

## شبیه‌سازی عددی به منظور بررسی انتقال گرمای مزدوج و ضریب اصطکاک در جریان‌های ضربانی

امین کاردگر

دانشجوی دکتری، دانشکده مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

علی جعفریان دهکردی\*

دانشیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

## چکیده

انتقال گرمای مزدوج جریان ضربانی در سردساز لوله ضربانی با استفاده از روش‌های عددی شبیه‌سازی شده است. برای حل جریان در لوله از معادلات نویر-استوکس و برای حل میدان دما از معادلات انرژی سیال و جامد به صورت کوپل استفاده شده است. در مقاله حاضر تاثیر ضخامت دیواره جامد، نسبت رسانایی گرمایی جامد به سیال، عدد وومرزلی، دامنه نوسان بی‌بعد، رینولدز و پرانتل در انتقال گرما مزدوج در جریان‌های ضربانی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد با افزایش نسبت ضخامت دیواره به شعاع از  $\delta/R_i=0.13$  تا  $\delta/R_i=1.0$  مقدار عدد ناسلت ۱۴٪ افزایش می‌یابد. برای دامنه نوسان‌های بی‌بعد کمتر از یک، ناسلت جریان نوسانی کمتر از جریان پایای یک‌طرفه است ولی برای دامنه نوسان‌های بی‌بعد بزرگتر از یک مقدار ناسلت جریان ضربانی از جریان پایای یک‌طرفه بیشتر بوده و با افزایش دامنه نوسان افزایش می‌یابد. نسبت ضریب اصطکاک در جریان‌های ضربانی به جریان پایای یک‌طرفه بیشتر از یک بوده و مقدار این نسبت در دامنه نوسان‌های بی‌بعد بزرگتر از یک به شدت افزایش می‌یابد. افزایش وومرزلی برای دامنه نوسان بی‌بعد کمتر از یک سبب کاهش ناسلت می‌شود در حالی که برای دامنه نوسان‌های بی‌بعد بزرگتر از یک، مقدار بهینه‌ای وجود دارد که برای دامنه نوسان ۰.۱/۴، ۰.۲/۴ و ۰.۳ مقدار بهینه آن تقریباً ۲۰ است.

واژه‌های کلیدی: جریان ضربانی، انتقال گرمای مزدوج، ضریب اصطکاک، نسبت رسانایی گرمایی جامد به سیال، عدد وومرزلی.

## Numerical Investigation of Friction Coefficient and Conjugate Heat Transfer in Pulsating Flows

A. Kardgar

Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

A. Jafarian

Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

## Abstract

Conjugate heat transfer in a pulse tube is simulated numerically. Navier-Stokes equations are used for flow simulation and coupled fluid and solid energy equations are used for solving temperature domain in the tube. In the present paper, wall thickness, solid to fluid conductivity ratio, Womersley number, pulsating amplitude, Reynolds and Prandtl numbers have been considered to conduct a parametric study. By increasing wall thickness ratio from  $\delta/R_i=0.13$  to  $\delta/R_i=1.0$ , Nusselt number increases almost 14%. Results showed that pulsating flow Nusselt number is less than that of steady unidirectional flow for non-dimensional pulsating amplitude of less than one; however, it is higher than steady unidirectional Nusselt number for non-dimensional pulsating amplitude of more than one. The ratio of friction coefficient of pulsating to steady unidirectional flow is higher than one and it rises rapidly with increasing the pulsating amplitude. Nusselt number is reduced by increasing Womersley number for pulsating non-dimensional amplitude of less than one; however there is an optimum for pulsating amplitude of more than one which is 20 for pulsating amplitudes of 1.4, 2.4 and 3.

**Keywords:** Pulsating flows, Conjugate heat transfer, Friction coefficient, Heat conduction ratio, Womersley number.

به دلیل کاربردهای زیادی که این جریان‌ها دارند، مطالعات تجربی و عددی برای بررسی رفتار جریان و انتقال گرما در این نوع جریان‌ها از اهمیت زیادی برخوردار است. مطالعات تجربی در جریان‌های نوسانی نشان می‌دهد که نوسان می‌تواند منجر به کاهش یا افزایش عدد ناسلت شود. لی و همکارانش در سال ۲۰۱۳ با بررسی جریان‌های نوسانی در یک سیلندر که تحت شار گرمایی ثابت قرار گرفته بود، نشان دادند که برای فرکانس‌های کمتر از فرکانس بحرانی ( $f_{cr}=14-18$ ) افزایش رینولدز منجر به کاهش مقدار عدد ناسلت می‌شود در حالی که برای فرکانس‌های بیشتر از آن افزایش رینولدز منجر به افزایش مقدار عدد ناسلت می‌شود [۲]. حبیب و همکارانش نشان دادند که با افزایش فرکانس مقدار ناسلت افزایش می‌یابد در حالی که افزایش رینولدز تاثیر کمی بر ناسلت دارد. آنها بیان کردند که در فرکانس ۱/۴ Hz و رینولدز ۱۳۶۶ مقدار عدد ناسلت ۳۰٪ افزایش می‌یابد [۳].

## ۱- مقدمه

جریان‌های نوسانی در بسیاری از پدیده‌های طبیعی و صنعتی مشاهده می‌شود. برخی از این پدیده‌ها در طبیعت یافت می‌شوند، مانند جریان خون در رگ و برخی از پدیده‌های صنعتی هستند مانند موتور احتراق داخلی، موتورهای استرلینگ، موتورهای پالس جت، سردسازهای لوله ضربانی و گیفورد-مک‌ماهان<sup>۱</sup>. جریان‌های نوسانی را می‌توان به طور کلی به دو دسته تقسیم نمود. جریان‌های رفت و برگشتی<sup>۲</sup> که در آن جریان متوسط در یک دوره زمانی برابر صفر است و جریان‌های ضربانی<sup>۳</sup> که جریان متوسط در یک دوره زمانی در آن صفر نیست [۱].

<sup>1</sup> Gifford-McMahan

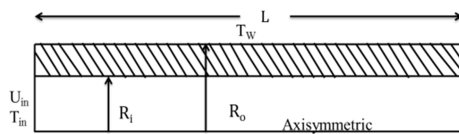
<sup>2</sup> Reciprocating flow

<sup>3</sup> Pulsating flow

همانطوری که از مرور ادبیات انتقال گرما جریان‌های نوسانی مشاهده می‌شود، مطالعه‌ی کمی در زمینه انتقال گرمای مزدوج در جریان‌های ضربانی صورت گرفته است و مطالعات محدود صورت گرفته تمام پارامترهای موثر را بررسی نکرده است. در پژوهش حاضر سعی شده است با استفاده از روش‌های عددی انتقال گرمای جریان‌های ضربانی مدل-ساز شده و اثر پارامترهای مهم مانند نسبت ضخامت به شعاع لوله، رینولدز، عدد وومرزی، دامنه نوسان و نسبت رسانایی گرمایی جامد به سیال بر روی میدان دما و عدد ناسلت بررسی شود. با توجه به اینکه نرم-افزارهای تجاری Fluent در حل مسائل انتقال گرمای مزدوج ناپایا از دقت کافی برخوردار نیست، برای حل معادلات جریان و گرما کدی به زبان فرترن نوشته شده است.

## ۲- معادلات جریان و انرژی برای سیال و جامد

مدل فیزیکی مسئله یک لوله به قطر داخلی  $D_i$  و ضخامت  $\delta$   $R_o-R_i$  است که به صورت متقارن محوری در نظر گرفته می‌شود. برای حل جریان سیال و انتقال گرما در لوله از معادلات نویر-استوکس و معادله انرژی جامد و سیال به صورت کوپل استفاده شده است. مدل فیزیکی مسئله در شکل ۱ مشاهده می‌شود. سیال با سرعت تناوبی  $U_{in}$  و دمای  $T_{in}$  وارد می‌شود. دیواره جامد نیز به صورت دما ثابت در نظر فرض شده و همچنین جریان به صورت لایه‌ای و گاز به صورت ایده‌آل در نظر گرفته می‌شود. معادلات نویر-استوکس و انرژی سیال و جامد به صورت زیر است.



شکل ۱- مدل به صورت یک لوله با ضخامت  $\delta=R_o-R_i$

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_f u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho_f v)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho_f u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_f u u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho_f u v)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (2\text{-الف})$$

شرایط مرزی مرزی به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} r = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T_f}{\partial r} = 0, \\ r = R_i, \quad 0 \leq x \leq L, \quad u = 0, \quad v = 0, \\ T_f = T_w, \\ -k_f \frac{\partial T_f}{\partial r} = -k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} \\ r = R_o, \quad 0 \leq x \leq L, \quad T = T_w \\ x = 0, \quad 0 \leq r \leq R_i, \quad u = U(1 + A_u \sin(2\pi f t)), \\ T = T_{in} \\ x = L, \quad 0 \leq r \leq R_i, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ x = 0, \quad R_i \leq r \leq R_o, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ x = L, \quad R_i \leq r \leq R_o, \quad \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

برای تحلیل جریان نوسانی می‌توان از روش‌های عددی نیز استفاده نمود. کاتوپادای و همکارانش جریان نوسانی در لوله را با دیواره دما ثابت برای دامنه نوسان کمتر از یک شبه‌سازی کردند. آنها دریافتند که نوسان جریان تأثیری بر عدد ناسلت متوسط در ناحیه در حال توسعه ندارد و فقط منجر به تغییر زمانی آن می‌شود [۴]. چنگ و همکارانش نیز با حل تحلیلی جریان نوسانی در لوله با شار گرمایی ثابت در دیواره، نشان دادند که در جریان‌های نوسانی مقدار عدد ناسلت تغییر نمی‌کند و ناسلت به صورت تناوبی حول مقدار آن در جریان پایا نوسان می‌کند [۱]. یوان و همکارانش تأثیر دیواره جامد در انتقال نوسانی در لوله را مطالعه کردند. آنها نشان دادند که در جریان‌های نوسانی با در نظر گرفتن دیواره جامد، مقدار عدد ناسلت تا ۱۰٪ نسبت به حالت پایا کاهش می‌یابد [۵]. در حالی که آنها مطالعه کاملی در این زمینه انجام ندادند و برای یک نسبت ضخامت و نسبت رسانایی گرمایی جامد به سیال مسئله را بررسی نمودند. همچنین برای حل تحلیلی از بسیاری پارامترها برای ساده‌سازی صرف نظر نمودند. همیدا و همکارانش جریان نوسانی در داخل لوله را با استفاده از روش FEM بررسی نمودند. آنها بیان کردند که در صورت عدم وجود پدیده‌های غیرخطی مانند آشفتگی یا جابجایی طبیعی، نوسان تأثیر کمتر از ۱٪ بر روی عدد ناسلت دارد. در صورتی که نتایج آزمایشگاهی غیر این را نشان می‌دهد [۶]. در لوله‌های که ضخامت دیواره نسبت به قطر داخلی قابل ملاحظه باشد، نمی‌توان از اثر آن صرف نظر نمود. با وجود اهمیت دیواره جامد در انتقال گرما جریان ضربانی، مطالعه‌ی کمی در این زمینه صورت گرفته است. در پژوهش حاضر اثر انتقال گرما در دیواره جامد نیز در نظر گرفته شده است.

آتیس و همکارانش مشاهده کردند که با شرایط مرزی شار گرمایی ثابت در مرز بیرونی لوله، سه پارامتر نسبت ضخامت دیواره جامد به شعاع لوله، نسبت رسانایی گرمایی جامد به سیال و عدد پکلت به شدت بر روی انتقال گرما و عدد ناسلت در ناحیه توسعه یافته اثرگذار است [۷].

تأثیر عدد پرانتل و نسبت رسانایی گرمایی جامد به سیال بر روی توزیع دما در سیال و دیواره جامد در جریان پایا با شرایط مرزی شار گرمایی یکنواخت و غیریکنواخت توسط الزهرا [۸] و یاپیسی و البیراک [۹] مورد بررسی قرار گرفته است. بارلت و همکارانش انتقال گرمای مزدوج بین دو سطح موازی را با توزیع دما سینوسی در سطح بیرونی تحلیل کردند. آنها به نتیجه رسیدند که دامنه نوسان میدان دما با افزایش فرکانس کاهش می‌یابد [۱۰].

للی تأثیر انتقال گرمای مزدوج در میکروکانال‌هایی که تنها بخشی از آن تحت شار گرمایی بود، بررسی نمود. او برای این کار از لوله با سه جنس استیل ضد زنگ، سیسیلیکون و مس استفاده نمود. او مشاهده کرد که در رینولدزها متفاوت و ضخامت مختلف دیواره، انتقال گرما در دیواره جامد تأثیری بسیار ناچیزی بر روی مشخصه‌های گرمایی استیل ضد زنگ دارد [۱۱]. هر چند مطالعه آنها فقط در نسبت رسانایی گرمایی جامد به سیال با مقادیر بالا صورت گرفته است. آزادی و همکارانش با استفاده از روش تحلیلی انتقال گرما در داخل لوله ضربانی بررسی کردند. آنها برای این کار از روش تقریب مرتبه دو<sup>۱</sup> استفاده نمودند [۱۲].

<sup>۱</sup> Second Order Successive Approximation

سیال و جامد به صورت همزمان حل می‌شود و پیوستگی دما و شار حرارتی در مرز جامد به صورت ضمنی ارضا می‌شود. اما در روش دوم با کوپلینگ پیوستگی دما و شار حرارتی، معادله انرژی برای سیال و جامد به صورت جدا حل می‌شود. روش اول روش مزدوج<sup>۲</sup> و روش دوم روش کوپل<sup>۳</sup> اطلاق می‌شود. در روش کوپل زمانی میدان دمای سیال حل شد، مقدار دما در سطح مشترک به عنوان شرایط مرزی برای معادله انرژی جامد در نظر گرفته می‌شود و زمانی که معادله انرژی جامد حل شد، شار حرارتی در سطح مشترک به عنوان شرایط مرزی برای معادله انرژی سیال در نظر گرفته می‌شود. به این روش اصطلاحاً TFFB<sup>۴</sup> می‌گویند. البته این روش را می‌توان بر عکس نیز انجام داد که به آن FFTB<sup>۵</sup> می‌گویند. پایداری روش‌های کوپل به عدد بیو<sup>۶</sup> بستگی دارد. البته تکنیک‌های دیگری نیز در استفاده از روش کوپل وجود دارد که در آن می‌توان از دما و ضریب انتقال حرارت برای ارضا شرایط مرزی در فصل مشترک سیال و جامد استفاده نمود. به دلیل مشکلات پایداری روش کوپل، از روش مزدوج برای حل میدان دما در سیال و جامد استفاده می‌شود [۱۳]. توه و همکارانش از این روش برای حل انتقال حرارت در میکروکانال‌ها بهره بردند [۱۴].

### ۳- بحث و بررسی نتایج

#### ۳-۱- اعتبارسنجی نتایج

برای بررسی استقلال حل از شبکه، سه شبکه با تعداد سلول‌های ۲۰×۱۵۰، ۳۰×۲۵۰ و ۴۰×۳۵۰ در نظر گرفته شده است. همانطوری که در شکل ۳ نمودار سرعت بر حسب زمان در یک دوره زمانی مشاهده می‌شود. با در نظر گرفتن ۳۰ مش در راستای شعاع و ۲۵۰ مش در راستای طول حل از شبکه مستقل شده است. البته به دلیل گردایی بیشتر در نزدیکی دیواره و ابتدای لوله، در این نواحی از شبکه‌های ریزتری استفاده شده است. مقدار نسبت ریز شدن در جهت شعاع ۰/۹۶ و در جهت طول ۱/۰۰۶ است. نتایج کار حاضر با نتایج ژائو و چنگ [۱۵] و نتایج ژانگ و همکارانش [۱۶] برای اعتبارسنجی مقایسه شده است. در شکل ۴ نمودار سرعت جریان نوسانی در  $Re_0=64$ ،  $A_0=15$  و  $L/D=40$  با نتایج ژائو و چنگ مقایسه شده است. همانطوری که مشاهده می‌شود بین نتایج کد حاضر با نتایج ژائو و چنگ تطابق خوبی وجود دارد. برای اعتبارسنجی انتقال گرمای مزدوج، نتایج کد حاضر با نتایج ژانگ و همکارانش در  $Re=50$ ،  $Pr=1$ ،  $k_{eff}=1.0$  و  $\delta/R_i=0.84$  مقایسه شده است. همانطوری که در شکل ۵ نیز مشاهده می‌شود، تطابق خوبی بین نتایج کار حاضر و نتایج ژانگ و همکارانش وجود دارد. پس از اعتبارسنجی نتایج کد تهیه شده، جریان ضربانی و انتقال گرما مزدوج در انتهای سرد و گرم لوله ضربانی بررسی خواهد شد.

در معادله سرعت ورودی سیال،  $A_{ui}$  دامنه نوسان بی‌بعد سرعت است. برای بی‌بعد کردن معادلات نویر استوکس و انرژی، پارامترهای بی‌بعد به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned}
 x^* &= \frac{x}{R}, & r^* &= \frac{r}{R}, & t^* &= \frac{\omega t}{2\pi}, & u^* &= \frac{u}{U}, \\
 v^* &= \frac{v}{U}, & p^* &= \frac{p}{\rho U^2}, \\
 T &= \frac{T - T_w}{T_{in} - T_w}
 \end{aligned} \quad (7)$$

با استفاده از این پارامترهای بی‌بعد، معادلات نویر-استوکس، انرژی و شرایط مرزی به صورت زیر بی‌بعد می‌شود.

$$\frac{Wo^2 \partial \rho_f}{\pi Re \partial t^*} + \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* v^*)}{\partial r^*} = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{Wo^2 \partial u^*}{\pi Re \partial t^*} + \frac{\partial(u^* v^*)}{\partial x^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* u^* v^*)}{\partial r^*} \\
 = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{2}{Re} \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right) \\
 + \frac{2}{Re} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right)
 \end{aligned} \quad (9-الف)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{Wo^2 \partial v^*}{\pi Re \partial t^*} + \frac{\partial(u^* v^*)}{\partial x^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* v^* v^*)}{\partial r^*} \\
 = -\frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \frac{2}{Re} \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) \\
 + \frac{2}{Re} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} \right) - \frac{2}{Re} \frac{2v^*}{r^{*2}}
 \end{aligned} \quad (9-ب)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{Wo^2 \partial(T_f^*)}{\pi Re \partial t^*} + \frac{\partial(u^* T_f^*)}{\partial x^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* v^* T_f^*) \\
 = \frac{2}{Re Pr} \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial T_f^*}{\partial x^*} \right)
 \end{aligned} \quad (10)$$

که در معادلات بالا  $Wo = R\sqrt{\omega/\nu}$  عدد وومرزی و  $Re = UD/\nu$  عدد رینولدز است. برای گسسته‌سازی معادلات روش حجم محدود به کار رفته است که از تک تک ترم‌ها بر حسب حجم انتگرال گرفته می‌شود و برای حل کوپلینگ سرعت و فشار نیز از الگوریتم سیمپل استفاده شده است. همچنین شبکه‌های هم‌مکان برای حل عددی به کار گرفته شده است.

از حلگر SIP<sup>۱</sup> استون برای حل دستگاه معادلات خطی استفاده می‌شود. همچنین عدد ناسلت و رینولدز به صورت زیر تعریف شده و به کد نوشته شده، اضافه شده است.

$$\begin{aligned}
 T_{fb} &= \frac{\int_0^{R_i} u T_f r dr}{\int_0^{R_i} u r dr}, & T &= \frac{T_f - T_w}{T_{in} - T_w}, \\
 Nu_{x,t} &= \frac{2}{T_w - T_{fb}} \left( \frac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r=R_i}, \\
 Re &= \frac{UD_i}{\nu}
 \end{aligned} \quad (11)$$

که در آن  $T_f$  دمای سیال،  $T_w$  دمای دیوار خارجی،  $T_{in}$  دمای ورودی،  $D_i$  شعاع داخلی،  $\nu$  لزجت سینماتیکی  $T_{fb}$  دمای بالک و  $U$  سرعت سیال است. با توجه به تغییر عدد ناسلت در طول دیواره و بر حسب زمان مقدار متوسط ناسلت را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود.

$$\begin{aligned}
 \overline{Nu}_x &= \frac{\int_0^T Nu_{x,t} dt}{\int_0^T dt}, & \overline{Nu}_t &= \frac{\int_0^L Nu_{x,t} dx}{\int_0^L dx}, \\
 \overline{Nu} &= \frac{\int_0^T \int_0^L Nu_{x,t} dx dt}{\int_0^T \int_0^L dx dt}
 \end{aligned} \quad (12)$$

برای ارضا شرایط مرزی انرژی در سطح مشترک جامد و سیال از دو روش کلی می‌توان استفاده می‌شود. در یکی از روش‌ها معادله انرژی برای

<sup>2</sup> Conjugate

<sup>3</sup> Coupled

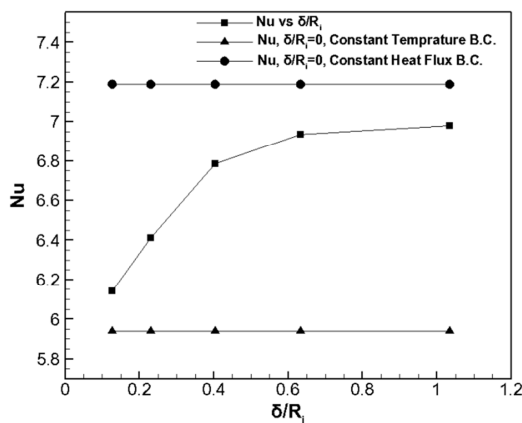
<sup>4</sup> Temperature Forward Flux Back

<sup>5</sup> Flux Forward Temperature Back

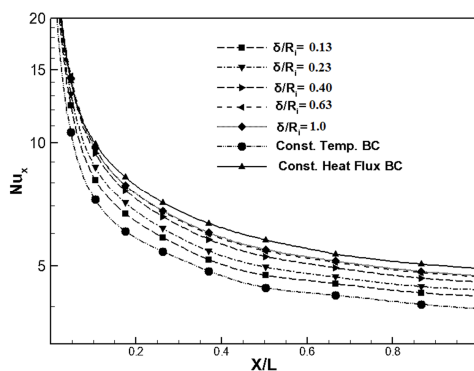
<sup>6</sup> Biot

<sup>1</sup> Strongly Implicit Procedure

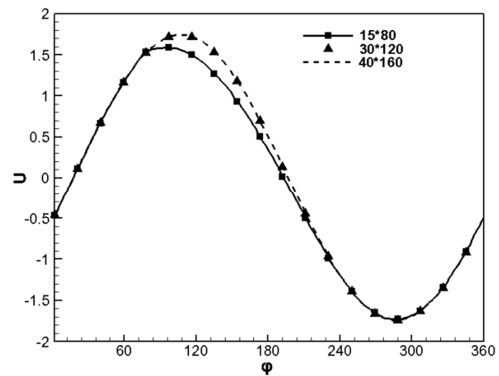
مقدار ناسلت با افزایش نسبت ضخامت تغییر نمی‌کند. در شکل ۶ مقدار ناسلت در دو حالت شرایط مرزی شار گرمایی ثابت (خط صاف بالایی) و دمای ثابت (خط صاف پایینی) با نسبت ضخامت لوله صفر نیز نشان داده شده است. مقدار ناسلت با افزایش نسبت ضخامت به سمت شرایط مرزی با شار گرمایی ثابت میل می‌کند. برای بررسی این پدیده تغییرات ناسلت در طول لوله نیز در شکل ۷ در فاز زمانی صفر نشان داده شده است. همانطوری که مشاهده می‌شود، مقدار ناسلت در طول لوله نیز با افزایش ضخامت افزایش می‌یابد. علت این امر تغییر شرایط مرزی از حالت دما ثابت به حالت شار ثابت با افزایش ضخامت لوله در سطح مشترک جامد و سیال است. در واقع در حالتی که ضخامت صفر است، شرایط دما ثابت بوده و با افزایش ضخامت به دلیل افزایش مقاومت گرمایی شعاعی در دیواره جامد، شرط دما ثابت در دیواره خارجی کمتر بر روی نوع انتقال گرما در مرز مشترک بین سیال و جامد اثر گذاشته و نوع شرط مرزی به سمت شار ثابت تغییر می‌کند که این امر سبب افزایش عدد ناسلت می‌شود. در شکل ۷ نیز مقدار ناسلت با دو شرط مرزی شار گرمایی ثابت و دما ثابت با ضخامت صفر در طول دیواره در فاز زمانی صفر نشان داده شده است. با افزایش ضخامت دیواره مشاهده می‌شود که ناسلت از شرط مرزی دما ثابت به سمت شرط مرزی شار ثابت حرکت می‌کند.



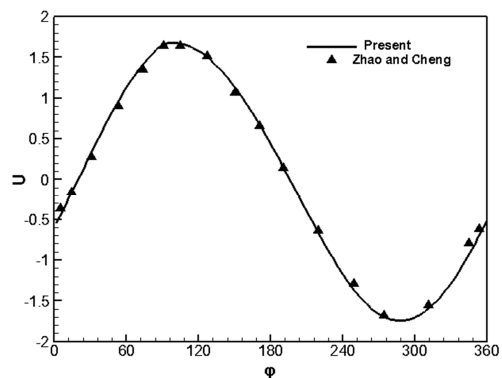
شکل ۶- عدد ناسلت جریان ضربانی بر حسب نسبت ضخامت در  $Pr=1.5$  و  $Re=195$ ,  $Wo=7.73$ ,  $A_{II}=0.2$ ,  $k_{sf}=1$



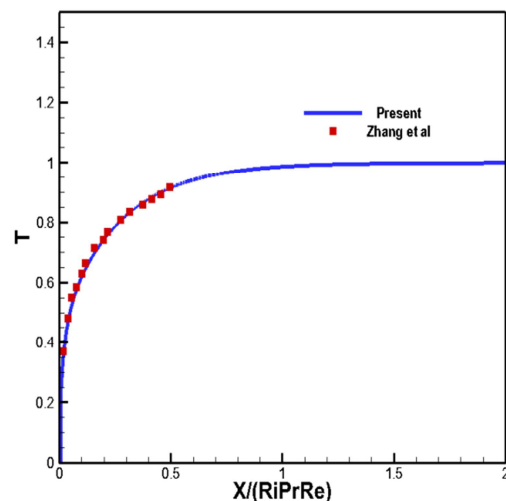
شکل ۷- نمودار تغییرات ناسلت در طول لوله در  $Pr=1.5$  و  $Re=195$ ,  $Wo=7.73$ ,  $A_{II}=0.2$ ,  $k_{sf}=1$  در فاز  $\phi=0$



شکل ۳- تغییرات سرعت بر حسب زمان در  $r=0$  در ناحیه توسعه یافته برای بررسی استقلال حل از شبکه



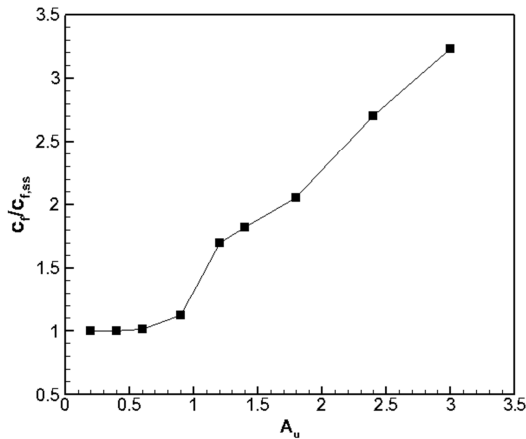
شکل ۴- نتایج زاؤ و چنگ و نتایج کار حاضر برای تغییرات سرعت بر حسب زمان در  $X/D=6.2$  برای  $A_0=15$ ,  $Re_w=64$  و  $L/D=40$



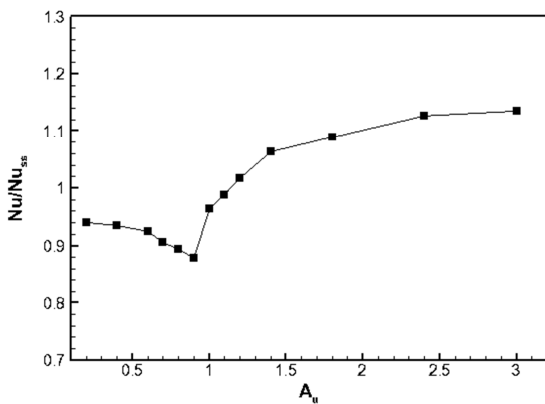
شکل ۵- نتایج کار حاضر و ژانگ و همکارانش برای دمای سطح داخلی لوله در  $Pr=1$ ,  $Re=50$ ,  $k_{sf}=1.0$  و  $\delta/R_i=0.84$

### ۳-۲- تأثیر ضخامت دیواره بر روی ناسلت

در شکل ۶ تغییرات عدد ناسلت بر حسب نسبت ضخامت به شعاع درونی دیواره در  $Pr=1.5$  و  $Re=195$ ,  $Wo=7.73$ ,  $A_{II}=0.2$ ,  $k_{sf}=1$  مشاهده می‌شود. همانطوری که مشاهده می‌شود، با افزایش ضخامت دیواره مقدار ناسلت نیز افزایش می‌یابد. با افزایش  $\delta/R_i=0.13$  تا  $\delta/R_i=1.0$  مقدار عدد ناسلت ۱۴٪ افزایش یافته است. البته شیب افزایش ناسلت در ابتدا زیاد است و در نهایت این شیب کم شده و تقریباً



شکل ۱۰- نسبت ضریب اصطکاک متوسط جریان ضربانی به جریان پایا بر حسب دامنه ضربان در  $Re=195$  و  $Wo=7.73$

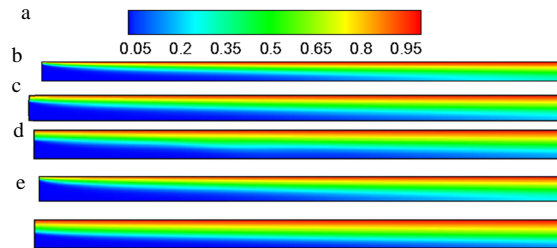


شکل ۱۱- نسبت عدد ناسلت متوسط جریان ضربانی به جریان پایا بر حسب دامنه ضربان در  $Re=195$ ,  $\delta/R_i=0.23$ ,  $Wo=7.73$ ,  $k_{sf}=1$  و  $Pr=1.5$

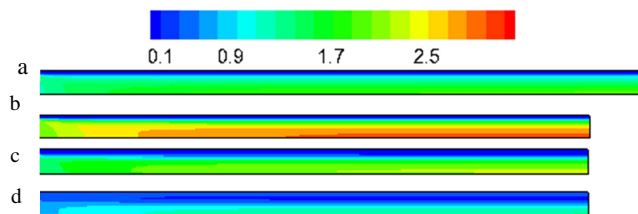
### ۳-۴- تاثیر عدد وومرزی بر روی ضریب اصطکاک و ناسلت

برای بررسی تاثیر فرکانس در جریان‌های ضربانی از عدد وومرزی که به صورت  $Wo = D(\omega/\nu)^{1/2}$  تعریف می‌شود، استفاده می‌شود. با بی‌بعد کردن معادلات نویر-استوکس عدد وومرزی در پشت جمله ناپایا مشاهده می‌شود. عدد وومرزی نسبت نیروی اینرسی ناپایا به نیروی برشی را نشان می‌دهد. بازه تغییرات عدد وومرزی برای جریان‌های ضربانی در سیستم‌های لوله ضربانی بین ۵ تا ۳۰ است. در شکل ۱۲ تغییرات نسبت ضریب اصطکاک در جریان‌های ضربانی به جریان پایا یک طرفه در دامنه نوسان‌های بی‌بعد مختلف مشاهده می‌شود. با افزایش عدد وومرزی یا فرکانس جریان، نسبت ضریب اصطکاک نیز افزایش می‌یابد. البته در ابتدا شیب این افزایش زیاد است، ولی شیب آن در ادامه کاهش می‌یابد. در شکل ۱۳ نیز نمودار تغییرات ناسلت بر حسب عدد وومرزی برای دامنه نوسان‌های بی‌بعد مختلف نشان داده شده است. برای دامنه‌های کمتر از یک با افزایش وومرزی مقدار ناسلت کاهش می‌یابد، در حالی که برای دامنه نوسان‌های بیشتر از یک مقدار ناسلت ابتدا افزایش پیدا کرده و در ادامه کاهش می‌یابد. برای دامنه نوسان‌های بزرگتر از یک، مقدار بهینه‌ای برای مقدار ناسلت وجود دارد. مقدار بهینه وومرزی برای سه دامنه نوسان  $1/4$ ،  $1/2$  و  $3/4$  در حدود ۲۰ است.

در شکل ۸ کانتور دما به صورت بی‌بعد در نسبت ضخامت‌های مختلف نشان داده شده است. جریان با دمای پایین وارد شده و به دلیل انتقال گرما با دیواره گرم شده و از لوله خارج می‌شود. در شکل ۹ نیز کانتور مولفه افقی سرعت در فازهای مختلف مشاهده می‌شود. در فاز صفر تا فاز ۹۰ درجه مقدار سرعت افزایش می‌یابد و از فاز ۹۰ درجه تا فاز ۲۷۰ درجه سرعت کاهش می‌یابد.



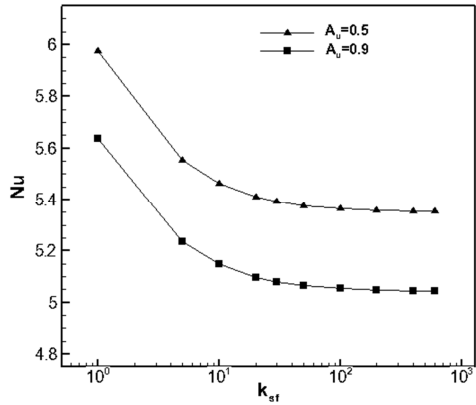
شکل ۸- کانتور دما به صورت بی‌بعد برای لوله با تقارن محوری در نسبت ضخامت‌های مختلف (a  $\delta/R_i=0.13$  (b  $\delta/R_i=0.23$  (c  $\delta/R_i=0.40$  (d  $\delta/R_i=0.40$  و  $Re=195$ ,  $Wo=7.73$ ,  $A_{II}=0.2$ ,  $k_{sf}=1$  در  $\delta/R_i=0.40$  (e  $\delta/R_i=0.63$   $Pr=1.5$  در فاز  $\phi=0$



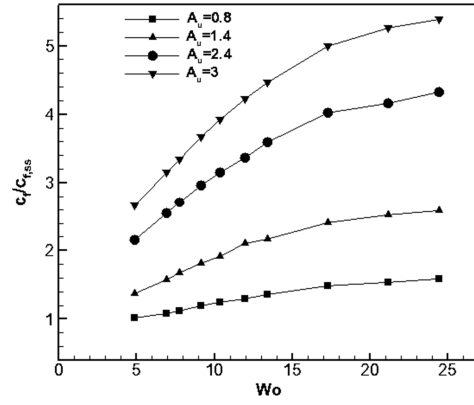
شکل ۹- کانتور سرعت در لوله با تقارن محوری در فازهای (a  $\phi=0$  (b  $\phi=\pi/4$  (c  $\phi=\pi/2$  (d  $\phi=3\pi/4$  در  $Wo=7.73$ ,  $k_{sf}=1$  و  $Pr=1.5$  و  $Re=195$ ,  $\delta/R_i=0.23$

### ۳-۳- تاثیر دامنه نوسان بر روی ضریب اصطکاک و ناسلت

در شکل ۱۰ نمودار تغییرات نسبت ضریب اصطکاک در جریان ضربانی به جریان پایا یک طرفه بر حسب دامنه نوسان  $A_{II}$  مشاهده می‌شود. نسبت ضریب اصطکاک همیشه بیشتر از یک است و این نشان دهنده این است که مقدار افت فشار در جریان‌های ضربانی بیشتر از جریان‌های پایا است. زمانی که مقدار دامنه نوسان بی‌بعد کمتر از یک باشد، تغییرات ضریب اصطکاک ملایم است ولی اگر مقدار دامنه نوسان بی‌بعد بیشتر از یک باشد، ضریب اصطکاک به شدت افزایش می‌یابد و تا  $3/2$  برابر جریان پایا در  $A_{II}=3$  می‌رسد. دلیل این امر وجود جریان برگشتی در دامنه نوسان‌های بی‌بعد بزرگتر از یک است. در شکل ۱۱ تغییرات نسبت ناسلت در جریان‌های ضربانی به جریان‌های پایا نشان داده شده است. نسبت ضریب ناسلت در دامنه نوسان بی‌بعد کمتر از یک ( $A_{II}<1$ ) کمتر از جریان پایا است در حالی که در دامنه نوسان بی‌بعد بزرگتر از یک ( $A_{II}>1$ ) این مقدار بزرگتر از یک است. بنابراین برای افزایش انتقال گرما در این جریان‌ها، باید دامنه نوسان بی‌بعد را از یک بیشتر نمود. نسبت ضریب ناسلت در دامنه نوسان‌های بی‌بعد کمتر از یک با افزایش دامنه نوسان کاهش می‌یابد، در حالی که در دامنه نوسان‌های بی‌بعد بزرگتر از یک، مقدار نسبت ناسلت در حال افزایش است و مقدار آن را می‌توان تا  $1.15$ ٪ به نسبت جریان پایا در  $A_{II}=3$  افزایش داد.



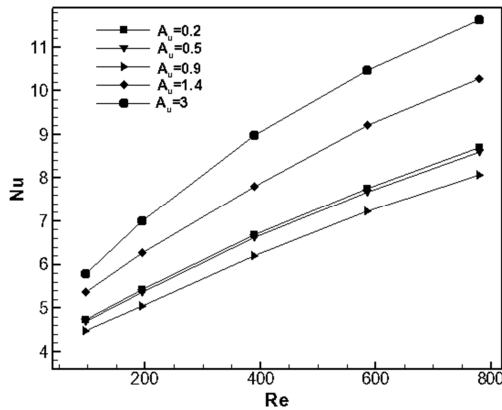
شکل ۱۴- عدد ناسلت متوسط جریان ضربانی بر حسب نسبت ضریب رسانایی گرمایی جامد به سیال  $\delta/R_i=0.23$ ،  $Re=195$  و  $Pr=1.5$



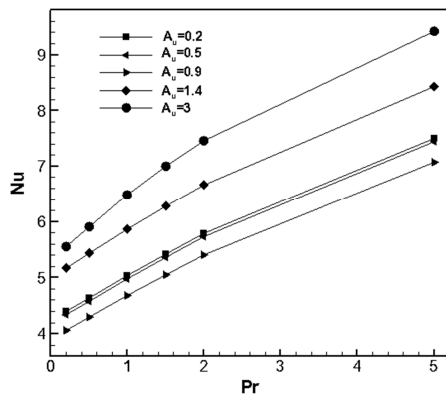
شکل ۱۲- نسبت ضریب اصطکاک متوسط جریان ضربانی به جریان پایا بر حسب عدد وومرزی در  $Re=195$

### ۳-۶- تاثیر عدد رینولدز و پراتنل بر روی ناسلت

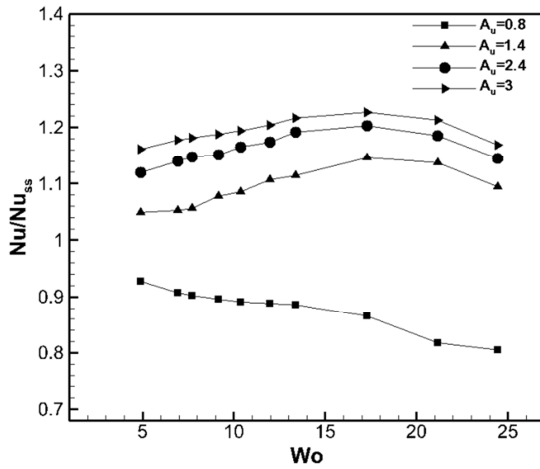
در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ تغییرات ناسلت بر حسب رینولدز و پراتنل نشان داده شده است. با افزایش رینولدز و پراتنل مقدار ناسلت افزایش می‌یابد. مقدار افزایش ناسلت در دامنه نوسان‌های مختلف بر حسب  $Re$  و  $Pr$  از یک روند پیروی می‌کند. با افزایش عدد رینولدز از ۱۰۰ تا ۸۰۰ مقدار ناسلت تا دو برابر افزایش می‌یابد و همچنین با افزایش پراتنل از ۰/۲ تا ۵ مقدار ناسلت ۱/۷ برابر می‌شود.



شکل ۱۵- عدد ناسلت متوسط جریان ضربانی بر حسب عدد رینولدز در  $Pr=1.5$  و  $k_{sf}=100$ ،  $\delta/R_i=0.23$ ،  $Wo=7.73$



شکل ۱۶- عدد ناسلت متوسط جریان ضربانی بر حسب عدد پراتنل در  $Re=195$  و  $k_{sf}=100$ ،  $\delta/R_i=0.23$ ،  $Wo=7.73$



شکل ۱۳- نسبت عدد ناسلت متوسط جریان ضربانی به جریان پایا بر حسب عدد وومرزی در  $Pr=1.5$  و  $Re=195$ ،  $\delta/R_i=0.23$

### ۳-۵- تاثیر نسبت رسانایی گرمایی جامد به سیال بر روی ناسلت

در شکل ۱۴ تاثیر نسبت رسانایی گرمایی جامد به سیال برای دو دامنه نوسان مشاهده می‌شود. با افزایش نسبت رسانایی گرمایی مقدار ناسلت کاهش یافته و برای  $k_{sf} > 20$  مقدار ناسلت تغییری نمی‌کند و مقدار آن ثابت باقی می‌ماند. علت آن نیز تغییر نوع شرایط مرزی در سطح مشترک جامد و سیال است. زیرا در نسبت رسانایی گرمایی پایین، دیواره جامد مانند عایق عمل نموده و شرایط مرزی دما ثابت به سطح مشترک کمتر منتقل شده و شرط مرزی سطح مشترک مانند حالت شار ثابت عمل نموده و این منجر به افزایش ناسلت در نسبت‌های پایین رسانایی گرمایی جامد به سیال می‌شود. در حالی که در نسبت هدایت‌های بالا شرط مرزی دما ثابت در دیواره خارجی به دلیل رسانایی گرمایی بالای جامد کاملاً به سطح مشترک سیال و جامد منتقل شده و این منجر به کاهش مقدار ناسلت می‌شود.

#### ۴- نتیجه گیری

با استفاده از معادلات نویر-استوکس و معادلات انرژی برای جامد و سیال به صورت کوپل جریان ضربانی و انتقال گرمای مزدوج در لوله شبیه سازی شد. لوله به صورت دو بعدی و تقارن محوری در نظر گرفته شده است. همچنین ضخامت لوله در تحلیل گرمایی در نظر گرفته شده و دیواره بیرونی لوله به صورت دما ثابت فرض شده است. از روش مزدوج برای تحلیل انتقال گرمای توام جامد و سیال استفاده شده است. ضخامت دیواره جامد ( $\delta/R_i$ )، نسبت رسانایی گرمایی جامد به سیال ( $k_{sf}$ )، عدد وومرزی ( $Wo$ )، دامنه نوسان بی بعد ( $A_{II}$ )، رینولدز ( $Re$ ) و پرانتل ( $Pr$ ) پارامترهای تاثیر گذار در انتقال گرمای همزمان جامد و سیال هستند. تاثیر هر یک از این پارامترها بر روی ناسلت و ضریب اصطکاک مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است.

- با افزایش ضخامت دیواره جامد مقدار ناسلت افزایش می یابد. مشاهده شد که با افزایش نسبت ضخامت از  $\delta/R_i=0.13$  تا  $\delta/R_i=1.0$  مقدار ناسلت ۱۴٪ افزایش می یابد. علت آن نیز تغییر شرط مرزی در سطح مشترک جامد و سیال از دما ثابت به شار ثابت است.

- با افزایش دامنه نوسان در جریان های ضربانی مقدار ضریب اصطکاک افزایش می یابد. شیب افزایش ضریب اصطکاک در دامنه نوسان کوچکتر از یک کم ولی در دامنه نوسان بزرگتر از یک شدید است. ناسلت نیز در دامنه نوسان کمتر از یک کاهش می یابد در حالی که در دامنه نوسان بزرگتر از یک افزایش می یابد.

- با افزایش عدد وومرزی مقدار ضریب اصطکاک افزایش می یابد در حالی که عدد ناسلت برای دامنه نوسان کمتر از یک با افزایش وومرزی کاهش می یابد و برای دامنه نوسان بزرگتر از یک در ابتدا با افزایش وومرزی افزایش می یابد و سپس کاهش می یابد. مقدار بهینه ناسلت برای دامنه نوسان  $1/4$ ،  $2/4$  و  $3$  در وومرزی  $20$  تقریباً قرار دارد.

- با افزایش نسبت رسانایی گرمایی جامد به سیال مقدار ناسلت کاهش می یابد و به مقدار ثابتی میل می کند. برای نسبت رسانایی گرمایی بیشتر از  $20$  تقریباً ناسلت تغییر نمی کند.

- با افزایش پرانتل و رینولدز مقدار ناسلت افزایش می یابد. با افزایش رینولدز از  $100$  تا  $800$  مقدار ناسلت  $2$  برابر و همچنین با افزایش پرانتل از  $0.2$  تا  $5$  مقدار ناسلت  $1/7$  برابر می شود.

#### ۵- فهرست علائم

$A_{II}$	دامنه نوسان
$c_p$	گرمای ویژه ( $Jkg^{-1}K^{-1}$ )
$D$	قطر (m)
$k$	رسانایی گرمایی ( $Jm^{-1}K^{-1}$ )
$p$	فشار ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$Pr$	عدد پرانتل
$R$	شعاع (m)
$Re$	عدد رینولدز
$T$	دما (K)
$u$	سرعت محوری ( $ms^{-1}$ )

$U$	سرعت محوری ( $ms^{-1}$ )
$v$	سرعت شعاعی ( $ms^{-1}$ )
$Wo$	عدد وومرزی

#### علائم یونانی

$\delta$	ضخامت دیواره (m)
$\mu$	لزجت دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )
$\omega$	سرعت زاویه ای ( $s^{-1}$ )

#### زیرنویس ها

$ave$	مقدار متوسط
$f$	سیال
$i$	داخلی
$in$	ورودی
$o$	خارجی
$s$	جامد
$sf$	جامد به سیال
$w$	دیوار

#### ۶- مراجع

- [1] Ch J., Yu, ZLi. X., Zhao T.S., An analytical study of pulsating laminar heat convection in a circular tube with constant heat flux, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 5297-5301, 2004.
- [2] Li U., Zheng Y., Hu G., Zhang Zh., Experimental investigation on heat transfer enhancement from an inclined heated cylinder with constant heat input power in infrasonic pulsating flows, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 49, pp. 75-85, 2013.
- [3] Habib M. A., Attaya A. M., Eid A. I., Aly A. Z., Convective heat transfer characteristics of laminar pulsating pipe air flow, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, pp. 221-232, 2002.
- [4] Chattopadhyay H., Durst F., Ray S., Analysis of heat transfer in simultaneously developing pulsating laminar flow in a pipe with constant wall temperature, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 475-481, 2006.
- [5] Yuan H., Tan S., Zhuang N., Tang L., Theoretical analysis of wall thermal inertial effects on heat transfer of pulsating laminar flow in a channel, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 14-17, 2014.
- [6] Hemida H.N., Sabry M.N., Abdel-Rahim A., Mansour H., Theoretical analysis of heat transfer in laminar pulsating flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 1767-1780, 2002.
- [7] Ates A., Darici S., Bilir S., Unsteady conjugated heat transfer in thick walled pipes involving two-dimensional wall and axial fluid conduction with uniform heat flux boundary condition, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 5058-5064, 2010.
- [8] Al-Zaharah I.T., Yilbas B.S., Hashmi M.S.J., Conjugate heat transfer in fully developed laminar pipe flow and thermally induced stresses, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, pp. 1091-1104, 2000.
- [9] Yapıcı H., Albayrak B., Numerical solutions of conjugate heat transfer and thermal stresses in a circular pipe externally heated with non-uniform heat flux, *Energy Conversion and Management* Vol. 45, pp. 927-937, 2004.
- [10] Barletta A., Rossi di Schio E., Comini G., D'Agaro P., Conjugate forced convection heat transfer in a plane channel: Longitudinally periodic regime, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 47, pp. 43-51, 2008.
- [11] Lelea D., The conjugate heat transfer of the partially heated microchannels, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, pp. 33-41, 2007.

- [12] Azadi M., Jafarian A., Timaji M., Analytical investigation of oscillating flow heat transfer in pulse tubes, *Scientia Iranica B*, Vol. 20, No. 3, 483–491, 2013.
- [13] Tom V. and den Braembussche R. V., A novel method for the computation of conjugate heat transfer with coupled solvers, *International Symposium Heat Transfer in Gas Turbine Systems*, Antalya, Turkey, August 2009.
- [14] Toh K.C., Chen X.Y., Chai J.C., Numerical computation of fluid flow and heat transfer in microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 5133–5141, 2002.
- [15] Zhao T. S., Cheng P., A numerical solution of laminar forced convection in a heated pipe subjected to a reciprocating flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 16, pp. 3011-3022, 1995.
- [16] Zhang S. X., He Y. L., Lauriat G., Tao W. Q., Numerical studies of simultaneously developing laminar flow and heat transfer in microtubes with thick wall and constant outside wall temperature, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 3977–3989, 2010.