحقیق به این نتیجه رسیدند که با تغییر تدریجی در فرکانس تحریک (فرکانس درگیری)، پدیده پرش را به وضوح می‌توان در پاسخ مشاهده کرد. سان و هو نیز در تحقیق خود همین کار را با روش جرم‌های گسسته انجام دادند [۲۱]. آنها در تحقیقشان از روش حل بالانس چند- هارمونیک استفاده کردند.

#### ۵- توزیع بار

یکی از مزایای سیستم‌های چرخنده‌ای سیاره‌ای این است که بار می‌تواند توسط چندین سیاره توزیع شود. در شرایط ایده‌آل، همه سیاره‌ها سهم یکسانی از توزیع بار خواهند داشت. اگر چه در شرایط واقعی خطاهای ناشی از ساخت، مونتاژ و سایش غیر قابل اجتناب هستند و این خطاها منجر به توزیع نابرابر بار در میان سیاره‌ها می‌شود. مدل‌های تحلیلی برای توزیع بار در میان سیاره‌ها در مراجع [۲۳-۲۶] توسعه پیدا کردند. کهرمان نیز در یک تحقیق مسأله توزیع بار را به صورت تئوری با مدل پیچشی- عرضی مورد بررسی قرار داد [۱۱].

بیشتر تحقیق‌ها در زمینه توزیع بار در چرخنده‌های سیاره‌ای در صنایع اتمی‌سازی صورت گرفته است. برای مثال می‌توان به مراجع [۲۳-۲۵، ۲۷، ۲۸-۳۰] اشاره کرد. توزیع بار در چرخنده‌های سیاره‌ای هلی کوپتر نیز در مرجع [۳۱] مورد بررسی قرار گرفته است.

#### ۶- موقعیت درگیری

بررسی منابع مختلف مرتبط با دینامیک چرخنده‌ها نشان می‌دهد، که خطای انتقال به‌عنوان یک عامل تحریک در درگیری یک جفت چرخنده پذیرفته شده است [۲]. در حالت کلی، خطای انتقال به صورت ریاضی در قالب یک تابع متناوب با فرکانسی برابر با فرکانس درگیری بیان می‌شود. به وجود آمدن چندین درگیری در سیستم‌های چرخنده‌ای سیاره‌ای حول چرخنده خورشیدی (درگیری چرخنده‌های خورشیدی- سیاره‌ای و درگیری چرخنده‌های سیاره‌ای- رینگ) این امکان منحصر به فرد را فراهم می‌کند که برخی از مؤلفه‌های تحریک با چیدمان مناسب چرخنده‌های خورشیدی،

سیاره‌ای و رینگی حذف شده و بنابراین ارتعاشات کاهش می‌یابد. این روش خاص تحت عنوان موقعیت درگیری نامیده می‌شود.

کهرمان تأثیر موقعیت درگیری را با یک مدل سه بعدی انجام داد [۱۲]. پارکر نیز در تحقیق خود با تحلیل بسط فوریه نیروی دینامیکی بین چرخنده‌های درگیر، به صورت ریاضی توانست شرایطی را برای حذف کردن اولین نیروی تحریک و اولین گشتاور تحریک برای یک سیستم چرخنده‌های سیاره‌ای با ۳ و ۴ سیاره به دست آورد [۳۲]. از جمله افراد دیگری که در این زمینه تحقیق‌هایی داشته‌اند می‌توان به کار پارکر و لین [۳۳] و همچنین ونگ [۲۲] اشاره کرد.

## ۷- اثرات سرعت بالا بر روی دینامیک چرخنده‌های سیاره‌ای

اگر معادله حرکت نسبت به دستگاه مختصاتی نوشته شود که به بازوی در حال دوران متصل باشد، معادلات مستقل از زمان در فرم استاندارد شامل اثرات ژيروسکوپی نیز خواهند بود. معادله مشخصه حرکت برای ارتعاشات داخل صفحه یک مجموعه چرخنده سیاره‌ای با در نظر گرفتن اثرات ژيروسکوپی توسط لین و پارکر استخراج گردید [۹]. ارینتل و پارکر هم در مدل سه بعدی چرخنده سیاره‌ای مارپیچ اثرات ژيروسکوپی را در نظر گرفتند، اما هنگام بررسی موده‌های ارتعاشی سازه از آن صرف نظر کردند [۳۴].

آنالیز مودال سیستم چرخنده‌های سیاره‌ای در سرعت‌های بالا توسط کولی و پارکر انجام شد [۳۵]. آنها در یک تحقیق دیگر نیز رفتار مقادیر ویژه سیستم‌های ژيروسکوپی غیرمعمول را که در مدل پارامترهای لامپ چرخنده‌های سیاره‌ای با سرعت بالا مشاهده می‌شود، مورد بررسی قرار دادند [۳۶].

## ۸- تحقیق‌های تجربی در زمینه دینامیک چرخنده‌های سیاره‌ای

تحقیق‌های تجربی دقیق در مورد دینامیک و ارتعاشات چرخنده‌های سیاره‌ای در منابع و مراجع بسیار اندک می‌باشد. اریکسون و پارکر در تحقیق‌های خود تست‌های تجربی را بر روی یک مجموعه چرخنده سیاره‌ای انجام دادند به گونه‌ای که روی هر عضو تعدادی شتاب‌سنج قرار داده شده بود [۳۷-۳۹]. این کار به آنها اجازه می‌داد تا جابه‌جایی انتقالی و پیچشی هر عضو را محاسبه کنند. سپس فرکانس‌های طبیعی و موده‌های متناظر با آن را از طریق آنالیز مودال به دست آورده و با نتایج مدل جرم‌های گسسته و مدل المان محدود مقایسه کردند [۳۷].

## ۹- تحقیق‌های انجام شده در زمینه دینامیک چرخنده‌های سیاره‌ای دو مارپیچ

منابع موجود در زمینه دینامیک چرخنده‌های سیاره‌ای دو مارپیچ محدود می‌باشد که در ادامه به معرفی آنها پرداخته می‌شود. مدل جرم‌های گسسته یک سیستم سیاره‌ای دو مارپیچ با بازوی ثابت توسط سوندکار و کهرمان استخراج شد [۴۰].

ونگ و همکاران در تحقیق خود به تحلیل ضرایب توزیع بار دینامیکی در یک مجموعه چرخنده سیاره‌ای دو مارپیچ پرداختند [۴۱]. ژاهاو شنگ و همکاران تحلیل مودال یک سیستم چرخنده‌های سیاره‌ای دو مارپیچ با بازوی ثابت را با استفاده از مدل جرم‌های گسسته مورد بررسی قرار دادند [۴۲].

## ۱۰- جمع‌بندی تحقیق‌های انجام شده در زمینه دینامیک چرخنده‌های سیاره‌ای

با بررسی منابع و مراجعی که در ۸ بخش اخیر این تحقیق در زمینه‌های مختلف دینامیک چرخنده‌های سیاره‌ای به آنها اشاره شد، می‌توان گفت که در سیستم‌های سیاره‌ای ساده و مارپیچی، تقریباً در تمام زمینه‌ها شامل مدل‌های تحلیلی، مدل‌های المان محدود و همچنین تست‌های تجربی فعالیت‌هایی صورت گرفته است. اما در مورد دینامیک چرخنده‌های سیاره‌ای دو مارپیچ منابع موجود بسیار محدود می‌باشد. در بین این مقاله‌ها نیز، جامع‌ترین مدل دینامیکی ارائه شده، پژوهش موجود در مرجع [۴۰] می‌باشد که البته در این مرجع نیز معادلات برای حالتی استخراج شده است که بازو در سیستم سیاره‌ای ثابت بوده و دورانی ندارد. به همین دلیل در این تحقیق اثرات ژيروسکوپی ناشی از دوران بازو که در سرعت‌های بالا اهمیت دارد، در نظر گرفته نشده است. بنابراین پیشنهادهای زیر جهت ادامه کار و توسعه مطالعات در زمینه دینامیک سیستم‌های سیاره‌ای دو مارپیچ توصیه می‌شود:

- ۱- استخراج معادلات دینامیکی در فضای سه‌بعدی و با در نظر گرفتن ۶ درجه آزادی برای هر عضو و در شرایطی که بازو نیز در سیستم سیاره‌ای دوران کند تا اثرات ژيروسکوپی ناشی از دوران بازو که در سرعت‌های بالا اهمیت دارد نیز در معادلات وارد شود.
- ۲- ارائه یک مدل المان محدود برای سیستم‌های سیاره‌ای دو مارپیچ.
- ۳- طراحی یک میز آزمایش جهت انجام تست‌های تجربی بر روی چرخنده‌های سیاره‌ای دو مارپیچ و صحت‌سنجی روابط تحلیلی و مدل المان محدود.
- ۴- انعطاف‌پذیر در نظر گرفتن چرخنده رینگی و استخراج معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم سیاره‌ای دو مارپیچ و بررسی میزان تأثیر این پارامتر بر روی پاسخ سیستم.

## ۱۱- مراجع

- [1] Cooley Christopher G., and Robert G. Parker. A review of planetary and epicyclic gear dynamics and vibrations research, Applied Mechanics Reviews, Vol. 66, No. 4, pp. 1-15, 2014.
- [2] Özgüven H. Nevzat, and Donald Russell Houser. Mathematical models used in gear dynamics—a review, Journal of sound and vibration Vol. 121, No. 3, pp. 383-411, 1988.
- [3] Wang Jianjun, Runfang Li and Xianghe Peng, Survey of nonlinear vibration of gear transmission systems, Applied Mechanics Reviews Vol. 56, No. 3, pp. 309-329, 2003.
- [4] Yang Jianming and Liming Dai, Survey of dynamics of planetary gear trains, International Journal of Materials and Structural Integrity Vol. 1, No. 4, pp. 302-322, 2008.

- [25] Singh Avinash, Epicyclic load sharing map—development and validation, *Mechanism and Machine Theory* Vol. 46, No. 5, pp. 632-646, 2011.
- [26] Montestruc Alfred N., A Numerical Approach to Calculation of Load Sharing in Planetary Gear Drives, *Journal of Mechanical Design* Vol. 132, No. 1, pp. 1-4, 2010.
- [27] Bodas Ajit and Ahmet Kahraman, Influence of carrier and gear manufacturing errors on the static load sharing behavior of planetary gear sets, *JSME International Journal Series C Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing* Vol. 47, No. 3, pp. 908-915, 2004.
- [28] Singh Avinash, Application of a system level model to study the planetary load sharing behavior, *Journal of Mechanical Design* Vol. 127, No. 3, pp. 469-476, 2005.
- [29] Singh Avinash, Influence of planetary needle bearings on the performance of single and double pinion planetary systems, *Journal of Mechanical Design* Vol. 129, No. 1, pp. 85-94, 2007.
- [30] Ligata H., Kahraman A., and Singh A., An experimental study of the influence of manufacturing errors on the planetary gear stresses and planet load sharing.", *Journal of Mechanical Design* Vol. 130, No. 4, pp. 1-9, 2008.
- [31] Cheon Gill-Jeong. and Robert G. Parker, Influence of manufacturing errors on the dynamic characteristics of planetary gear systems, *KSME international journal* Vol. 18, No. 4, pp. 606-621, 2004.
- [32] Parker R. G., A physical explanation for the effectiveness of planet phasing to suppress planetary gear vibration.", *Journal of Sound and Vibration* Vol. 236, No. 4, pp. 561-573, 2000.
- [33] Parker R. G., and J. Lin. Mesh phasing relationships in planetary and epicyclic gears, *ASME 2003 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. American Society of Mechanical Engineers, 2003.
- [34] Eritenel Tugan. and Parker R. G., Modal properties of three-dimensional helical planetary gears, *Journal of Sound and Vibration* Vol. 325, No. 1, pp. 397-420, 2009.
- [35] Cooley Christopher G. and Parker R. G., Vibration properties of high-speed planetary gears with gyroscopic effects, *Journal of Vibration and Acoustics* Vol. 134, No. 6, pp. 1-11, 2012.
- [36] Cooley Christopher G., and Parker R. G., Unusual gyroscopic system eigenvalue behavior in high-speed planetary gears, *Journal of Sound and Vibration* Vol. 332, No. 7, pp. 1820-1828, 2013.
- [37] Ericson Tristan M. and Parker R. G., Planetary gear modal vibration experiments and correlation against lumped-parameter and finite element models, *Journal of Sound and Vibration* Vol. 332, No. 9, pp. 2350-2375, 2013.
- [38] Ericson Tristan M. and Robert G. Parker., Natural frequency clusters in planetary gear vibration, *Journal of Vibration and Acoustics* Vol. 135, No. 6, pp. 1-13, 2013.
- [39] Ericson T. M., and Parker R. G.. "Experimental quantification of the effects of torque on the dynamic behavior and system parameters of planetary gears.", *Mechanism and Machine Theory* Vol. 74, pp. 370-389, 2013.
- [40] Sondkar, Prashant, and Kahraman A., A dynamic model of a double-helical planetary gear set.", *Mechanism and Machine Theory* Vol. 70, pp. 157-174, 2013.
- [41] Wang S., Zhang and C., Wang F., The analysis of dynamic load coefficients of double- helical planetary gear sets, *International Gear Conference, Lyon* , 2014.
- [42] Sheng Zhaohua, et al. Modal Analysis of Double-Helical Planetary Gears With Numerical and Analytical Approach, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* Vol. 137, No. 4, pp. 1-17, 2015.
- [5] Hidaka Teruaki, Yoshio Terauchi and Makoto Fujii. Analysis of dynamic tooth load on planetary gear, *Bulletin of JSME* Vol. 23, No. 176, pp. 315-323, 1980.
- [6] Kahraman, A. "Natural modes of planetary gear trains.", *Journal of sound and vibration* Vol. 173, No. 1, pp. 125-130, 1994.
- [7] Kahraman, Ahmet, Free torsional vibration characteristics of compound planetary gear sets, *Mechanism and Machine Theory* Vol. 36, No. 8, pp. 953-971, 2001.
- [8] Sun, Zh., Shen Y. and Li S., A study on torsional vibrations in an enclosed differential gear train, *Journal of Aerospace Power* Vol. 16, No. 2, pp. 163-166, 2001.
- [9] Lin Jian and Parker R. G., Analytical characterization of the unique properties of planetary gear free vibration, *Journal of vibration and acoustics* Vol. 121, No. 3, pp. 316-321, 1999.
- [10] August R. and Kasuba R., mTorsional vibrations and dynamic loads in a basic planetary gear system, *Journal of Vibration and Acoustics* Vol. 108, No. 3, pp. 348-353, 1986.
- [11] Kahraman, Ahmet, Load sharing characteristics of planetary transmissions, *Mechanism and Machine Theory* Vol. 29, No. 8, pp. 1151-1165, 1994.
- [12] Kahraman A., Planetary gear train dynamics", *Journal of Mechanical Design* Vol. 116, No. 3, pp. 713-720, 1994.
- [13] Yang, T., A study on dynamics of helical planetary gear train, PhD Dissertation, Tianjin University ,2004.
- [14] Eritenel, Tugan, and Robert G. Parker, Modal properties of three-dimensional helical planetary gears", *Journal of Sound and Vibration* Vol. 325, No. 1, pp. 397-420, 2009
- [15] Parker, Robert G., A physical explanation for the effectiveness of planet phasing to suppress planetary gear vibration", *Journal of Sound and Vibration* Vol. 236, No. 4, pp. 561-573, 2000.
- [16] Parker Robert G., Vinayak Agashe and Sandeep M., Vijayakar. Dynamic response of a planetary gear system using a finite element/contact mechanics model.", *Journal of Mechanical Design* Vol. 122, No. 3, pp. 304-310, 2000.
- [17] Yuksel C. and Kahraman A., Dynamic tooth loads of planetary gear sets having tooth profile wear, *Mechanism and Machine Theory* Vol. 39, No. 7, pp. 695-715, 2004.
- [18] Abousleiman Vincent and Philippe Vexel, A hybrid 3D finite element/lumped parameter model for quasi-static and dynamic analyses of planetary/epicyclic gear sets, *Mechanism and Machine Theory* Vol. 41, No. 6, pp. 725-748, 2006.
- [19] Blankenship, G. W. and Kahraman A., Steady state forced response of a mechanical oscillator with combined parametric excitation and clearance type non-linearity, *Journal of Sound and Vibration* Vol. 185, No. 5, pp. 743-765, 1995.
- [20] Al-Shyyab A., Non-linear dynamic analysis of a multi-mesh gear trains using multi-term harmonic balance method, PhD Dissertation, The University of Toledo, 2003.
- [21] Sun, Tao. and HaiYan Hu., Nonlinear dynamics of a planetary gear system with multiple clearances, *Mechanism and Machine Theory* Vol. 38, No. 12, pp. 1371-1390, 2003.
- [22] Wang S., Theoretical and experimental investigations on dynamics of spur planetary gear transmissions based on planet phasing theory, PhD Dissertation, Tianjin University, 2005.
- [23] Ligata H., Kahraman A., and Singh A., A closed-form planet load sharing formulation for planetary gear sets using a translational analogy, *Journal of Mechanical Design* Vol. 131, No. 2, pp. 1-7, 2009.
- [24] Singh Avinash, Load sharing behavior in epicyclic gears: Physical explanation and generalized formulation, *Mechanism and Machine Theory* Vol. 45, No. 3, pp. 511-530, 2010.