

# طراحی کنترل کننده فازی-تطبیقی سطح دینامیکی مبتنی بر رویت گر برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی فیدبک صریح تأخیردار با ضریب کنترلی نامعلوم

فاطمه شجاعی<sup>۱</sup>، دانشجوی کارشناسی ارشد؛ محمد مهدی عارفی<sup>۲</sup>، دانشیار؛ علیرضا خیاطیان<sup>۳</sup>، استاد

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر- دانشگاه شیراز- شیراز- ایران- fshojaei100@gmail.com

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر- دانشگاه شیراز- شیراز- ایران- arefi@shirazu.ac.ir

۳- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر- دانشگاه شیراز- شیراز- ایران- khayatia@shirazu.ac.ir

**چکیده:** در این مقاله، یک کنترل کننده پس گام فازی-تطبیقی بر مبنای رویت گر برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی فیدبک صریح تأخیردار ارائه شده است. سیستم مورد نظر دارای ضریب کنترلی نامعلوم، اغتشاش و توابع نامعین تأخیردار می‌باشد. هدف کنترل آن است که کنترل کننده به گونه‌ای طراحی شود که خروجی سیستم مقید مانده و با استفاده از منطق فازی، توابع نامعین سیستم بر اساس مکانیسم تطبیقی تخمین زده می‌شود. همچنین با استفاده از رویت گر مناسب، تخمینی از حالت‌های غیرقابل دسترس سیستم به دست می‌آید. برای غلبه بر مشکل انفجار محاسباتی ناشی از روش پس گام، از یک روش مبتنی بر لیاپانوف بنام کنترل سطح دینامیکی استفاده شده است که با ترکیب این روش با تابع ناسبام، مشکل نامعلوم بودن ضریب کنترل نیز برطرف می‌گردد و برای مقید ماندن خروجی سیستم نیز از تابع لیاپانوف محدود کننده استفاده شده است. کنترل کننده طراحی شده تضمین می‌کند که سیستم حلقه بسته پایدار مانده و خروجی سیستم ورودی مرجع را دنبال کرده و خطای سیستم، مقداری کوچک در نزدیکی صفر باقی خواهد ماند و نهایتاً خطای سیستم، پایدار یکنواخت شبه‌فراگیر خواهد شد. نتایج شبیه‌سازی بر روی یک سیستم غیرخطی تأخیردار با شرایط بیان شده قابلیت‌های روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

**واژه‌های کلیدی:** کنترل کننده فازی-تطبیقی، سیستم‌های غیرخطی، سیستم‌های منطق فازی، روش پس گام، کنترل سطح دینامیکی، تابع لیاپانوف محدود کننده، تأخیر زمانی، ضریب کنترلی نامعلوم.

## Observer-based Adaptive-Fuzzy DSC of Strict-Feedback Nonlinear Delayed Systems with Unknown Control Direction

F. Shojaei<sup>1</sup>, MSc Student; M. M. Arefi<sup>2</sup>, Associate Professor; A. Khayatian<sup>3</sup>, Professor

1- School of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran, Email: fshojaei100@gmail.com

2- School of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran, Email: arefi@shirazu.ac.ir

3- School of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran, Email: khayatia@shirazu.ac.ir

**Abstract:** In this paper, an observer-based adaptive fuzzy back-stepping controller for a class of strict-feedback nonlinear delayed systems with unknown control coefficient is proposed. The system has unknown delayed nonlinear terms and unknown disturbances. The goal is to design an appropriate controller such that the system output tracks the desired trajectory with prescribed bounds while the closed-loop signals remain bounded. An adaptive mechanism is designed such that by using Fuzzy approximators, the unknown functions are approximated via adaptation laws. In addition, an observer is designed such that immeasurable states are estimated. In order to avoid the “explosion of complexity” that exists in traditional back-stepping controllers, the so-called Dynamic Surface Control is used at each steps of the traditional back-stepping approach. Furthermore, Barrier Lyapunov function is employed to consider constraints on the system output. Besides, Nussbaum function is utilized to address the unknown control gain problem. The proposed adaptive controller guarantees that all signals in the closed-loop are semi-globally uniformly ultimately bounded (SGUUB). Finally, simulation results on a delayed nonlinear system with unknown control coefficient confirm the effectiveness of the proposed approach.

**Keywords:** Adaptive fuzzy controller, nonlinear systems, back-stepping, dynamic surface control, barrier Lyapunov function, time delay, unknown control coefficient, stability analysis.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۰۹/۰۶

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۰۶

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۱/۰۴

نام نویسنده مسئول: محمد مهدی عارفی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - شیراز - دانشگاه شیراز - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - بخش مهندسی قدرت و کنترل.

## ۱- مقدمه

نیز می‌باشد، طراحی شده است که برای تخمین نامعینی سیستم از تخمین گر فازی استفاده شده است.

یکی از چالش‌های موجود در طراحی کنترل‌کننده‌ها این است که در اغلب مواقع سیستم‌های مورد بررسی دارای حالت‌های غیرقابل اندازه‌گیری بوده و این مشکل، به عدم دسترسی حالت‌ها مربوط می‌شود که برای رفع این چالش از رویه‌گر مناسب استفاده می‌گردد. رویه‌گر، حالت‌های سیستم را تخمین زده به طوری که می‌توان برای این حالت‌های تخمینی رویه‌گر، کنترل‌کننده مناسب را به روش مورد نظر طراحی نمود [۱۷-۱۹]. در [۱۷] و [۱۸] رویه‌گر مناسب برای سیستم‌های غیرخطی چندورودی- چندخروجی و در [۱۹] برای یک سیستم غیرخطی تک‌ورودی- تک‌خروجی که حالت‌های سیستم در دسترس نیستند رویه‌گری پیشنهاد شده است.

همچنین گاهی ممکن است، سیستم مورد بررسی دارای ضریب کنترلی نامعلوم بوده به طوری که حتی علامت ضریب کنترلی نیز برای طراح نامعلوم باشد. در چنین مواردی طراحی کنترل‌کننده با روش‌های سابق دشوار می‌باشد که برای رفع چنین مشکلی از روش تابع ناسبام می‌توان بهره برد [۲۰-۲۶]. سیستم مورد بررسی در [۲۰] یک سیستم غیرآفاین<sup>۶</sup> غیرخطی دارای ضریب کنترلی نامعلوم می‌باشد و [۲۱-۲۲] سیستم‌هایی را مورد مطالعه قرار داده‌اند که چندورودی- چندخروجی بوده و دارای ضریب کنترلی نامعین می‌باشند که همه برای رفع مشکل نامعلوم بودن ضریب کنترلی از تابع ناسبام کمک گرفته‌اند. استفاده از توابع ناسبام نخستین بار توسط آقای ناسبام در سال ۱۸۹۳ مورد استفاده قرار گرفت که تابع ناسبام در واقع ترکیبی از یک تابع اکیداً صعودی و یک تابع سوئیچینگ می‌باشد که تابع سوئیچینگ وظیفه تخمین علامت ضریب کنترلی را برعهده دارد [۲۳].

از سوی دیگر، برای بررسی پایداری در سیستم‌های غیرخطی فیدبک صریح از روش‌هایی بر اساس لیاپانوف، مانند کنترل سطح دینامیکی، که مبتنی بر روش پس‌گام می‌باشد، استفاده می‌شود و برای اینکه بتوان خروجی سیستم مورد بررسی را در محدوده مورد نظر نگه داشت، از یک تابع مناسب، بنام تابع لیاپانوف محدودکننده<sup>۷</sup> استفاده می‌گردد که موجب محدود ماندن خروجی در محدوده مورد نظر می‌شود [۲۶-۲۹]. در [۲۶] یک کنترل‌کننده در سیستم غیرخطی با ورودی و خروجی مقید شده طراحی شده و در [۲۷] نیز کنترل‌کننده برای سیستم با حالت مقید ارائه شده است.

همچنین، وجود تأخیر در سیستم‌ها نیز یکی از مشکلاتی است که در بسیاری از سیستم‌های مهندسی وجود دارد که موجب ناپایداری و کاهش عملکرد سیستم‌ها می‌گردد. بنابراین دست یافتن به روش‌های کنترلی جهت از بین بردن اثر تأخیر اهمیت بسیاری دارد. امروزه یکی از ساده‌ترین روش‌ها استفاده از تابع لیاپانوف کراسوفسکی می‌باشد، که اثر نامطلوب تأخیر در توابع نامعین موجود در سیستم‌ها را جبران می‌کند [۳۰-۳۵]. به‌عنوان مثال در [۳۰]، از کنترل‌کننده فازی-تطبیقی مبتنی بر رویه‌گر برای یک دسته از سیستم‌های غیرخطی تأخیردار استفاده

در دهه‌های گذشته پیشرفت‌های زیادی در زمینه کنترل سیستم‌های غیرخطی صورت گرفته است. در ابتدا از روش‌های خطی‌سازی برای طراحی کنترل‌کننده استفاده می‌شد، اما روش خطی‌سازی جواب‌گوی مشکلات نامعینی سیستم‌های غیرخطی نخواهد بود. بدین منظور برای رفع این مشکل، امروزه از روش‌های مبتنی بر لیاپانوف مانند روش پس‌گام، کنترل مود لغزشی و غیره استفاده می‌گردد [۵-۱۱]. نویسندگان مراجع [۲-۵]، که از پیشگامان طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های غیرخطی به‌شمار می‌آیند، با استفاده از روش‌های مبتنی بر لیاپانوف، برای سیستم‌های غیرخطی دارای نامعینی، کنترل‌کننده‌های مختلفی طراحی نموده‌اند که یکی از روش‌های مناسب برای طراحی کنترل‌کننده برای این دسته از سیستم‌ها روش پس‌گام می‌باشد. اگرچه روش پس‌گام برای این دسته از سیستم‌های غیرخطی مؤثر و مفید می‌باشد، اما طراحی کنترل‌کننده با این روش، دارای یک مشکل بزرگ است و آن انفجار محاسباتی<sup>۱</sup> ناشی از روش پس‌گام است. در روش پس‌گام در هر مرحله برای به دست آوردن کنترل‌کننده مجازی نیاز است که از کنترل‌کننده مجازی طراحی شده در مرحله قبل مشتق گرفته شود. بنابراین اگر طراحی کنترل‌کننده به روش پس‌گام دارای  $n$  مرحله باشد و از آن جایی که عمل مشتق گرفتن از مرحله دو آغاز می‌شود، پس  $n-1$  مشتق تا به دست آوردن کنترل‌کننده نهایی مورد نیاز می‌باشد که برای سیستم‌های با مرتبه‌های بالا مشکل انفجار محاسباتی را به وجود می‌آورد.

برای رفع مشکل انفجار محاسباتی ناشی از روش پس‌گام، می‌توان از روش کنترل سطح دینامیک استفاده کرد که ترکیبی از فیلترهای با مراتب پایین و روش MSS<sup>۲</sup> می‌باشد، و توسط آقای Swaroop و همکاران در سال ۲۰۰۰ [۶]، Yip و Hedrick در سال ۱۹۹۸ [۷]، Gerdes و Hedrick در سال ۲۰۰۲ [۸]، مورد استفاده قرار گرفت.

یکی از روش‌های کنترل سیستم‌های غیرخطی نامعین استفاده از تقریب‌گرهای عمومی در کنار روش‌های کلاسیک کنترل می‌باشد. منطق فازی<sup>۳</sup> و شبکه‌های عصبی<sup>۴</sup>، روش‌هایی کارآمد برای تخمین توابع نامعین می‌باشند [۹]. بنابراین این ابزار در طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های نامعین دارای فیدبک صریح، مورد استفاده قرار می‌گیرند و تاکنون کاربردهای زیادی هم در سیستم‌های تک‌ورودی- تک‌خروجی و هم سیستم‌های چندورودی- چندخروجی داشته‌اند [۱۰-۱۶]. مرجع [۱۰] کنترل‌کننده‌ای برای سیستم غیرخطی فیدبک غیرصریح، که دارای نامعینی می‌باشد طراحی کرده است که برای تخمین نامعینی سیستم از شبکه‌های عصبی استفاده نموده است. در [۱۱]، کنترل‌کننده‌ای برای یک سیستم چندورودی- چندخروجی غیرخطی دارای نامعینی طراحی شده است که برای تخمین نامعینی سیستم از روش شبکه عصبی استفاده کرده است. در [۱۳]، کنترل‌کننده برای سیستم تصادفی<sup>۵</sup> غیرخطی با ضریب کنترلی نامعلوم که دارای نامعینی

شده است و در [۳۲] کنترل کننده تطبیقی برای یک سیستم چندورودی- چندخروجی تأخیردار طراحی شده است. در [۳۳] نیز یک رویت گر مقاوم و کنترل کننده مبتنی بر فیدبک خروجی برای سیستم های چندعاملی تأخیردار در حضور اغتشاش و نامعینی طراحی شده است که پس از طراحی رویت گر، برای سیستم، کنترل کننده طراحی شده است.

با توجه به مشکلات و چالش های بیان شده در بالا، در این مقاله یک کنترل کننده فازی-تطبیقی بر اساس روش کنترل سطح دینامیکی برای محدودماندن خروجی و دنبال کردن ورودی مرجع برای یک دسته از سیستم های فیدبک صریح بیان شده است که سیستم مورد بررسی، دارای توابع غیرخطی نامعین، حالت های غیرقابل دسترس، ضریب کنترلی نامعین، اغتشاش و توابع نامعین تأخیردار می باشد. با استفاده از روش سیستم های منطق فازی، توابع غیرخطی نامعین موجود در سیستم فیدبک صریح، تخمین زده می شود و با استفاده از رویت گر، تخمینی از حالت های غیردسترس سیستم به دست می آید که در نهایت می توان یک کنترل کننده مناسب مبتنی بر حالت های تخمین زده شده را طراحی نمود و به سیستم اصلی اعمال کرد. در این سیستم ضریب کنترلی نامعلوم در نظر گرفته می شود و با استفاده از تابع ناسبام، علامت و مقدار ضریب کنترل کننده به دست می آید و برای جبران اثر توابع نامعین تأخیردار موجود در سیستم، از تابع کراسوفسکی استفاده می شود که قوانین به روزرسانی پارامترهای سیستم به دست می آیند و کنترل کننده طراحی می گردد. در نهایت کنترل کننده فازی-تطبیقی طراحی شده تضمین می کند که سیستم حلقه بسته پایدار می ماند و همه سیگنال های سیستم محدود و خروجی سیستم به دلیل استفاده از تابع لیاپانوف محدودکننده در محدوده مورد نظر باقی خواهد ماند و خروجی ورودی مرجع را به خوبی دنبال کرده و خطای سیستم نهایتاً کراندار یکنواخت شبه فراگیر می باشد (SGUUB).

## ۲- مقدمات ریاضی

در این بخش به بررسی روابط ریاضی مورد استفاده در مقاله پرداخته شده است. از جمله ریاضیات مورد استفاده شامل تابع ناسبام، تابع لیاپانوف محدودکننده و سیستم منطق فازی می باشد.

### ۲-۱- تابع ناسبام

**تعریف ۱:** تابعی مانند  $N(\zeta)$  تابع ناسبام است، اگر ویژگی های زیر را برآورده سازد [۱۷، ۱۸]:

$$\limsup_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\zeta) d\zeta = +\infty \quad (1)$$

$$\liminf_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\zeta) d\zeta = -\infty \quad (2)$$

$$0 \leq V(t) \leq V(0) + e^{-Ct} \int_0^t d(\rho N(\zeta) + 1) \zeta e^{C\tau} d\tau + D \quad (3)$$

که  $C$  و  $D$  ثابت هایی مثبت هستند، آنگاه  $V(t)$ ،  $\zeta(t)$  و  $\int_0^t d(\rho N(\zeta) + 1) \zeta e^{C\tau} d\tau$  در بازه  $[0, t_f]$  محدود خواهند بود، که  $\rho$  ثابت مخالف صفر و  $d$  ثابت مناسب می باشد.

### ۲-۲- تابع لیاپانوف محدودکننده (BLF)

**تعریف ۲:** تابع لیاپانوف محدودکننده، یک تابع عددی  $v_i(x)$  می باشد که برای رابطه  $\dot{x}_i = f_i(x_i)$  در ناحیه باز  $E_i$  که شامل مبدأ می باشد، تعریف می شود، به طوری که  $v_i(x)$  پیوسته و مثبت معین بوده و مشتق مرتبه اول آن در تمام نقاط ناحیه  $E_i$  پیوسته می باشد. همچنین  $v_i(x)$  دارای این ویژگی است که، اگر  $v_i(x_i) \rightarrow \infty$  آنگاه،  $x_i$  به سمت مرز ناحیه  $E_i$  میل خواهد نمود، پس همراه با حل معادله  $\dot{x}_i = f_i(x_i)$  برای  $x_i(0) \in E_i$ ، رابطه  $v_i(x_i(t)) \leq b_i$ ،  $\forall t \geq 0$ ، تعریف خواهد شد که  $b_i$  ثابت هایی مثبت می باشند. در این مقاله تابع زیر به عنوان تابع لیاپانوف محدودکننده انتخاب شده است [۱۷]:

$$v_1 = \frac{1}{2} \log \left( \frac{K^2}{K^2 - s_1^2} \right) \quad (4)$$

که در آن،  $\log(\cdot)$ ، تابع لگاریتم ( $\cdot$ ) است و  $K$  یک ثابت برای محدود کردن  $s_1$  می باشد، زیرا طبق ویژگی های لگاریتم،  $|s_1| < K$  است و زمانی که  $|s_1| = K$  باشد، مقدار تابع لگاریتم به سمت بینهایت میل می کند. بنابراین تابع محدودکننده طبق این ویژگی، مثبت خواهد بود.

**قضیه ۲:** اگر برای ثابت مثبت  $K$ ، یک  $s_1$  وجود داشته باشد که  $|s_1| < K$  را برآورده کند، آنگاه رابطه زیر برقرار می گردد [۱۶]:

$$v_1 = \frac{1}{2} \log \left( \frac{K^2}{K^2 - s_1^2} \right) < \frac{s_1^2}{K^2 - s_1^2} \quad (5)$$

### ۲-۳- سیستم منطق فازی

سیستم منطق فازی از چهار قسمت تشکیل شده است که شامل قواعد فازی، فازی ساز، موتور استنتاج فازی و غیرفازی ساز می باشد به گونه ای که قواعد فازی، مجموعه ای از قواعد If-Then به فرم زیر می باشد:

$\mathfrak{R}^L$ : If  $x_1$  is  $F_1^L$  and  $x_2$  is  $F_2^L$  and ... and  $x_n$  is  $F_n^L$ , then  $y$  is  $G^L$ ,  $L=1,2,\dots,N$ .

در سیستم مورد بررسی، حالت‌های سیستم در دسترس نمی‌باشند که بایستی ابتدا با طراحی رویت‌گر مناسب، تخمینی از حالت‌های سیستم را به دست آورد که در نهایت طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر حالت‌های رویت‌گر صورت می‌پذیرد.

### ۳-۱- طراحی رویت‌گر برای سیستم

سیستم (۱۰) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + f_1(\bar{x}_1) + q_1(\bar{x}_1(t - \tau_1)) + d_1(t) \\ \dot{x}_2 = x_3 + f_2(\bar{x}_2) + q_2(\bar{x}_2(t - \tau_2)) + d_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n + f_{n-1}(\bar{x}_{n-1}) + q_{n-1}(\bar{x}_{n-1}(t - \tau_{n-1})) + d_{n-1}(t) \\ \dot{x}_n = \rho u + f_n(\bar{x}_n) + q_n(\bar{x}_n(t - \tau_n)) + d_n(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (11)$$

در سیستم (۱۱)، علاوه بر دسترس نبودن حالت‌ها، ضریب کنترلی نیز نامعلوم می‌باشد، پس در ابتدا از یک تغییر متغیر به صورت  $\chi_i = \frac{x_i}{\rho}$ ،  $f_i(\bar{x}_i) = F_i(\bar{\chi}_i)$  و  $q_i(\bar{x}_i(t - \tau_i)) = g_i(\bar{\chi}_i(t - \tau_i))$  استفاده شده است که (۱۱) به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\begin{cases} \dot{\chi}_1 = \chi_2 + \frac{F_1(\bar{\chi}_1)}{\rho} + \frac{g_1(\bar{\chi}_1(t - \tau_1))}{\rho} + \frac{d_1(t)}{\rho} \\ \vdots \\ \dot{\chi}_n = u + \frac{F_n(\bar{\chi}_n)}{\rho} + \frac{g_n(\bar{\chi}_n(t - \tau_n))}{\rho} + \frac{d_n(t)}{\rho} \\ \dot{y} = \rho \chi_2 + F_1(\bar{\chi}_1) + g_1(\bar{\chi}_1(t - \tau_1)) + d_1(t) \end{cases} \quad (12)$$

که  $\bar{\chi}_i = [\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_i]^T$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  می‌باشد و با در نظر گرفتن  $\bar{F}_i(\bar{\chi}_i) = \frac{F_i(\bar{\chi}_i)}{\rho}$ ،  $\bar{g}_i(\bar{\chi}_i(t - \tau_i)) = \frac{g_i(\bar{\chi}_i(t - \tau_i))}{\rho}$ ،  $\bar{d}_i = \frac{d_i}{\rho}$  و  $i = 1, 2, \dots, n$  می‌توان (۱۲) را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} \dot{\chi}_1 = \chi_2 + \bar{F}_1(\bar{\chi}_1) + \bar{g}_1(\bar{\chi}_1(t - \tau_1)) + \bar{d}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{\chi}_n = u + \bar{F}_n(\bar{\chi}_n) + \bar{g}_n(\bar{\chi}_n(t - \tau_n)) + \bar{d}_n(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (13)$$

در این حالت، می‌توان برای سیستم (۱۳)، رویت‌گر را به صورت زیر طراحی نمود:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\chi}}_1 = \hat{\chi}_2 + l_1(y - \hat{\chi}_1) \\ \vdots \\ \dot{\hat{\chi}}_n = u + l_n(y - \hat{\chi}_1) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (14)$$

که  $\hat{\chi}_i$  تخمینی از  $\chi_i$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  و  $l_i$  پارامترهای طراحی می‌باشند که درون ماتریس  $\mathbf{A}_0$  قرار دارند و ماتریس  $\mathbf{A}_0$  به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} -l_1 & & & \\ \vdots & I & & \\ -l_n & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{n \times n}$$

که  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  و  $\mathcal{Y}$  به ترتیب ورودی و خروجی سیستم منطق فازی و  $N$  نیز تعداد قواعد فازی می‌باشد.

در منطق فازی اغلب از فازی‌ساز singleton، غیرفازی‌ساز میانگین مراکز و موتور استنتاج فازی ضرب استفاده می‌شود. در نهایت خروجی سیستم منطق فازی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$y(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{L=1}^N \bar{y}_L \prod_{i=1}^n \mu_{F_i}^L(x_i)}{\sum_{L=1}^N [\prod_{i=1}^n \mu_{F_i}^L(x_i)]} \quad (6)$$

تابع پایه منطق فازی به فرم زیر می‌باشد:

$$\varphi_L(\mathbf{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i}^L(x_i)}{\sum_{L=1}^N [\prod_{i=1}^n \mu_{F_i}^L(x_i)]} \quad (7)$$

که  $\bar{y}_L = \max_{y \in \mathbb{R}} \mu_{G^L}(y)$  می‌باشد.  $\mu_{G^L}$  و  $\mu_{F_i^L}$  توابع عضویت فازی بوده که به ترتیب وابسته به توابع  $F_i^L$  و  $G^L$  هستند و پارامترها و تابع پایه فازی را می‌توان به ترتیب به صورت  $\theta^T = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]$  و  $\varphi(\mathbf{x}) = [\varphi_1(\mathbf{x}), \dots, \varphi_N(\mathbf{x})]^T$  نوشت، که در نهایت سیستم منطق فازی به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$y(\mathbf{x}) = \theta^T \varphi(\mathbf{x}) \quad (8)$$

**قضیه ۳:** اگر  $U(x)$  یک تابع پیوسته در مجموعه بسته  $\Omega$  باشد، آنگاه برای هر ثابت  $\varepsilon > 0$ ، یک سیستم منطق فازی به فرم معادله (۸) وجود دارد که [۱۳، ۱۸]:

$$\sup_{\mathbf{x} \in \Omega} |U(\mathbf{x}) - y(\mathbf{x})| \leq \varepsilon \quad (9)$$

که  $U(\mathbf{x})$  تابع نامعلومی است که تخمین زده شده است.

### ۳- فرمول‌بندی سیستم

سیستم غیرخطی تأخیردار با فیدبک صریح زیر را در نظر بگیرید که دارای ضریب کنترلی نامعلوم و اغتشاش می‌باشد:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + f_i(\bar{x}_i) + q_i(\bar{x}_i(t - \tau_i)) + d_i(t) \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n = \rho u + f_n(\bar{x}_n) + q_n(\bar{x}_n(t - \tau_n)) + d_n(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (10)$$

که در آن  $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  بردار حالت سیستم،  $y \in \mathbb{R}$  و  $u \in \mathbb{R}$  به ترتیب خروجی و ورودی سیستم،  $i = 1, 2, \dots, n$  برای توابع غیرخطی نامعین،  $q_i$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  تابع غیرخطی نامعین تأخیردار،  $\tau_i$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  تأخیر نامعلوم،  $\rho$  ضریب کنترلی نامعلوم که به صورت  $\rho_{\min} \leq |\rho| \leq \rho_{\max}$  تعریف می‌شود که  $\rho_{\min}$  و  $\rho_{\max}$  ثابت‌هایی مثبت هستند و  $d_i(t)$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  تابع اغتشاش است و به صورت  $|d_i(t)| \leq d_i^*$  تعریف می‌شود که  $d_i^*$  ثابت معلوم می‌باشد.

برای شروع طراحی ثابت  $\theta^*$  را که پارامتر نامعلوم سیستم فازی می باشد به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\theta^* = \max \left\{ \|\hat{\theta}_i\|^2 : i=1,2,\dots,n \right\} \quad (20)$$

و بر این اساس که  $\theta^*$  نامعلوم است،  $\hat{\theta}$  را به عنوان تخمینی از  $\theta^*$  تعریف کرده که در روند اثبات پایداری، به روزرسانی می گردد و کنترل کننده مجازی در هر مرحله به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\alpha_1 = N(\zeta) \left( \frac{c_1 s_1 + \frac{5}{4} \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} \rho_{\max}^2 + \frac{2s_1}{(K^2 - s_1^2)} - \dot{y}_d + \hat{\theta}_1^T \varphi_1(\hat{\chi}_1)}{d} \right) \quad (21)$$

$$\zeta = \frac{s_1}{d(K^2 - s_1^2)} \left( \frac{c_1 s_1 + \frac{5}{4} \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} \rho_{\max}^2 + \frac{2s_1}{(K^2 - s_1^2)} - \dot{y}_d + \hat{\theta}_1^T \varphi_1(\hat{\chi}_1)}{d} \right) \quad (22)$$

$$\alpha_i = -(c_i + 0.5)s_i - \hat{\theta}_i^T \varphi_i(\hat{\chi}_i) - \frac{l_i^2}{4} s_i + \dot{z}_i, \quad i=2,\dots,n-1 \quad (23)$$

که  $c_i$  و  $d$  پارامترهای مثبت طراحی هستند،  $N(\zeta)$  تابع ناسبام است که به دلیل نامعلوم بودن ضریب کنترلی، مورد استفاده قرار گرفته است، مقیدکننده در تابع لیاپانوف محدودکننده می باشد که سبب مقید ماندن خروجی سیستم می شود.

پارامترهای به روزرسانی  $\hat{\theta}$  نیز به صورت زیر در روند اثبات پایداری سیستم، طراحی می گردد:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}}_1 = \frac{\gamma_1 s_1}{K^2 - s_1^2} \varphi_1(\hat{\chi}_1) - \sigma_1 \hat{\theta}_1 & \hat{\theta}_1(0) = 0 \\ \dot{\hat{\theta}}_i = \gamma_i s_i \varphi_i(\hat{\chi}_i) - \sigma_i \hat{\theta}_i & \hat{\theta}_i(0) = 0 \quad i=2,\dots,n \end{cases} \quad (24)$$

که  $\sigma_i$  و  $\gamma_i$  پارامترهای مثبت طراحی می باشند.

در گام آخر طراحی نیز کنترل کننده به شرح زیر طراحی می گردد:

$$u = -(c_n + 0.5)s_n - \hat{\theta}_n^T \varphi_n(\hat{\chi}_n) - \frac{l_n^2}{4} s_n + \dot{z}_n \quad (25)$$

که  $c_n$  پارامتر مثبت طراحی و  $\dot{z}_n = \frac{\alpha_{n-1} - z_n}{T_n}$  می باشد.

کنترل کننده طراحی شده، تضمین می کند که سیستم حلقه بسته پایدار بوده و خروجی، ورودی مرجع را به خوبی دنبال کند که برای اثبات این موضوع، گام های روش کنترل سطح دینامیکی، مرحله به مرحله انجام می شود.

**گام اول:** در مرحله اول  $s_1 = y - y_d$  تعریف می گردد، سپس مشتق آن به صورت زیر به دست آورده می شود:

$$\dot{s}_1 = \dot{y} - \dot{y}_d = \rho \chi_2 + F_1(\chi_1) + g_1(\chi_1(t - \tau_1)) + d_1 - \dot{y}_d \quad (26)$$

پارامترهای  $l_i$  را باید به گونه ای به دست آورد که ماتریس  $A_0$  هرویتز باشد، یعنی به ازای هر ماتریس مثبت معین  $Q > 0$ ، ماتریس مثبت معین  $P > 0$  وجود داشته باشد که معادله زیر را برقرار سازد:

$$A_0^T P + P A_0 = -Q \quad (15)$$

پس از تعریف بردار خطای رویت گر به صورت  $e = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T = \chi - \hat{\chi}$  به دست می آید:

$$\dot{e} = A_0 e + F(\chi) + G(\chi(t - \tau)) + D(t) \quad (16)$$

که  $D = [\bar{d}_1, \bar{d}_2, \dots, \bar{d}_n]^T$ ،  $F(\chi) = [\bar{F}_1(\chi), \dots, \bar{F}_n(\chi)]^T$  و  $G(\chi(t - \tau)) = [\bar{g}_1(\chi(t - \tau)), \dots, \bar{g}_n(\chi(t - \tau))]^T$  برای طراحی کنترل کننده در دسترس می باشد که  $\gamma$  بایستی ورودی مرجع را دنبال کند.

**قضیه ۴:**  $\forall (x, y) \in R^2$  نامساوی زیر که به نامساوی یانگ معروف است تعریف می گردد [۳۶]:

$$x^T y \leq \frac{\varepsilon^p}{p} \|x\|^p + \frac{1}{q\varepsilon^q} \|y\|^q \quad (17)$$

که  $\varepsilon > 0$ ،  $p > 1$ ،  $q > 1$  و  $(p-1)(q-1) = 1$  می باشد.

#### ۴- طراحی کنترل کننده فازی-تطبیقی و تحلیل پایداری

در این بخش، با استفاده از روش های فازی-تطبیقی و به کارگیری روش کنترل سطح دینامیکی، کنترل کننده ای مناسب بر اساس حالت های رویت گر برای سیستم طراحی می شود که باعث می گردد همه سیگنال های سیستم حلقه بسته محدود باقی بمانند و خروجی سیستم ورودی مرجع را به خوبی دنبال کند و خطای سیستم در حد قابل قبول محدود باقی بماند. برای طراحی کنترل کننده به روش کنترل سطح دینامیکی، طراحی را در  $n$  گام انجام داده و در هر مرحله از فیلترهای مرتبه اول مناسب، استفاده می گردد که در ابتدا بایستی از تغییر متغیر مناسب به شرح زیر استفاده شود:

$$\begin{aligned} s_1 &= y - y_d \\ s_i &= \hat{\chi}_i - z_i, \quad i=1,2,\dots,n \\ w_i &= z_i - \alpha_{i-1} \end{aligned} \quad (18)$$

که  $y_d$  ورودی مرجع،  $s_i$  سطح خطا،  $\alpha_{i-1}$  کنترل مجازی و ورودی فیلتر مرتبه اول،  $z_i$  متغیر حالت فیلتر و  $w_i$  خروجی فیلتر می باشد و فیلترها نیز به صورت زیر تعریف می گردند:

$$T_{i+1} \dot{z}_{i+1} + z_{i+1} = \alpha_i \quad z_{i+1}(0) = \alpha_i(0) \quad i=1,\dots,n-1 \quad (19)$$

که  $T_i$  برای  $i=2,\dots,n$  ثابت زمانی فیلترها می باشند.

همان گونه که ذکر شد روش کنترل سطح دینامیکی شامل  $n$  مرحله است که در هر مرحله یک کنترل کننده مجازی  $\alpha_i$  با استفاده از تابع لیاپانوف-کراسوفسکی که در هر مرحله تعریف می گردد، به دست می آید، که در نهایت قانون کنترل  $u$  در گام آخر به دست خواهد آمد.

که  $\theta_F^T = (\theta_{F1}, \theta_{F2}, \dots, \theta_{Fn})$  بردار پارامتر به روزرسانی در سیستم فازی می باشد،  $\delta_F = (\delta_{F1}, \delta_{F2}, \dots, \delta_{Fn})^T$  خطای سیستم فازی از مقدار واقعی تابع است،  $\varphi_F^T \varphi_F \leq 1$  بوده،  $\varepsilon_F$  ثابت مثبت است و بر اساس تعریف  $\theta_F^* = \max \left\{ \|\hat{\theta}_{Fi}\|^2 : i=1,2,\dots,n \right\}$  که می باشد، آنگاه رابطه زیر برقرار می گردد:

$$\|\hat{\theta}_{Fi}\|^2 \leq \theta_F^* \quad (35)$$

پس قسمت {۲} در نامعادله (۳۲) را به صورت زیر می توان نوشت [۳۱]:

$$2e^T \mathbf{P} \mathbf{F} = 2e^T \mathbf{P} (\hat{\theta}_F^T \varphi_F(\bar{\chi}_i) + \delta_F(\bar{\chi}_i)) \leq \|e\|^2 + \|\mathbf{P}\|^2 \theta_F^* + \|\mathbf{P}\|^2 \varepsilon_F^2 \quad (36)$$

همچنین قسمت {۳} در نامعادله (۳۲) را به صورت زیر می توان نوشت:

$$2e^T \mathbf{P} \mathbf{G} \leq 2\|e\| \|\mathbf{P}\| \|\mathbf{G}\| \leq 2\|e\| \|\mathbf{P}\| \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^i |s_l(t-\tau_i)| w_{il}(\bar{\chi}_l(t-\tau_i)) \quad (37)$$

$$\leq \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^i s_l^2(t-\tau_i) w_{il}^2(\bar{\chi}_l(t-\tau_i)) + \frac{n(n+1)}{2} \|\mathbf{P}\|^2 \|e\|^2$$

قسمت {۴} در نامعادله (۳۲) را با توجه به کران بالای اغتشاش و رابطه (۱۷)، که در قضیه ۴ به آن اشاره شده است، می توان به صورت زیر نوشت:

$$2e^T \mathbf{P} \mathbf{D} \leq \|e\|^2 + \|\mathbf{P}\|^2 \|\mathbf{D}\|^2 \quad (38)$$

که  $D_i^* = \frac{d_i^*}{\rho}$  می باشد و با استفاده از نامساوی یانگ قسمت های {۵} - {۸} در (۳۲) را می توان به صورت زیر در آورد که برای مدیریت قسمت {۵} در نامعادله (۳۲) داریم:

$$\frac{s_1}{K^2 - s_1^2} \rho s_2 + \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} \rho w_2 \leq \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} \rho_{\max}^2 + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} \rho_{\max}^2 + \frac{1}{2} w_2^2 \quad (39)$$

برای مدیریت قسمت {۶} در نامعادله (۳۲) نیز داریم:

$$\frac{s_1}{K^2 - s_1^2} \rho e_2 \leq \frac{s_1^2}{4(K^2 - s_1^2)^2} \rho_{\max}^2 + \|e\|^2 \quad (40)$$

قسمت {۷} در نامعادله (۳۲) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{s_1}{K^2 - s_1^2} g_1 \leq \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} + \frac{s_1^2(t-\tau_1)}{2} w_{11}^2(\chi_1(t-\tau_1)) \quad (41)$$

در نهایت قسمت {۸} در نامعادله (۳۲) نیز با استفاده از نامساوی یانگ، می توان به صورت زیر نوشت:

برای پایداری سیستم در مرحله اول، توابع لیاپانوف مناسب را در نظر می گیریم [۳۰، ۳۲]:

$$V_Z = e^T \mathbf{P} e + \frac{1}{2} \log \left( \frac{s_1^2}{K^2 - s_1^2} \right) + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \tilde{\theta}_1 \quad (27)$$

تعریف ۳: برای هر  $i=2,\dots,n$ ، یک تابع مثبت نامعین  $w_{ii}(\chi)$  وجود دارد که رابطه زیر برقرار می باشد [۳۱]:

$$|\bar{g}_i(\chi)| \leq \sum_{l=1}^i |s_l| w_{il}(\chi) \quad (28)$$

می توان تابع لیاپانوف-کراسوفسکی را به فرم زیر تعریف نمود:

$$V_Q = \int_{t-\tau_1}^t \frac{s_1^2(\tau)}{2} w_{11}^2(\chi_1) d\tau + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^i \int_{t-\tau_i}^t s_l^2(\tau) w_{il}^2(\bar{\chi}_l) d\tau \quad (29)$$

$$V_1 = V_Z + V_Q \quad (30)$$

که  $\tilde{\theta}_1 = \theta_1^* - \hat{\theta}_1$  است و مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{V}_1 = \dot{e}^T \mathbf{P} e + e^T \mathbf{P} \dot{e} + \frac{s_1 \dot{s}_1}{K^2 - s_1^2} + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{s_1^2}{2} w_{11}^2(\chi_1) - \frac{s_1^2(t-\tau_1)}{2} w_{11}^2(\chi_1(t-\tau_1)) \quad (31)$$

$$+ \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) - \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^i s_l^2(t-\tau_i) w_{il}^2(\bar{\chi}_l(t-\tau_i))$$

با جایگذاری (۱۵)، (۱۶) و (۲۶) در معادله (۳۱) داریم:

$$\dot{V}_1 = e^T \underbrace{(\mathbf{A}_0^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_0)}_{\{1\}} e + 2e^T \mathbf{P} \underbrace{(F + G + D)}_{\{2\} \{3\} \{4\}} + \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} \left( \underbrace{\rho[s_2 + w_2 + e_2 + \alpha_1]}_{\{5\}} + F_1 + \underbrace{g_1}_{\{7\}} + \underbrace{d_1 - \dot{y}_d}_{\{8\}} \right) - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{s_1^2}{2} w_{11}^2(\chi_1) - \frac{s_1^2(t-\tau_1)}{2} w_{11}^2(\chi_1(t-\tau_1)) + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) - \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^i s_l^2(t-\tau_i) w_{il}^2(\bar{\chi}_l(t-\tau_i)) \quad (32)$$

قسمت {۱} در نامعادله (۳۲) به صورت زیر مدیریت می گردد:

$$\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|e\|^2 \leq e^T \mathbf{Q} e \leq \lambda_{\max}(\mathbf{Q}) \|e\|^2 \quad (33)$$

بر اساس قضیه ۳، برای هر تابع نامعین مانند  $F(\bar{\chi}_i)$  برای  $i=1,2,\dots,n$ ، به ازای هر  $\varepsilon_F > 0$ ، رابطه زیر برقرار می گردد [۳۰]:

$$F(\bar{\chi}_i) = \hat{\theta}_F^T \varphi_F(\bar{\chi}_i) + \delta_F(\bar{\chi}_i) \quad (34)$$

$$\|\delta_F(\bar{\chi}_i)\| \leq \varepsilon_F$$

در (۴۴) می توان  $\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l)$  را به صورت زیر نوشت:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) = \sum_{i=1}^n s_i^2 w_{i1}^2(\chi_1) + \sum_{i=2}^n \sum_{l=2}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) \quad (45)$$

با جایگذاری معادله (۴۵) در (۴۴) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (3 + \frac{n(n+1)}{2}) \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 + \\ & + \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} [F_1 + s_1(K^2 - s_1^2) \underbrace{\sum_{i=1}^n w_{i1}^2(\chi_1)}_* + \frac{s_1^2}{2} w_{11}^2(\chi_1) \\ & + \rho \alpha_1 + \frac{5s_1}{4(K^2 - s_1^2)} \rho_{\max}^2 + \frac{3s_1}{2(K^2 - s_1^2)} - \dot{y}_d] \quad (46) \\ & + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} w_2^2 - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \dot{\theta}_1 - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} + \\ & \sum_{i=2}^n \sum_{l=2}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) + M \end{aligned}$$

در (۴۶) قسمتی که با علامت در زیر آن مشخص شده است، قسمت نامعین سیستم در این مرحله می باشد که می توان برای توابع نامعلوم سیستم بر اساس قضیه ۳ از تخمین فازی به صورت زیر استفاده کرد:

$$\delta_i = U_i(\bar{\chi}_i) - \hat{U}_i(\bar{\chi}_i | \theta_i^*) \quad (47)$$

که  $|\delta_i| \leq \delta_i^*$  و  $\delta_i^*$  یک ثابت است، بنابراین با جایگذاری (۴۷) در (۴۶)، نامعادله (۴۶) به صورت زیر بازنویسی می گردد:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (3 + \frac{n(n+1)}{2}) \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 + \\ & + \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} [\tilde{\theta}_1^T \varphi_1(\hat{\chi}_1) + \hat{\theta}_1^T \varphi_1(\hat{\chi}_1) + \delta_1 + \\ & \rho \alpha_1 + \frac{5s_1}{4(K^2 - s_1^2)} \rho_{\max}^2 + \frac{3s_1}{2(K^2 - s_1^2)} - \dot{y}_d] + \quad (48) \\ & + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} w_2^2 - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \dot{\theta}_1 - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} + \\ & \sum_{i=2}^n \sum_{l=2}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) + M \end{aligned}$$

با استفاده از نامساوی یانگ رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{s_1}{K^2 - s_1^2} \delta_1 \leq \frac{1}{2} \frac{s_1^2}{(K^2 - s_1^2)^2} + \frac{1}{2} \|\delta_1^*\|^2 \quad (49)$$

همچنین با جایگذاری (۴۹) در (۴۸) خواهیم داشت:

$$\frac{s_1}{K^2 - s_1^2} d_1 \leq \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} + \frac{d_1^{*2}}{2} \quad (42)$$

با جایگذاری روابط (۳۳) و (۳۶)-(۴۲) در (۳۲)، رابطه زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (3 + \frac{n(n+1)}{2}) \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 + \\ & + \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} [\rho \alpha_1 + F_1 - \dot{y}_d] + \\ & \underbrace{\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^i s_l^2 (t - \tau_i) w_{il}^2(\bar{\chi}_l(t - \tau_i))}_{**} + \\ & \frac{5s_1^2}{4(K^2 - s_1^2)^2} \rho_{\max}^2 + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} w_2^2 + \\ & \frac{s_1^2}{(K^2 - s_1^2)^2} + \underbrace{\frac{s_1^2(t - \tau_1)}{2} w_{11}^2(\chi_1(t - \tau_1))}_* \quad (43) \\ & - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \dot{\theta}_1 + \frac{s_1^2}{2} w_{11}^2(\chi_1) - \\ & \underbrace{\frac{s_1^2(t - \tau_1)}{2} w_{11}^2(\chi_1(t - \tau_1))}_* - \\ & \underbrace{\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^i s_l^2 (t - \tau_i) w_{il}^2(\bar{\chi}_l(t - \tau_i))}_{**} + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) + M \end{aligned}$$

که  $M = \|\mathbf{P}\|^2 \theta_F^* + \|\mathbf{P}\|^2 \varepsilon_F^2 + \|\mathbf{P}\|^2 \|D^*\|^2 + \frac{d_1^{*2}}{2}$  می باشد و قسمت هایی که با علامت یکسان مشخص شده اند، با هم برابر بوده و بنا بر مخالف بودن علامت قبلشان، با هم حذف می شوند. بنابراین می توان سیستم (۴۳) را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (3 + \frac{n(n+1)}{2}) \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 + \\ & + \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} [\rho \alpha_1 + F_1 - \dot{y}_d] + \\ & \frac{5s_1^2}{4(K^2 - s_1^2)^2} \rho_{\max}^2 + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} w_2^2 + \quad (44) \\ & \frac{s_1^2}{(K^2 - s_1^2)^2} - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \dot{\theta}_1 + \frac{s_1^2}{2} w_{11}^2(\chi_1) + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) + M \end{aligned}$$

که  $B_2(\cdot)$  تابعی از  $s_1$ ،  $s_2$ ،  $w_2$ ،  $\hat{\theta}_1$ ،  $y_d$  و  $\dot{y}_d$  می‌باشد.  
**گام دوم:** در مرحله دوم  $s_2 = \hat{\chi}_2 - z_2$  را تعریف کرده که مشتق آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$s_2 = \hat{\chi}_2 - z_2 = \hat{\chi}_3 + l_2(y - \hat{\chi}_1) - \dot{z}_2 \quad (57)$$

برای بررسی پایداری سیستم، در این مرحله، از تابع لیاپانوف زیر استفاده می‌شود:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}s_2^2 + \frac{1}{2}w_2^2 + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{\theta}_2^T\tilde{\theta}_2 \quad (58)$$

که  $\gamma_2$  یک ثابت مثبت برای طراحی کنترل کننده می‌باشد. مشتق تابع لیاپانوف را به دست آورده تا قوانین به روزرسانی و کنترل کننده‌های مجازی، در هر مرحله به دست آیند.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (3 + \frac{n(n+1)}{2})\|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 \\ & - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} + \frac{1}{2}w_2^2 + d(\rho N(\zeta) + 1)\zeta \\ & - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} + \frac{\sigma_1}{\gamma_1}\tilde{\theta}_1^T\hat{\theta}_1 + \sum_{i=2}^n \sum_{l=2}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) \\ & + s_2 \left( l_2(y - \hat{\chi}_1) + s_3 + \alpha_2 + w_3 + \frac{1}{2}s_2 - \dot{z}_2 \right) + \\ & w_2 \left( -\frac{w_2}{T_2} + B_2(\cdot) \right) - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\theta}_2^T\hat{\theta}_2 + M_1 \end{aligned} \quad (59)$$

در (59) می‌توان  $\sum_{i=2}^n \sum_{l=2}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l)$  را به صورت زیر نوشت:

$$\sum_{i=2}^n \sum_{l=2}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) = \sum_{i=3}^n \sum_{l=3}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) + \sum_{i=2}^n s_2^2 w_{i2}^2(\bar{\chi}_2) \quad (60)$$

با جایگذاری (60) در (59) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (3 + \frac{n(n+1)}{2})\|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 \\ & - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} + \frac{1}{2}w_2^2 + d(\rho N(\zeta) + 1)\zeta \\ & - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} + \frac{\sigma_1}{\gamma_1}\tilde{\theta}_1^T\hat{\theta}_1 + \sum_{i=3}^n \sum_{l=3}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) \\ & + s_2(s_3 + \alpha_2 + w_3 + l_2(y - \hat{\chi}_1) - \dot{z}_2 + \\ & \frac{1}{2}s_2 + s_2 \sum_{i=2}^n w_{i2}^2(\bar{\chi}_2)) + w_2 \left( -\frac{w_2}{T_2} + B_2(\cdot) \right) - \\ & \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\theta}_2^T\hat{\theta}_2 + M_2 \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (3 + \frac{n(n+1)}{2})\|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 \\ & + \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} [\rho \alpha_1 + \hat{\theta}_1^T \phi_1(\hat{\chi}_1) + \frac{5}{4} \rho_{\max}^2 \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} + \\ & \frac{2s_1}{(K^2 - s_1^2)} - \dot{y}_d] - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} + \\ & \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\theta}_1^T \left( \gamma_1 \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} \phi_1(\hat{\chi}_1) - \hat{\theta}_1 \right) + \\ & \sum_{i=2}^n \sum_{l=2}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) + \frac{1}{2}s_2^2 + \frac{1}{2}w_2^2 + M_1 \end{aligned} \quad (62)$$

که در  $M_1 = M + \frac{1}{2}\|\delta_1^*\|^2$  می‌باشد.

با استفاده از (50)،  $\alpha_1$  و  $\hat{\theta}_1$  طراحی می‌گردند که به ترتیب کنترل مجازی و پارامتر به روزرسانی در سیستم فازی برای گام اول می‌باشند.

$$\alpha_1 = N(\zeta) \begin{pmatrix} c_1 s_1 + \frac{5}{4} \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} \rho_{\max}^2 + \\ \frac{2s_1}{(K^2 - s_1^2)} - \dot{y}_d + \hat{\theta}_1^T \phi_1(\hat{\chi}_1) \end{pmatrix} \quad (63)$$

$$\zeta = \frac{s_1}{d(K^2 - s_1^2)} \begin{pmatrix} c_1 s_1 + \frac{5}{4} \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} \rho_{\max}^2 + \\ \frac{2s_1}{(K^2 - s_1^2)} - \dot{y}_d + \hat{\theta}_1^T \phi_1(\hat{\chi}_1) \end{pmatrix} \quad (64)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \frac{\gamma_1 s_1}{K^2 - s_1^2} \phi_1(\hat{\chi}_1) - \sigma_1 \hat{\theta}_1 \quad \hat{\theta}_1(0) = 0 \quad (65)$$

که  $c_1$ ،  $\sigma_1$  و  $d$  ثابت‌هایی مثبت هستند و ضریب  $\alpha_1$  در (50)،  $\rho$  می‌باشد که نامعلوم است بنابراین برای برطرف کردن مشکل طراحی  $\alpha_1$  که کنترل کننده مجازی در مرحله اول است، از تابع ناسبام استفاده می‌شود. با جایگذاری (51) - (53) در (50) داریم

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (3 + \frac{n(n+1)}{2})\|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 \\ & - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} + \frac{1}{2}w_2^2 + \frac{1}{2}s_2^2 + \\ & d(\rho N(\zeta) + 1)\zeta - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} + \\ & \frac{\sigma_1}{\gamma_1}\tilde{\theta}_1^T\hat{\theta}_1 + \sum_{i=2}^n \sum_{l=2}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) + M_1 \end{aligned} \quad (66)$$

$\alpha_1$  را از یک فیلتر مرتبه اول با ثابت زمانی  $T_2 > 0$  عبور می‌دهیم.

$$T_2 \dot{z}_2 + z_2 = \alpha_1 \quad z_2(0) = \alpha_1(0) \quad (67)$$

با تعریف  $w_2 = z_2 - \alpha_1$ ، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{z}_2 = -\frac{w_2}{T_2} \Rightarrow \dot{w}_2 = \dot{z}_2 - \dot{\alpha}_1 = -\frac{w_2}{T_2} + B_2(\cdot) \quad (68)$$



که  $c_2$  و  $\sigma_2$  ثابت‌های مثبت طراحی و  $\dot{z}_2 = -\frac{w_2}{T_2}$  می‌باشد.  
با قراردادن (۶۶) و (۶۷) در (۶۵)، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{V}_2 \leq - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (4 + \frac{n(n+1)}{2}) \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} - c_2 s_2^2 + \frac{1}{2} w_2^2 + \frac{1}{2} s_2^2 + \quad (68)$$

$$d(\rho N(\zeta) + 1) \zeta + \frac{\sigma_1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \hat{\theta}_1 + \sum_{i=3}^n \sum_{l=3}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) + M_2 + s_2(s_3 + w_3) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{T_2}) w_2^2 + w_2 B_2(\cdot) + \frac{\sigma_2}{\gamma_2} \tilde{\theta}_2^T \hat{\theta}_2$$

همچنین بایستی  $\alpha_2$ ، از یک فیلتر مرتبه اول با ثابت زمانی  $T_3 > 0$  عبور کند.

$$T_3 \dot{z}_3 + z_3 = \alpha_2 \quad z_3(0) = \alpha_2(0) \quad (69)$$

با تعریف  $w_3 = z_3 - \alpha_2$  داریم:

$$\dot{z}_3 = -\frac{w_3}{T_3} \Rightarrow \dot{w}_3 = \dot{z}_3 - \dot{\alpha}_2 = -\frac{w_3}{T_3} + B_3(\cdot) \quad (70)$$

که  $B_3(\cdot)$  تابعی از  $s_1$ ،  $s_2$ ،  $s_3$ ،  $w_2$ ،  $w_3$ ،  $\hat{\theta}_1$ ،  $\hat{\theta}_2$ ،  $\dot{\theta}_2$ ،  $\dot{\gamma}_d$ ،  $\dot{\gamma}_d$  و  $\ddot{\gamma}_d$  می‌باشد.

**گام  $m$ :** با در نظر گرفتن  $s_m = \hat{\chi}_m - z_m$  برای  $3 \leq m \leq n-1$ ، مراحل به دست آوردن کنترل کننده به صورت گام به گام پیش می‌رود.

$$\dot{s}_m = \dot{\hat{\chi}}_m - \dot{z}_m = \dot{\hat{\chi}}_{m+1} + l_m(y - \hat{\chi}_1) - \dot{z}_m \quad (71)$$

با استفاده از تعریف  $s_{m+1} = \hat{\chi}_{m+1} - z_{m+1}$  و  $w_{m+1} = z_{m+1} - \alpha_m$  رابطه (۷۱) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\dot{s}_m = l_m(y - \hat{\chi}_1) + s_{m+1} + w_{m+1} + \alpha_m - \dot{z}_m \quad (72)$$

همچون مراحل قبل،  $\alpha_m$  از یک فیلتر مرتبه اول زیر با ثابت زمانی  $T_{m+1} > 0$  عبور داده می‌شود.

$$T_{m+1} \dot{z}_{m+1} + z_{m+1} = \alpha_m \quad z_{m+1}(0) = \alpha_m(0) \quad (73)$$

با تعریف  $w_{m+1} = z_{m+1} - \alpha_m$  داریم:

$$\dot{z}_{m+1} = -\frac{w_{m+1}}{T_{m+1}} \quad (74)$$

$$\dot{w}_{m+1} = \dot{z}_{m+1} - \dot{\alpha}_m = -\frac{w_{m+1}}{T_{m+1}} + B_{m+1}(\cdot) \quad (75)$$

که  $B_{m+1}(\cdot)$  تابعی از  $s_1$ ،  $s_2$ ،  $s_{m+1}$ ،  $w_2$ ،  $w_{m+1}$ ،  $\hat{\theta}_1$ ،  $\hat{\theta}_2$ ،  $\dot{\theta}_2$ ،  $\dot{\gamma}_d$ ،  $\dot{\gamma}_d$  و  $\ddot{\gamma}_d$  می‌باشد. در این مرحله با تعریف تابع لیاپانوف زیر، پایداری سیستم بررسی می‌شود:

$$V_m = V_{m-1} + \frac{1}{2} s_m^2 + \frac{1}{2} w_m^2 + \frac{1}{2\gamma_m} \tilde{\theta}_m^T \tilde{\theta}_m \quad (76)$$

که  $\gamma_m > 0$  پارامتر طراحی می‌باشد، و با استفاده از مشتق تابع لیاپانوف، کنترل کننده مجازی و پارامتر طراحی به دست می‌آیند.

که  $s_2 \sum_{i=2}^n w_{i2}^2(\bar{\chi}_2)$  تابعی نامعین است. پس با استفاده از سیستم فازی تخمین زده می‌شود و  $\dot{z}_2 = -\frac{w_2}{T_2}$  می‌باشد، بنابراین (۶۱) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\dot{V}_2 \leq - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (3 + \frac{n(n+1)}{2}) \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} + \frac{1}{2} w_2^2 + d(\rho N(\zeta) + 1) \zeta - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} + \frac{\sigma_1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \hat{\theta}_1 + \sum_{i=3}^n \sum_{l=3}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) \quad (62)$$

با استفاده از نامساوی یانگ داریم:

$$s_2 \delta_2 \leq \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} \|\delta_2^*\|^2 \quad (63)$$

$$s_2 l_2 (y - \hat{\chi}_1) \leq \frac{l_2^2}{4} s_2^2 + \|e\|^2 \quad (64)$$

با جایگذاری (۶۳) و (۶۴) در (۶۲) داریم:

$$\dot{V}_2 \leq - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (4 + \frac{n(n+1)}{2}) \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} + d(\rho N(\zeta) + 1) \zeta - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} + \frac{\sigma_1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \hat{\theta}_1 + \sum_{i=3}^n \sum_{l=3}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) \quad (65)$$

$$+ s_2 \left( s_3 + \alpha_2 + w_3 - \dot{z}_2 + \left( \frac{1}{2} + \frac{l_2^2}{4} \right) s_2 + \hat{\theta}_2^T \varphi_2(\bar{\chi}_2) \right) + w_2 \left( -\frac{w_2}{T_2} + B_2(\cdot) \right) + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} w_2^2 + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_2^T \left( \gamma_2 \frac{s_1}{K^2 - s_2^2} \varphi_2(\bar{\chi}_2) - \dot{\theta}_2 \right) + M_2$$

$$. M_2 = M_1 + \frac{1}{2} \|\delta_2^*\|^2$$

با استفاده از (۶۵)، کنترل کننده مجازی و پارامتر به روزرسانی مربوط به گام دوم، به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\alpha_2 = -(c_2 + 0.5) s_2 - \hat{\theta}_2^T \varphi_2(\bar{\chi}_2) - \frac{l_2^2}{4} s_2 + \dot{z}_2 \quad (66)$$

$$\dot{\theta}_2 = \gamma_2 s_2 \varphi_2(\bar{\chi}_2) - \sigma_2 \hat{\theta}_2 \quad \hat{\theta}_2(0) = 0 \quad (67)$$

$$\alpha_m = -(c_m + 0.5)s_m - \theta_m^T \varphi_m(\bar{\chi}_m) - \frac{l_m^2}{4} s_m + \dot{z}_m \quad (۸۱)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_m = \gamma_m s_m \varphi_m(\bar{\chi}_m) - \sigma_m \hat{\theta}_m \quad \hat{\theta}_m(0) = 0 \quad (۸۲)$$

با جایگذاری (۸۱) و (۸۲) در (۸۰)، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_m \leq & - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (m+2 + \frac{n(n+1)}{2}) \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 \\ & - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} - \sum_{k=2}^m c_k s_k^2 + \\ & d(\rho N(\zeta) + 1) \zeta + \sum_{k=1}^m \frac{\sigma_k}{\gamma_k} \tilde{\theta}_k^T \hat{\theta}_k \\ & + \sum_{k=2}^m s_k s_{k+1} + \sum_{k=2}^m s_k w_{k+1} + \frac{1}{2} w_2^2 + \frac{1}{2} s_2^2 \\ & - \sum_{k=2}^m \left( \frac{1}{T_k} w_k^2 - w_k B_k(\cdot) \right) + M_m + \\ & \sum_{i=m+1}^n \sum_{l=m+1}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) \end{aligned} \quad (۸۳)$$

**گام nام:** در این مرحله با در نظر گرفتن  $s_n = \hat{\chi}_n - z_n$ ، آخرین گام برای طراحی کنترل کننده انجام می‌گیرد. سپس مشتق  $s_n$ ، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{s}_n = \dot{\hat{\chi}}_n - \dot{z}_n = l_n(y - \hat{\chi}_1) + u - \dot{z}_n \quad (۸۴)$$

با استفاده از تعریف تابع کاندید لیپانوف زیر، ضمن اثبات پایداری، کنترل کننده نیز برای سیستم به دست خواهد آمد:

$$V = V_{n-1} + \frac{1}{2} s_n^2 + \frac{1}{2} w_n^2 + \frac{1}{2\gamma_n} \tilde{\theta}_n^T \hat{\theta}_n \quad (۸۵)$$

که  $\gamma_n > 0$  پارامتر طراحی می‌باشد و مشتق تابع لیپانوف به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (n+1 + \frac{n(n+1)}{2}) \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 \\ & - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} - \sum_{k=2}^{n-1} c_k s_k^2 + \\ & d(\rho N(\zeta) + 1) \zeta + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\sigma_k}{\gamma_k} \tilde{\theta}_k^T \hat{\theta}_k + \sum_{k=2}^{n-1} s_k s_{k+1} + \\ & \sum_{k=2}^{n-1} s_k w_{k+1} + \frac{1}{2} w_2^2 + \frac{1}{2} s_2^2 - \sum_{k=2}^{n-1} \left( \frac{1}{T_k} w_k^2 - w_k B_k(\cdot) \right) \\ & + M_m + s_n \left( l_n(y - \hat{\chi}_1) + u - \dot{z}_n + \frac{s_n^2 w_{nn}^2(\bar{\chi}_n)}{\tilde{\theta}_n^T \varphi_n(\hat{\chi}_n) + \hat{\theta}_n^T \varphi_n(\bar{\chi}_n) + \delta_n} \right) \\ & + w_n \left( -\frac{w_n}{\tau_n} + B_n(\cdot) \right) - \frac{1}{\gamma_n} \tilde{\theta}_n^T \hat{\theta}_n \end{aligned} \quad (۸۶)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_m \leq & - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (m+1 + \frac{n(n+1)}{2}) \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 \\ & - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} - \sum_{k=2}^{m-1} c_k s_k^2 + \\ & d(\rho N(\zeta) + 1) \zeta + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\sigma_k}{\gamma_k} \tilde{\theta}_k^T \hat{\theta}_k + \sum_{k=2}^{m-1} s_k s_{k+1} \\ & + \sum_{k=2}^{m-1} s_k w_{k+1} + \frac{1}{2} w_2^2 + \frac{1}{2} s_2^2 - \sum_{k=2}^{m-1} \left( \frac{1}{T_k} w_k^2 - w_k B_k(\cdot) \right) \\ & + s_m \left( l_m(y - \hat{\chi}_1) + s_{m+1} + w_{m+1} + \alpha_m - \dot{z}_m \right. \\ & \left. + \hat{\theta}_m^T \varphi_m(\bar{\chi}_m) + \delta_m \right) - \frac{1}{T_m} w_m^2 + w_m B_m(\cdot) + \\ & \frac{1}{\gamma_m} \tilde{\theta}_m^T \left( \gamma_m s_m \varphi_m(\bar{\chi}_m) - \dot{\hat{\theta}}_m \right) + \\ & \sum_{i=m+1}^n \sum_{l=m+1}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) + M_{m-1} \end{aligned} \quad (۷۷)$$

که  $c_m, \gamma_m$  و  $\sigma_m$  برای  $3 \leq m \leq n-1$  ثابت‌هایی مثبت جهت طراحی می‌باشند. با استفاده از نامساوی یانگ داریم:

$$s_m \delta_m \leq \frac{1}{2} s_m^2 + \frac{1}{2} \|\delta_m^*\|^2 \quad (۷۸)$$

$$s_m l_m (y - \hat{\chi}_1) \leq \frac{l_m^2}{4} s_m^2 + \|e\|^2 \quad (۷۹)$$

با جایگذاری (۷۸) و (۷۹) در (۷۷) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_m \leq & - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (m+2 + \frac{n(n+1)}{2}) \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 \\ & - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} - \sum_{k=2}^{m-1} c_k s_k^2 + \\ & d(\rho N(\zeta) + 1) \zeta + \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\sigma_k}{\gamma_k} \tilde{\theta}_k^T \hat{\theta}_k + \sum_{k=2}^{m-1} s_k s_{k+1} \\ & + \sum_{k=2}^{m-1} s_k w_{k+1} + \frac{1}{2} w_2^2 + \frac{1}{2} s_2^2 - \sum_{k=2}^{m-1} \left( \frac{1}{T_k} w_k^2 - w_k B_k(\cdot) \right) + \\ & + s_m \left( \frac{l_m^2}{4} s_m + s_{m+1} + w_{m+1} + \alpha_m - \dot{z}_m + \right. \\ & \left. \hat{\theta}_m^T \varphi_m(\bar{\chi}_m) + \frac{1}{2} s_m \right) \\ & - \frac{1}{T_m} w_m^2 + w_m B_m(\cdot) + \frac{1}{\gamma_m} \tilde{\theta}_m^T \left( \gamma_m s_m \varphi_m(\bar{\chi}_m) - \dot{\hat{\theta}}_m \right) + \\ & \sum_{i=m+1}^n \sum_{l=m+1}^i s_l^2 w_{il}^2(\bar{\chi}_l) + M_m \end{aligned} \quad (۸۰)$$

$$M_m = M_{m-1} + \frac{1}{2} \|\delta_m^*\|^2$$

در نهایت کنترل کننده مجازی و پارامتر طراحی مربوط به این مرحله نیز به دست می‌آیند.

$$s_k s_{k+1} \leq \frac{1}{2} s_k^2 + \frac{1}{2} s_{k+1}^2 \Rightarrow \sum_{k=2}^{n-1} s_k s_{k+1} \leq$$

$$\sum_{k=2}^{n-1} \frac{1}{2} s_k^2 + \frac{1}{2} s_{k+1}^2 = \quad (93)$$

$$\left( \frac{1}{2} s_2^2 + \dots + \frac{1}{2} s_{n-1}^2 \right) + \left( \frac{1}{2} s_3^2 + \dots + \frac{1}{2} s_{n-1}^2 + \frac{1}{2} s_n^2 \right)$$

$$s_k w_{k+1} \leq \frac{1}{2} s_k^2 + \frac{1}{2} w_{k+1}^2 \Rightarrow \sum_{k=2}^{n-1} s_k w_{k+1} \leq$$

$$\sum_{k=2}^{n-1} \frac{1}{2} s_k^2 + \frac{1}{2} w_{k+1}^2 = \quad (94)$$

$$\left( \frac{1}{2} s_2^2 + \dots + \frac{1}{2} s_{n-1}^2 \right) + \left( \frac{1}{2} w_3^2 + \dots + \frac{1}{2} w_{n-1}^2 + \frac{1}{2} w_n^2 \right)$$

با جایگذاری (۹۳) و (۹۴) در (۹۲) داریم:

$$\dot{V} \leq - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (n+2) + \frac{n(n+1)}{2} \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} - \sum_{k=2}^{n-1} (c_k - \frac{3}{2}) s_k^2 \quad (95)$$

$$- (c_n - \frac{1}{2}) s_n^2 + d(\rho N(\zeta) + 1) \zeta + \sum_{k=1}^n \frac{\sigma_k}{\gamma_k} \tilde{\theta}_k^T \hat{\theta}_k$$

$$- \sum_{k=2}^n \left( \frac{1}{T_k} - \frac{1}{2} \right) w_k^2 + \sum_{k=2}^n |B_k(\cdot) w_k| + M_n$$

تعریف ۴ [۱۶]:

اگر  $A' = \left\{ \sum_{k=3}^n s_k^2 + \sum_{k=1}^n \frac{1}{\gamma_k} \tilde{\theta}_k^T \tilde{\theta}_k + \sum_{k=2}^n w_k^2 + e^T P e \leq 2p \right\}$  باشد، و

$B_k$  یک تابع پیوسته باشد، و یک ثابت مثبت  $H_k$  در مجموعه بسته  $A'$  وجود داشته باشد، آنگاه  $|B_k(\cdot)| \leq H_k$  خواهد بود. با استفاده از نامساوی یانگ داریم:

$$|B_k(\cdot) w_k| \leq \frac{w_k^2 H_k^2(\cdot)}{2\pi} + 2\pi, \quad \pi > 0 \quad (96)$$

$$\tilde{\theta}_k^T \hat{\theta}_k \leq -\frac{1}{2} \tilde{\theta}_k^T \tilde{\theta}_k + \frac{1}{2} \theta_k^{*T} \theta_k^*, \quad k=1, \dots, n \quad (97)$$

که  $\pi > 0$  یک پارامتر طراحی می‌باشد و با جایگذاری (۹۶) و (۹۷) در (۹۵)، رابطه (۹۸) را داریم که

$$D = \sum_{k=1}^n \frac{\sigma_k}{2\gamma_k} \theta_k^{*T} \theta_k^* + M_n + 2\pi(n-1) \quad (98)$$

و همچنین  $Q$ ،  $c_k$  برای  $q = (n+2) + \frac{n(n+1)}{2} \|\mathbf{P}\|^2$  می‌باشند.  $\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - q > 0$  باید به گونه‌ای طراحی شوند که  $k=1, \dots, n$  و  $T_k$

$$\frac{1}{T_k} - \frac{1}{2} - \frac{H_k^2(\cdot)}{2\pi} > 0, \quad k=2, \dots, n \quad (99)$$

$$c_k - \frac{3}{2} > 0, \quad k=2, \dots, n-1 \quad (100)$$

همچون مراحل قبل به جای تابع نامعلوم در (۸۶)، تخمین فازی جایگذاری می‌شود که با استفاده از نامساوی یانگ داریم:

$$s_n \delta_n \leq \frac{1}{2} s_n^2 + \frac{1}{2} \|\delta_n^*\|^2 \quad (87)$$

$$s_n l_n (y - \hat{\chi}_1) \leq \frac{l_n^2}{4} s_n^2 + \|e\|^2 \quad (88)$$

با جایگذاری (۸۷) و (۸۸) در (۸۶) می‌توان (۸۶) را به صورت زیر نوشت:

$$\dot{V} \leq - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (n+2) + \frac{n(n+1)}{2} \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} - \sum_{k=2}^{n-1} c_k s_k^2 + d(\rho N(\zeta) + 1) \zeta + \sum_{k=1}^n \frac{\sigma_k}{\gamma_k} \tilde{\theta}_k^T \hat{\theta}_k + \sum_{k=2}^{n-1} s_k s_{k+1} + \quad (89)$$

$$\sum_{k=2}^{n-1} s_k w_{k+1} + \frac{1}{2} w_2^2 + \frac{1}{2} s_2^2 - \sum_{k=2}^{n-1} \left( \frac{1}{T_k} w_k^2 - w_k B_k(\cdot) \right) +$$

$$s_n \left( \frac{l_n^2}{4} + u - \dot{z}_n + \hat{\theta}_n^T \varphi_n(\bar{\chi}_n) + \frac{1}{2} s_n \right) +$$

$$w_n \left( -\frac{w_n}{\tau_n} + B_n(\cdot) \right) + \frac{1}{\gamma_n} \tilde{\theta}_n^T \left( \gamma_n s_n \varphi_n(\bar{\chi}_n) - \dot{\hat{\theta}}_n \right) + M_m$$

با توجه به (۸۹)، می‌توان کنترل کننده و پارامتر به روزرسانی را به صورت زیر طراحی نمود:

$$u = -(c_n + 0.5) s_n - \hat{\theta}_n^T \varphi_n(\bar{\chi}_n) - \frac{l_n^2}{4} s_n + \dot{z}_n \quad (90)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_n = \gamma_n s_n \varphi_n(\bar{\chi}_n) - \sigma_n \hat{\theta}_n, \quad \hat{\theta}_n(0) = 0 \quad (91)$$

که  $c_n$ ،  $\sigma_n$  ثابت‌هایی مثبت هستند و با جایگذاری (۹۰) و (۹۱) در (۸۹)، مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\dot{V} \leq - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - (n+2) + \frac{n(n+1)}{2} \|\mathbf{P}\|^2 \right) \|e\|^2 - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} - \sum_{k=2}^n c_k s_k^2 + d(\rho N(\zeta) + 1) \zeta + \sum_{k=1}^n \frac{\sigma_k}{\gamma_k} \tilde{\theta}_k^T \hat{\theta}_k \quad (92)$$

$$+ \underbrace{\sum_{k=2}^{n-1} s_k s_{k+1}}_{\{9\}} + \underbrace{\sum_{k=2}^{n-1} s_k w_{k+1}}_{\{10\}} +$$

$$\frac{1}{2} w_2^2 + \frac{1}{2} s_2^2 - \sum_{k=2}^n \left( \frac{1}{T_k} w_k^2 - w_k B_k(\cdot) \right) + M_n$$

$$. M_n = M_{n-1} + \frac{1}{2} \|\delta_n^*\|^2 \quad (101)$$

با استفاده از نامساوی یانگ، قسمت‌های {۹} و {۱۰} در نامساوی (۹۲) را به ترتیب به صورت زیر بسط می‌دهیم:

می‌گردد. این کنترل کننده غیرخطی فازی-تطبیقی پیشنهاد شده بر اساس رویت گر، تضمین می‌کند که حالت‌های سیستم حلقه بسته محدود بوده و خروجی، ورودی مرجع را به خوبی دنبال می‌کند به صورتی که خطای دنبال کردن پایدار یکنواخت محدود شبه فراگیر می‌باشد (SGUUB).

**اثبات:** با توجه به فرمول‌های بیان شده اثبات قضیه کاملاً سراسر است می‌باشد. ■

## ۵- نتایج شبیه سازی

در این بخش، تأثیر روش پیشنهادی و عملکرد کنترل کننده بر روی سه سیستم فیدبک صریح مورد بررسی قرار گرفته است، که سیستم ۱، سیستمی عددی و سیستم ۲ و ۳، سیستم‌هایی کاربردی می‌باشند.

### ۵-۱- مثال ۱

در این مثال، عملکرد روش بیان شده در مقاله، بر روی یک سیستم عددی فیدبک صریح که دارای ضریب کنترلی نامعلوم نیز می‌باشد، نشان داده شده است [۳۱].

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 0.1x_1 e^{-0.5x_1^2} \cos(x_1) + \frac{x_1^3(t-\tau_1)}{1+x_1^2(t-\tau_1)} + d_1(t) \\ \dot{x}_2 = \rho u + x_2 \sin\left(\frac{0.2}{1+x_1^2}\right) + \frac{x_1^4(t-\tau_2)\sin(x_2)}{1+x_1^2(t-\tau_2)} + d_2(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (104)$$

که  $d_1$  و  $d_2$  اغتشاش می‌باشند که به صورت ورودی پله پس از ۵ ثانیه به سیستم اعمال می‌گردند و  $q_1(t-\tau_1) = \frac{x_1^3(t-\tau_1)}{1+x_1^2(t-\tau_1)}$  و  $q_2(t-\tau_2) = \frac{x_1^4(t-\tau_2)\sin(x_2)}{1+x_1^2(t-\tau_2)}$  توابع تأخیردار می‌باشند. سیگنال مرجع به صورت  $y_d(t) = 0.5(\sin(t) + \cos(2t))$  تعیین شده است. توابع عضویت نیز به صورت زیر می‌باشند:

$$\mu_{F_i^l}(\hat{x}_i) = \exp\left[-\frac{(\hat{x}_i - 6 + 2l)}{2}\right], \quad l = 1, 2, \dots, 6 \quad (105)$$

همچنین تابع پایه فازی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi_{i,l}(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = \frac{\mu_{F_i^l}(\hat{x}_1)\mu_{F_i^l}(\hat{x}_2)}{\sum_{l=1}^6 \mu_{F_i^l}(\hat{x}_1)\mu_{F_i^l}(\hat{x}_2)} \quad (106)$$

$l = 1, 2, \dots, 6 \quad i = 1, 2$

**یادآوری ۱:** توابع عضویت استفاده شده در این مقاله، توابع گوسی می‌باشند که علت اصلی استفاده از این تابع این است که علاوه بر هموار بودن، پیوسته نیز می‌باشد.

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -(\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - q)\|e\|^2 \\ & - \frac{c_1 s_1^2}{K^2 - s_1^2} - \frac{s_1^2}{2(K^2 - s_1^2)^2} - \sum_{k=2}^{n-1} (c_k - \frac{3}{2})s_k^2 \\ & - (c_n - \frac{1}{2})s_n^2 + d(\rho N(\zeta) + 1)\zeta^2 - \sum_{k=1}^n \frac{\sigma_k}{2\gamma_k} \tilde{\theta}_k^T \tilde{\theta}_k \end{aligned} \quad (98)$$

$$\begin{aligned} & - \sum_{k=2}^n \left(\frac{1}{T_k} - \frac{1}{2} - \frac{H_k^2(\cdot)}{2\pi}\right) w_k^2 + D \\ C = \min & \left\{ 2 \frac{(\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - q)}{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}, 2c_1, 2(c_k - \frac{3}{2}), 2(c_n - \frac{1}{2}), \right. \\ & \left. \frac{\sigma_1}{\gamma_1}, \frac{\sigma_2}{\gamma_2}, \dots, \frac{\sigma_n}{\gamma_n}, 2 \left( \frac{1}{T_k} - \frac{1}{2} - \frac{H_k^2(\cdot)}{2\pi} \right) \right\}, k = 2, \dots, n-1 \end{aligned}$$

اگر (۹۸) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{V} \leq -C(V - V_Q) + d(\rho N(\zeta) + 1)\zeta^2 + D \quad (99)$$

که  $D$  مقداری ثابت است، و  $V_Q$  تابع لیاپانوف کراسوفسکی می‌باشد، که  $CV_Q$  یک مقدار مثبت است، پس داریم:

$$\dot{V} \leq -CV + d(\rho N(\zeta) + 1)\zeta^2 + D \quad (100)$$

با ضرب کردن طرفین معادله (۱۰۰) در  $e^{Ct}$  داریم:

$$\frac{d}{dt}(Ve^{Ct}) \leq d(\rho N(\zeta) + 1)\zeta^2 e^{Ct} + De^{Ct} \quad (101)$$

با انتگرال گیری از هر دو سمت در (۱۰۱)، داریم:

$$Ve^{Ct} \leq \int_0^t d(\rho N(\zeta) + 1)\zeta^2 e^{Ct} dt + \int_0^t De^{Ct} dt \quad (102)$$

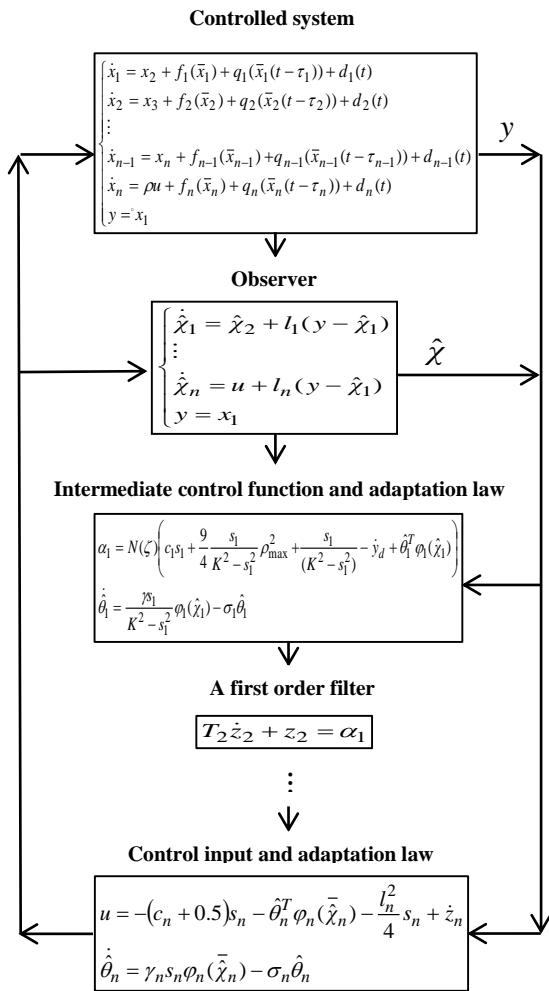
بر اساس قضیه ۱،  $\int_0^t d(\rho N(\zeta) + 1)\zeta^2 e^{Ct} dt$  در بازه  $[0, t_f]$  محدود می‌باشد، بنابراین رابطه  
 $D_{\max} = \max_{t \in [0, t_f]} \int_0^t d(\rho N(\zeta) + 1)\zeta^2 e^{Ct} dt$  قابل تعریف می‌باشد، پس داریم:

$$0 \leq V(t) \leq (D_{\max} + V(0) - \frac{D}{C})e^{-Ct} + \frac{D}{C} \quad (103)$$

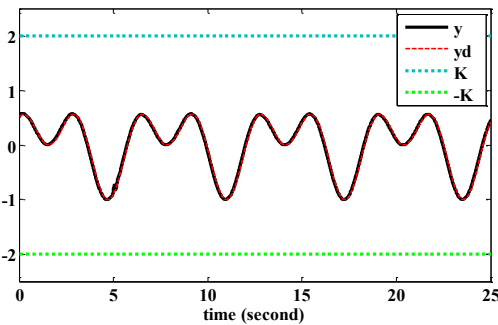
که برای تحقق مسئله،  $\frac{D}{C}$  به اندازه کافی کوچک می‌باشد.

معادله (۱۰۳) نشان می‌دهد که سیستم حلقه بسته، پایدار یکنواخت محدود شبه فراگیر می‌باشد (SGUU) و خروجی سیستم، ورودی مرجع را به خوبی دنبال می‌کند، یعنی  $|y - y_d|$  محدود می‌ماند و با در نظر گرفتن تابع محدود کننده، خروجی سیستم در محدوده مورد نظر باقی می‌ماند. بر اساس فرمول‌های ذکر شده در مقاله، در نهایت می‌توانیم تئوری زیر را بیان کنیم.

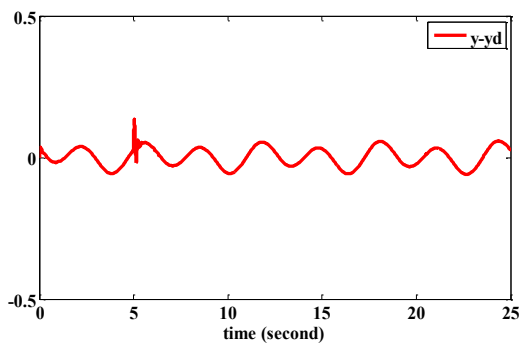
**قضیه:** یک سیستم غیرخطی نامعین فیدبک صریح تأخیردار که دارای ضریب کنترلی نامعین می‌باشد و اغتشاش نیز به آن وارد می‌شود را در نظر می‌گیریم. با استفاده از قانون کنترل (۲۵) و قوانین تطبیقی به روزرسانی در هر مرحله (۲۴)، برای سیستم، کنترل کننده طراحی



شکل ۱: بلوک دیاگرام کنترل سیستم (۱۱)



شکل ۲: خروجی و ورودی مرجع برای  $\rho = -10$



شکل ۳:  $y - y_d$  برای  $\rho = -10$

بر اساس نتایج به دست آمده کنترل کننده مجازی، قانون کنترل و پارامترهای به روزرسانی به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\alpha_1 = N(\zeta) \left( \begin{array}{c} c_1 s_1 + \frac{5}{4} \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} \rho_{\max}^2 + \\ \frac{2s_1}{(K^2 - s_1^2)} - \dot{y}_d + \hat{\theta}_1^T \varphi_1(\hat{\chi}_1) \end{array} \right) \quad (10.7)$$

$$\zeta = \frac{s_1}{d(K^2 - s_1^2)} \left( \begin{array}{c} c_1 s_1 + \frac{5}{4} \frac{s_1}{K^2 - s_1^2} \rho_{\max}^2 + \\ \frac{2s_1}{(K^2 - s_1^2)} - \dot{y}_d + \hat{\theta}_1^T \varphi_1(\hat{\chi}_1) \end{array} \right) \quad (10.8)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = -\frac{\gamma_1 s_1}{K^2 - s_1^2} \varphi_1(\hat{\chi}_1) - \sigma_1 \hat{\theta}_1 \quad \hat{\theta}_1(0) = 0 \quad (10.9)$$

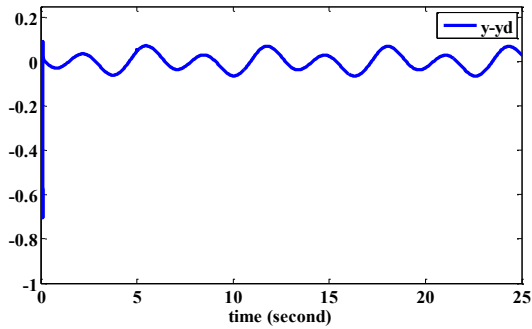
$$u = -(c_2 + 0.5)s_2 - \hat{\theta}_2^T \varphi_2(\hat{\chi}_2) - \frac{l_2^2}{4} s_2 + \dot{z}_2 \quad (11.0)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \gamma_2 s_2 \varphi_2(\hat{\chi}_2) - \sigma_2 \hat{\theta}_2 \quad \hat{\theta}_2(0) = 0 \quad (11.1)$$

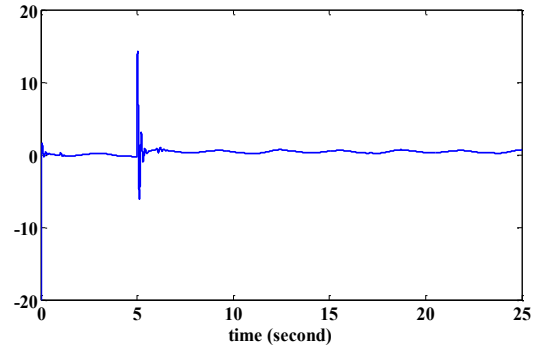
که  $c_r = 2$ ،  $d = 0.2$ ،  $c_r = 15$ ،  $c_1 = 15$ ،  $l_r = 7$ ،  $l_1 = 13$ ،  $\rho_{\max} = 12$ ،  $\sigma_r = 0.2$ ،  $\sigma_1 = 0.2$ ،  $\gamma_r = 1$ ،  $\gamma_1 = 1$ ،  $T_1 = 0.1$  و  $\tau_1 = 1$ ،  $\tau_r = 1$  و شرایط اولیه به صورت  $(\hat{\chi}_1(0), \hat{\chi}_r(0)) = (0.5, 0.5)$ ،  $(x_1(0), x_r(0)) = (0.5, 0.5)$  می باشند و سایر شرایط اولیه صفر در نظر گرفته شده است. شکل ۱ دیاگرام بلوکی مثال ۱ را نشان می دهد.

**یادآوری ۲:** امروزه پیاده سازی این روش با استفاده از پروسورهای قوی امکان پذیر می باشد و با وجود اثبات طولانی جهت به دست آوردن کنترل کننده، پیاده سازی روش ساده بوده و زمان اجرای برنامه نیز کم می باشد. **یادآوری ۳:** در روش پس گام در هر مرحله از مشتقات استفاده می شود که حضور این مشتقات پی در پی حجم محاسبات را زیاد کرده است به طوری که در هر مرحله باید از کنترل کننده مجازی که در مرحله قبل به دست آمده جهت به دست آوردن کنترل کننده مرحله بعدی مشتق گرفت که تعداد مشتقات با در نظر گرفتن  $n$  مرحله،  $n-1$  می باشد. اما در روش کنترل سطح دینامیکی از مشتق استفاده نمی شود و در واقع در هر مرحله کنترل کننده از یک فیلتر مرتبه اول عبور کرده که نیاز به مشتق را از بین می برد.

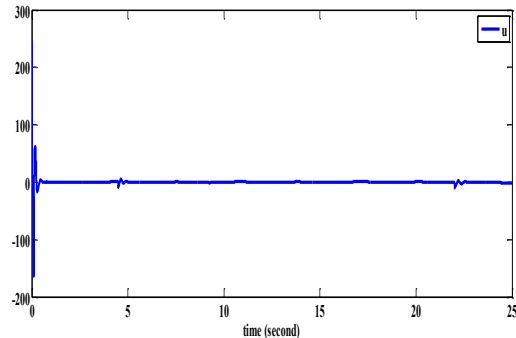
نتایج شبیه سازی برای  $\rho = -10$  در شکل های ۲ الی ۵ نشان داده شده اند. همان طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، خروجی سیستم با وجود اعمال اغتشاش پله در لحظه ۵ به سیستم، می تواند به خوبی خروجی مرجع را دنبال کرده بدون اینکه از محدوده های مجاز خارج شود. همچنین شکل های ۳ و ۴ نشان می دهند که خطای دنبال کردن و سیگنال کنترل محدود بوده و کنترل کننده طراحی شده قابل اعمال می باشد. شکل ۵ حالت  $x_1$  و تخمین رویت گر آن را نشان می دهد و همان گونه از شکل مشخص است، علاوه بر محدود ماندن، تخمینی از  $x_1$  را نشان می دهد.



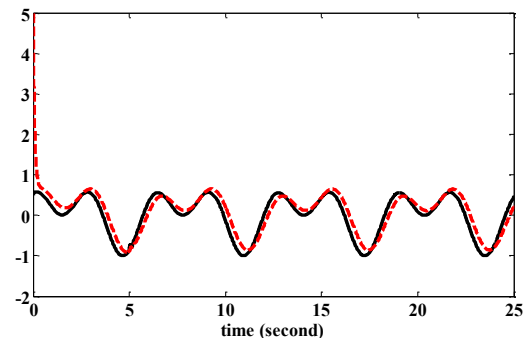
شکل ۷:  $y - y_d$  برای  $\rho = 10$



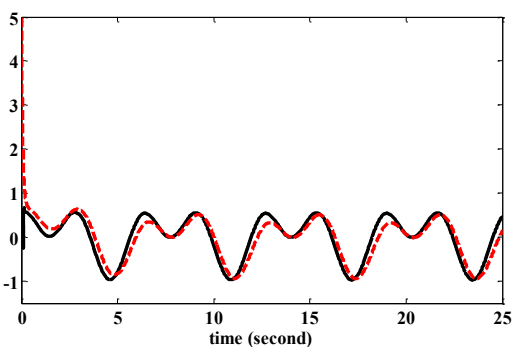
شکل ۴: قانون کنترل برای  $\rho = -10$



شکل ۸: قانون کنترل برای  $\rho = 10$

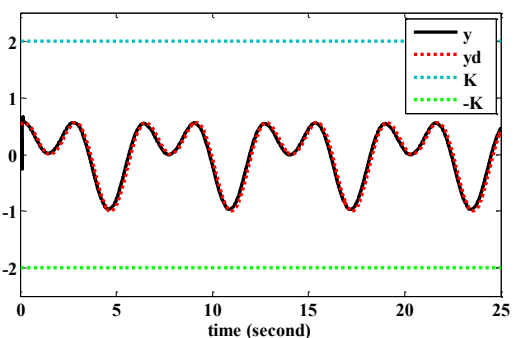


شکل ۵:  $x_1$  (خط توپر) و تخمین رویت گر آن (خط چین) برای  $\rho = -10$



شکل ۹:  $x_1$  (خط توپر) و تخمین رویت گر آن (خط چین) برای  $\rho = 10$

همچنین برای بررسی عملکرد کنترل کننده با تغییر بهره، نتایج شبیه سازی با پارامترهای مشابه و برای  $\rho = 10$  در شکل های ۶ الی ۹ نشان داده شده اند. نتایج شبیه سازی در این مرحله نیز نشان می دهد که عملکرد کنترل کننده قابل قبول بوده و سیگنال های خروجی و خطا محدود خواهند بود. همچنین سیگنال خروجی از محدوده مجاز تعریف شده خارج نخواهد شد.



شکل ۶: خروجی و ورودی مرجع برای  $\rho = 10$

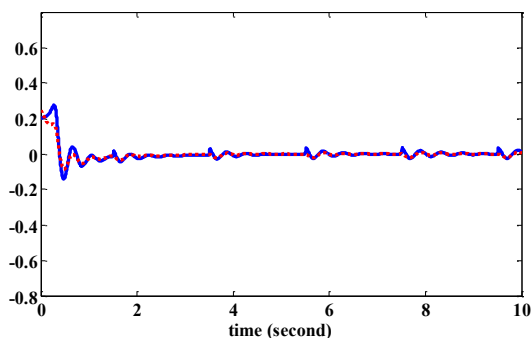
## ۲-۲-۵ مثال ۲

در این مثال، سیستم مورد بررسی یک راکتور شیمیایی تأخیردار است که دارای معادله دینامیکی زیر می باشد [۳۷]:

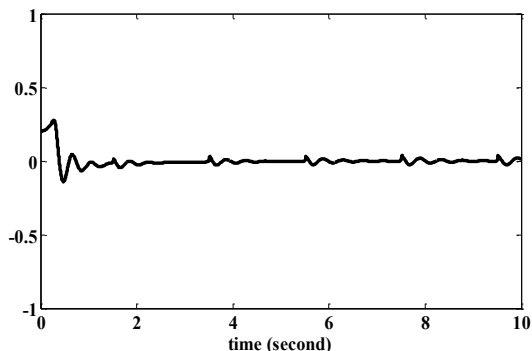
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{\theta_1}x_1 - k_1x_1 + \frac{1-R_2}{v_1}x_2 + q_1(t-\tau_1) + d_1(t) \\ \dot{x}_2 = \frac{f}{v_2}u - \frac{1}{\theta_2}x_2 - k_2x_2 + \frac{R_1}{v_2}x_1(t-\tau_2) + q_2(t-\tau_2) + d_2(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (112)$$

که  $x_1$  و  $x_2$  درصد ترکیبات و  $R_1$  و  $R_2$  سرعت جریان بازگشتی می باشند.  $\theta_i$  مدت زمانی است که قطرات کوچک سوخت در محفظه احتراق توربین گاز می ماند و  $k_i$  ثابت راکتور می باشد.  $f$  سرعت چرخش راکتور و  $V_i$  حجم راکتور می باشد.  $q_1$  و  $q_2$  توابع غیرخطی نامعین

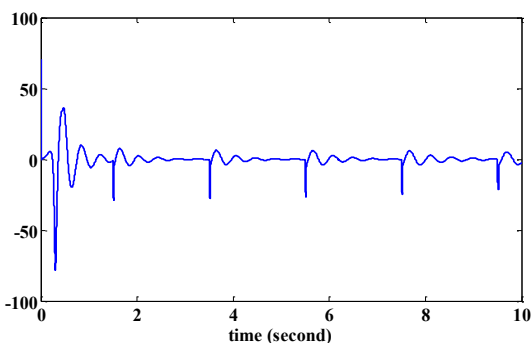
با توجه به نتایج شبیه سازی می توان گفت، اگرچه سیستم مورد نظر دارای حالات غیرقابل اندازه گیری، توابع غیرخطی نامعین، توابع غیرخطی تأخیردار، ضریب کنترلی نامعین بوده و اغتشاش به صورت پله به سیستم اعمال می گردد، اما کنترل کننده فازی-تطبیقی مورد نظر، پایداری سیستم را تضمین نموده است و خروجی سیستم علی رغم محدود ماندن، ورودی مرجع را به خوبی دنبال می کند.



شکل ۱۱:  $x_1$  (خط توپر) و تخمین آن (خط چین) برای  $\rho=1$



شکل ۱۲:  $y - y_d$  برای  $\rho=1$



شکل ۱۳: قانون کنترل برای  $\rho=1$

همچنین برای بررسی عملکرد کنترل کننده با تغییر بهره نیز، شبیه سازی با پارامترهای مشابه و برای  $\rho = -1$  نتایج مشابهی را نشان می دهد که به علت حجم زیاد مقاله از آوردن آن ها اجتناب کرده ایم.

### ۳-۵- مثال ۳

در این مثال، مدل یک brusselator کنترل شده با اغتشاش خارجی مورد بررسی قرار می گیرد [۳۸]. مدل معروف ترین مدل های نوسانی غیرخطی در سینتیک شیمیایی است که دینامیک سیستم به فرم (۱۱۵) می باشد.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = C - (D+1)x_1 + x_1^2 x_2 + d_1 + h_1(x_1(t-\tau_1)) \\ \dot{x}_2 = \rho u + Dx_1 - x_1^2 x_2 + d_2 + h_2(x_2(t-\tau_2)) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (115)$$

که  $x_1$  و  $x_2$  غلظت واکنش دهنده ها می باشد.  $C, D > 0$  پارامترهای توصیف کننده موجودی مواد شیمیایی در مخازن می باشند.  $u$  ورودی

تأخیردار می باشند و  $d_1$  و  $d_2$  اغتشاش است که پس از  $1/5$  ثانیه به سیستم اعمال می گردد که به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$d_1 = d_2 = \begin{cases} 0 & 0 < t < 1.5 \\ 2 & 1.5 < t < 3.5 \\ 0 & 3.5 < t < 5 \\ \vdots & \end{cases} \quad (113)$$

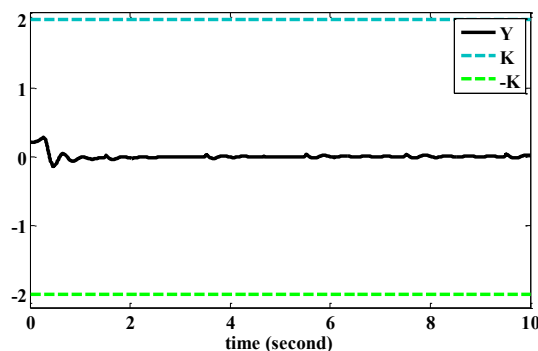
در سیستم مورد بررسی  $R_1 = -0.5$ ،  $R_2 = 0.5$ ،  $V_1 = 0.5$ ،  $f = 2/5$ ،  $\theta_1 = 2$ ،  $q_1(t-\tau_1) = 0.5 \sin(t-\tau_1)$ ،  $q_2(t-\tau_2) = 0.5 \sin(t-\tau_2)$  در صورتی که ضریب کنترلی نامعلوم باشد می توان (۱۱۲) را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - 0.8x_1 + 0.5 \sin(t)x_1^2(t-\tau_1) + d_1(t) \\ \dot{x}_2 = \rho u - 0.8x_2 + x_1(t-\tau_2) + 0.5 \sin(t)x_1^3(t-\tau_2) + d_2(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (114)$$

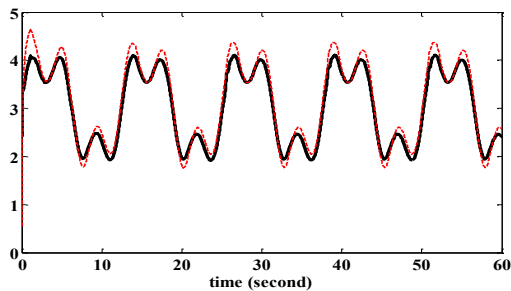
با استفاده از معادلات (۱۰۵)-(۱۱۱)، می توان برای سیستم، کنترل کننده مناسب را طراحی نمود.

که  $\rho_{max} = 2$ ،  $K = 2$ ،  $d = 0.2$ ،  $c_2 = 1$ ،  $c_1 = 2$ ،  $l_2 = 13$ ،  $l_1 = 7$ ،  $\tau_1 = 1$ ،  $T_1 = 0.1$ ،  $\rho = \pm 1$ ،  $\sigma_2 = 0.2$ ،  $\sigma_1 = 0.2$ ،  $\gamma_2 = 1$ ،  $\gamma_1 = 1$ ،  $(x_1(0), x_2(0)) = (0.2, 0.2)$  و شرایط اولیه به صورت  $(\hat{x}_1(0), \hat{x}_2(0)) = (0.5, 0.5)$  می باشند و سایر شرایط اولیه صفر در نظر گرفته شده است.

نتایج شبیه سازی برای  $\rho=1$  در شکل های ۱۰ الی ۱۳ نشان داده شده اند. همان طور که در شکل ۱۰ نشان داده شده است، خروجی سیستم با وجود اعمال اغتشاش پس از  $1/5$  ثانیه به سیستم، می تواند به خوبی خروجی مرجع را دنبال کرده بدون اینکه از محدوده های مجاز خارج شود. شکل ۱۱  $x_1$  و حالت رویت گر آن را نشان می دهد و همان گونه که از شکل مشخص است، محدود می باشد. همچنین شکل های ۱۲ و ۱۳ نشان می دهند که خطای دنبال کردن و سیگنال کنترل محدود بوده و کنترل کننده طراحی شده قابل اعمال می باشد.



شکل ۱۴: خروجی و ورودی مرجع برای  $\rho=1$



شکل ۱۷:  $x_1$  (خط توپر) و تخمین رویت گر آن (خط چین) برای  $\rho=1/2$

### ۶- نتیجه گیری

در این مقاله، کنترل کننده فازی-تطبیقی بر اساس کنترل سطح دینامیکی که مبتنی بر روش پس گام می باشد، برای دسته ای از سیستم های غیر خطی فیدبک صریح مطرح شده است. این کنترل کننده مزیتی که نسبت به روش پس گام دارد، عدم حضور مشتقات در طراحی کنترل کننده می باشد. همچنین نشان داده شد که حالت های سیستم مورد بررسی غیر قابل اندازه گیری بوده که برای رفع این مشکل از رویت گر استفاده گردید که در نهایت برای حالت های رویت گر کنترل کننده طراحی گردیده است. البته اگر حالت های سیستم در دسترس باشند طراحی کنترل کننده با دقت بیشتری صورت می گیرد و در نتیجه خطای دنبال کردن ورودی مرجع کاهش خواهد یافت.

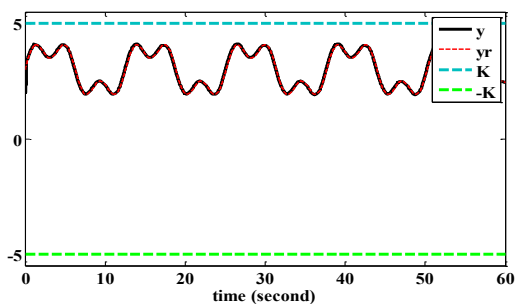
همچنین سیستم مورد بررسی دارای ضریب کنترلی نامعلوم و ترم های غیر خطی تأخیر دار نامعین و اغتشاش نیز می باشد، که با ترکیبی از روش کنترل سطح دینامیکی با تابع ناسبام برای سیستم با ضریب کنترلی نامعین، کنترل کننده طراحی شد و با استفاده از تابع لیاپانوف کراسوفسکی، پایداری سیستم حلقه بسته در حضور توابع نامعین تأخیر دار، تضمین گردید. از آنجایی که سیستم مورد بررسی دارای ترم های نامعین می باشد از روش منطق فازی استفاده گردید که تخمینی از ترم های نامعین را به دست می آورد. در نهایت مثال های شبیه سازی شده، میزان کارایی روش را نشان می دهند. البته روش پیشنهادی در کنار مزیت ها و کارایی آن دارای معایبی نیز می باشد از جمله اینکه انتخاب تابع عضویت در شبیه سازی ها نیازمند به دانش فردی خیره می باشد و طراحی کنترل کننده دارای تعداد زیادی پارامتر طراحی می باشد که بایستی توسط طراح تعیین شوند. همچنین پایداری سیستم از نوع شبه فراگیر می باشد.

### مراجع

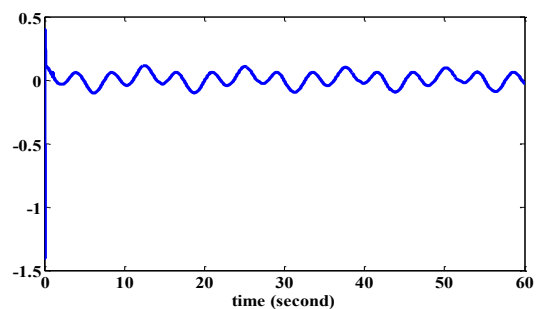
- [1] V. Adetola, D. DeHaan and M. Guay, "Adaptive model predictive control for constrained nonlinear systems," *Systems & Control Letters*, vol. 58, pp. 320-326, 2009.
- [2] H. K. Khalil and J. Grizzle, *Nonlinear systems*. 3<sup>rd</sup> Ed., Prentice hall New Jersey, 1996.
- [3] P. Kokotović and M. Arcak, "Constructive nonlinear control: a historical perspective," *Automatica*, vol. 37, pp. 637-662, 2001.

کنترل و  $d_1$  و  $d_2$  اغتشاش های اعمال شده به سیستم می باشند.  $h_1(x_1(t-\tau_1))$  و  $h_2(\bar{x}_2(t-\tau_1))$  توابع تأخیر دار نامعین هستند.

در این سیستم  $C=1$ ،  $D=3$ ،  $\tau_1=1$ ،  $\tau_2=2$ ،  $h_1=2x_1^2$ ،  $d_1=0.7x_1^2 \cos(1/\Delta t)$  و  $h_2=0.7x_2 \sin(x_2)$  می باشد.  $c_1=10$ ،  $c_2=5$ ،  $l_1=10$ ،  $l_2=11$ ،  $\rho_{max}=2$ ،  $K=5$ ،  $d=0.7$ ،  $\sigma_1=0.7$ ،  $\sigma_2=0.7$ ،  $\gamma_1=1$ ،  $\gamma_2=1$ ،  $\rho=\pm 1/2$ ،  $T_1=0.1$  و شرایط اولیه به صورت  $(x_1(0), x_2(0))=(2/5, 1)$ ،  $(\hat{x}_1(0), \hat{x}_2(0))=(0.5, 0.5)$  می باشند و سایر شرایط اولیه صفر در نظر گرفته شده است و سیگنال مرجع به صورت  $y_d(t)=3+0.5 \sin(0.5t)+0.5 \sin(1/\Delta t)$  تعیین شده است.



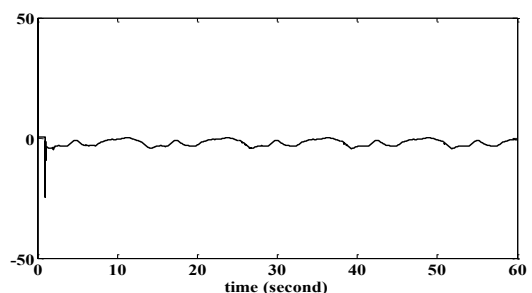
شکل ۱۴: خروجی و ورودی مرجع برای  $\rho=1/2$



شکل ۱۵:  $y - y_d$  برای  $\rho=1/2$

همان گونه از شکل ۱۴ مشخص است، خروجی به خوبی ورودی مرجع را دنبال کرده و خطای دنبال کردن ورودی مرجع در شکل ۱۵، در یک محدوده باقی مانده است که نشان دهنده پایداری شبه فراگیر سیستم حلقه بسته است.

شکل ۱۶، قانون کنترل را نشان می دهد که به سیستم اعمال شده است و شکل ۱۷، نشان دهنده حالت رویت گر در مقایسه با حالت سیستم می باشد که علاوه بر محدود ماندن، حالت سیستم را نیز به خوبی تخمین می زند. نتایج برای  $\rho=-1/2$ ، نتایج مشابهی دارد.



شکل ۱۶: قانون کنترل برای  $\rho=1/2$



- systems with unknown control direction," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, pp. 4302-4316, 2014.
- [21] A. Boulkroune, M. M'Saad and H. Chekireb, "Design of a fuzzy adaptive controller for MIMO nonlinear time-delay systems with unknown actuator nonlinearities and unknown control direction," *Information Sciences*, vol. 180, pp. 5041-5059, 2010.
- [22] Y. Li, C. Yang, S. S. Ge and T. H. Lee, "Adaptive output feedback NN control of a class of discrete-time MIMO nonlinear systems with unknown control directions," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, vol. 41, pp. 507-517, 2011.
- [23] R. D. Nussbaum, "Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control," *Systems & Control Letters*, vol. 3, pp. 243-246, 1983.
- [24] S. Tong, S. Sui and Y. Li, "Adaptive fuzzy decentralized output stabilization for stochastic nonlinear large-scale systems with unknown control directions," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 22, pp. 1365-1372, 2014.
- [25] T. Wang, S. Tong and Y. Li, "Robust adaptive fuzzy output feedback control for stochastic nonlinear systems with unknown control direction," *Neurocomputing*, vol. 106, pp. 31-41, 2013.
- [26] Y. Li, T. Li and X. Jing, "Indirect adaptive fuzzy control for input and output constrained nonlinear systems using a barrier Lyapunov function," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 28, pp. 184-199, 2014.
- [27] K. B. Ngo, R. Mahony and Z.-P. Jiang, "Integrator backstepping using barrier functions for systems with multiple state constraints," in *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 8306-8312, 2005.
- [28] K. P. Tee, S. S. Ge and E. H. Tay, "Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems," *Automatica*, vol. 45, pp. 918-927, 2009.
- [29] B. Ren, S. S. Ge, K. P. Tee and T. H. Lee, "Adaptive neural control for output feedback nonlinear systems using a barrier Lyapunov function," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 21, pp. 1339-1345, 2010.
- [30] B. Chen, C. Lin, X. Liu and K. Liu, "Observer-based adaptive fuzzy control for a class of nonlinear delayed systems," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 46, pp. 27-36, 2016.
- [31] Q. Zhou, P. Shi, S. Xu and H. Li, "Adaptive output feedback control for nonlinear time-delay systems by fuzzy approximation approach," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 21, pp. 301-313, 2013.
- [32] Z. Li, Z. Chen, J. Fu and C. Sun, "Direct adaptive controller for uncertain MIMO dynamic systems with time-varying delay and dead-zone inputs," *Automatica*, vol. 63, pp. 287-291, 2016.
- [۳۳] بدرالزمان حسینی، مهدی سجودی، عباس چترایی، "طراحی مشاهده گر مقاوم وکنترلگر فیدبک خروجی برای سیستم‌های چندعاملی دارای تأخیر بازه‌ای و متأثر از نامعینی و اغتشاش" *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۶، شماره ۱، صفحات ۹۹-۱۲۰، بهار ۱۳۹۵.
- [4] M. Krstic, I. Kanellakopoulos and P. V. Kokotovic, *Nonlinear and adaptive control design*. Wiley, 1995.
- [5] J.-J. E. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control*. vol. 199, prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [6] D. Swaroop, J. K. Hedrick, P. P. Yip and J. C. Gerdes, "Dynamic surface control for a class of nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, pp. 1893-1899, 2000.
- [7] P. P. Yip and J. K. Hedrick, "Adaptive dynamic surface control: a simplified algorithm for adaptive backstepping control of nonlinear systems," *International Journal of Control*, vol. 71, pp. 959-979, 1998.
- [8] J. C. Gerdes and J. K. Hedrick, "Loop-at-a-time" design of dynamic surface controllers for nonlinear systems," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 124, pp. 104-110, 2002.
- [۹] فرناز صباحی، محمدرضا اکبرزاده توتونچی، "شناسایی سیستمهای غیرخطی بر اساس منطق فازی توسعه یافته" *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۴، شماره ۱، صفحات ۳۲-۲۳، بهار ۱۳۹۵.
- [10] B. Chen, C. Lin, X. Liu and K. Liu, "Observer-Based Adaptive Neural Network Control for Nonlinear Systems in Nonstrict-Feedback Form," *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, vol. 27, pp. 89-98, 2016.
- [11] M. Chen, S. S. Ge and B. V. E. How, "Robust adaptive neural network control for a class of uncertain MIMO nonlinear systems with input nonlinearities," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 21, pp. 796-812, 2010.
- [12] W. Chen and J. Li, "Decentralized output-feedback neural control for systems with unknown interconnections," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, vol. 38, pp. 258-266, 2008.
- [13] Y. Gao, S. Tong and Y. Li, "Fuzzy adaptive output feedback DSC design for SISO nonlinear stochastic systems with unknown control directions and dead-zones," *Neurocomputing*, vol. 167, pp. 187-194, 2015.
- [14] B. Chen, C. Lin, X. Liu and K. Liu, "Observer-based adaptive fuzzy control for a class of nonlinear delayed systems," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 46, pp. 27-36, 2016.
- [15] B.-S. Chen, C.-H. Lee and Y.-C. Chang, "H $\infty$  tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: adaptive fuzzy approach," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 4, pp. 32-43, 1996.
- [16] C.-S. Chiu, "Mixed feedforward/feedback based adaptive fuzzy control for a class of MIMO nonlinear systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 14, pp. 716-727, 2006.
- [17] Y. Gao, S. Tong and T. Li, "Observer-based adaptive fuzzy output constrained control for MIMO nonlinear systems with unknown control directions," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 290, pp. 79-99, 2016.
- [18] Y. Li, S. Tong and T. Li, "Observer-based adaptive fuzzy tracking control of MIMO stochastic nonlinear systems with unknown control directions and unknown dead zones," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 23, pp. 1228-1241, 2015.
- [19] Y. Li, S. Tong and T. Li, "Adaptive fuzzy backstepping control of static var compensator based on state observer," *Nonlinear Dynamics*, vol. 73, pp. 133-142, 2013.
- [20] M. M. Arefi, J. Zarei and H. R. Karimi, "Adaptive output feedback neural network control of uncertain non-affine

- [37] C. Hua, X. Guan and P. Shi, "Robust backstepping control for a class of time delayed systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, pp. 894-899, 2005.
- [38] M. Wang, B. Chen, X. Liu and P. Shi, "Adaptive fuzzy tracking control for a class of perturbed strict-feedback nonlinear time-delay systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 159, pp. 949-967, 2008.
- presence of unmodeled dynamics and time-varying delays," in *Information Science and Technology (ICIST), 2016 Sixth International Conference on*, pp. 234-240, 2016.
- [36] H. Yang, P. Shi, X. Zhao and Y. Shi, "Adaptive output-feedback neural tracking control for a class of nonstrict-feedback nonlinear systems," *Informaiton Sciences*, pp. 205-218, 2016.

## زیر نویس ها

<sup>Δ</sup> Stochastic

<sup>⋈</sup> Non-affine

<sup>∇</sup> Barrier Lyapunov function

<sup>^</sup> Semi Globally Uniformly Ultimately Bounded

<sup>∧</sup> Explosion of complexity

<sup>∨</sup> Multiple sliding surface

<sup>∩</sup> Fuzzy logic systems

<sup>∩</sup> Neural network