

یک روش جدید در طراحی کنترل کننده PID فازی مرتبه کسری بهینه با تنظیم همزمان توابع تعلق و جدول قوانین فازی

هنگامه نورا ئی چالشتری^۱، دانشجوی کارشناسی ارشد، سیدمحمدعلی محمدی^۲، استادیار

۱- بخش مهندسی برق - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه شهید باهنر کرمان - کرمان - ایران - hengameh.nouraei@gmail.com

۲- بخش مهندسی برق - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه شهید باهنر کرمان - کرمان - ایران - a_mohammadi@uk.ac.ir

چکیده: در این مقاله روش جدیدی برای طراحی کنترل کننده های PID فازی مرتبه کسری بهینه ارائه شده است. در روش پیشنهاد شده کلیه پارامترهای کنترل کننده PID فازی مرتبه کسری، شامل ضرایب اصلاح در ورودی ها و خروجی کنترل کننده فازی، مرتبه عملگرهای مشتق گیر و انتگرال گیر، پارامترهای توابع تعلق و جدول قوانین فازی به عنوان پارامترهای طراحی در نظر گرفته شده و به طور همزمان بهینه می شوند. همچنین، به منظور کاهش طول بردار جواب، کاهش پیچیدگی های محاسباتی و افزایش سرعت رسیدن به جواب، روشی جدید برای توصیف و کد کردن پارامترهای طراحی فوق ارائه شده است. بهینه سازی همزمان پارامترها با استفاده از الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات و با در نظر گرفتن یک تابع هدف مناسب مبتنی بر کاهش خطا بین حالت مطلوب و خروجی واقعی سیستم انجام شده است. یکی از مزیت های این روش، برطرف نمودن مشکل طولانی بودن فرآیند بهینه سازی برای سیستم های پیچیده است. جهت ارزیابی روش پیشنهادی، کنترل کننده PID فازی مرتبه کسری طراحی شده بر روی سیستم غیرخطی پاندول معکوس اعمال و نتایج عددی ارائه شده است. همچنین عملکرد کنترل کننده با عملکرد دو کنترل کننده PID فازی مرتبه کسری با FLC ثابت و PID مرتبه کسری مقایسه شده است. نتایج حاصل، برتری روش پیشنهادی را نشان می دهد.

واژه های کلیدی: کنترل کننده PID فازی مرتبه کسری (FOFPID)، الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات (PSO)، سیستم پاندول معکوس.

A New Approach to Design of Optimal Fractional Order Fuzzy PID Controller with Simultaneously Auto-tuned Membership Functions and Fuzzy Rules

H. Nouraei Chaleshtori, MSc Student¹, S.M.A. Mohammadi, Assistant Professor²

1- Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran, Emails: hengameh.nouraei@gmail.com

2- Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran, Emails: a_mohammadi@uk.ac.ir

Abstract: In this paper, a new approach is proposed to design the fractional order fuzzy PID controllers. In the proposed method, all of the fractional order fuzzy PID controller parameters including input scaling factors, output scaling factors, fractional order of derivative and integrator, fuzzy rule base and membership functions are considered as design parameters and optimized simultaneously. Also, to reduce the length of solution vector, reduce computational complexity and increase the speed of finding solution, a new method for coding the design parameters is developed. The simultaneous optimization of parameters is done by using the particle swarm optimization algorithm and considering an objective function based on minimizing the error between the desired and actual output of system. One of the advantages of this method is ability to solve the problem of optimization time for complex systems. To evaluate the proposed method, the designed fractional order fuzzy PID controller is applied to a nonlinear inverted pendulum system and some numerical results are presented. Also its performance is compared with other two controllers namely fractional order fuzzy PID with fixed FLC and fractional order PID. Results indicate the superiority of proposed method.

Keywords: Fractional order fuzzy PID controller (FOFPID), Particle swarm optimization algorithm (PSO), Inverted pendulum system.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۰۶/۰۹

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۰۹/۰۱ و ۱۳۹۵/۱۰/۰۶

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۱۸

نام نویسنده مسئول: سید محمدعلی محمدی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - کرمان - انتهای بلوار ۲۲ بهمن - میدان پژوهش - دانشگاه شهید باهنر کرمان - دانشکده مهندسی - بخش مهندسی برق

۱- مقدمه

افزایش روزافزون استفاده از سیستم‌های کنترلی در بسیاری از کاربردها منجر به توسعه و ارائه تکنیک‌های کنترلی متنوعی شده است. به‌طور معمول کنترل کننده‌های PID کلاسیک به‌علت داشتن مزایای متعددی همچون طراحی ساده، پیاده‌سازی آسان و هزینه کم، جزء اولین انتخاب‌های مهندسين کنترل در صنعت محسوب می‌شوند.

در دو دهه اخیر، به‌منظور بهبود عملکرد این نوع کنترل کننده‌ها، تکنیک‌های گوناگونی از جمله دخیل کردن حسابان کسری^۱ در ساختار آن‌ها به‌جای حسابان مرتبه صحیح مورد توجه جامعه مهندسی قرار گرفته است. در دهه ۱۹۹۰ پودلونی^۲ با معرفی کنترل کننده‌های PID مرتبه کسری^۳ (FOPID)، زمینه‌ساز تحولات شگرفی در سیستم‌های کنترلی مرتبه کسری گردید [۱]. در کنترل کننده‌های FOPID علاوه بر بهره‌های تناسبی، مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر، مرتبه عملگرهای مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر نیز قابل تنظیم است. این موضوع باعث افزایش درجه آزادی در طراحی این کنترل کننده‌ها و همچنین افزایش انعطاف‌پذیری در تنظیم آن‌ها می‌گردد.

از سال ۲۰۰۰ تاکنون مطالعات گوناگونی در مورد کنترل کننده‌های FOPID و روش‌های تنظیم آن‌ها گزارش شده است. به‌عنوان نمونه، نویسندگان مقاله در [۲] به‌منظور دستیابی به برخی از اهداف طراحی برای سیستم حلقه بسته مانند مقاوم بودن نسبت به تغییرات در بهره سیستم و نویز فرکانس بالا و دفع اغتشاشات در خروجی، ضرایب کنترل کننده FOPID را با ارائه مجموعه‌ای از قیود غیرخطی تنظیم نموده‌اند.

در [۳] پارامترهای کنترل کننده FOPID با استفاده از روشی مبتنی بر اطلاعات پاسخ زمانی سیستم و مستقل از مدل سیستم تنظیم شده‌اند. در این مقاله مجموعه‌ای از قواعد مشابه با قواعد زیگلر - نیکلز در تنظیم کنترل کننده‌های PID مرتبه صحیح، پیشنهاد شده است. نتایج به‌دست‌آمده از طراحی کنترل کننده FOPID با روش ذکر شده با نتایج حاصل از طراحی کنترل کننده PID کلاسیک با قواعد زیگلر - نیکلز مقایسه شده است. مزیت کنترل کننده FOPID پیشنهاد شده این است که حتی در زمان تغییرات بهره سیستم، فرآیند تقریباً ثابت باقی می‌ماند. همچنین در [۴] و [۵] از الگوریتم‌های جستجوی شهودی برای تنظیم پارامترهای کنترل کننده FOPID استفاده شده است. در هر یک از روش‌های ارائه شده فوق، پارامترهای کنترل کننده FOPID در یک نقطه کار و برای سیستم‌های خطی با دینامیک معلوم، تنظیم شده‌اند. لذا در صورت بروز اغتشاش یا عدم قطعیت در سیستم و نیز تغییر نقطه کار یا بروز پدیده‌های غیرخطی نظیر اشباع، ممکن است عملکرد کنترل کننده‌های مذکور مختل شده و حتی منجر به ناپایداری سیستم گردد.

از طرفی با ظهور مفاهیم فازی، استفاده از کنترل فازی به‌واسطه ارائه توصیف مناسب از یک سیستم و نیز فرموله کردن دانش بشری

گسترش روزافزونی داشته است. تاکنون ساختارهای کنترلی متفاوتی برای کنترل کننده‌های منطقی فازی^۴ (FLC) به‌منظور تعدیل و کنترل فرآیندهای غیرخطی پیچیده از جمله سیستم‌های قدرت، معرفی شده است [۶]. لذا با توجه به مزایای کنترل کننده‌های FOPID از یک‌سو و عملکرد مناسب کنترل کننده‌های فازی، به‌ویژه در کنترل سیستم‌ها با دینامیک‌های غیرخطی و دارای عدم قطعیت از سوی دیگر، روند مطالعات به‌سمت استفاده از FLC همراه با کنترل کننده‌های مرتبه کسری پیش رفت.

ترکیب مشخصه‌های هر دو نوع کنترل کننده FOPID و FLC، نوع جدیدی از کنترل کننده‌ها با نام کنترل کننده PID فازی مرتبه کسری^۵ (FOFPID) را به‌وجود آورد. کنترل کننده FOFPID از قوام بالاتر و همچنین دامنه کاربردی وسیع‌تری نسبت به کنترل کننده‌های کلاسیک برخوردار است [۷]. پس از معرفی کنترل کننده‌های FOFPID در سال ۲۰۱۲، تاکنون مطالعات متعددی بر روی این نوع کنترل کننده‌ها انجام شده است. به‌طور مثال در [۸] از کنترل کننده FOFPID برای کنترل سرعت یک موتور DC استفاده شده است که در آن تنها پارامترهای کنترل کننده PID، شامل ضرایب اصلاح و مرتبه عملگرها با استفاده از الگوریتم ژنتیک تنظیم و بهینه‌سازی شده و بخش فازی (توابع عضویت و جدول قوانین فازی) دارای پارامترهای تنظیم‌شده مشخص و ثابت است. در این مقاله عملکرد کنترل کننده طراحی شده با کنترل کننده‌های PID مرتبه صحیح و مرتبه کسری مقایسه شده است که نتایج مقایسه، برتری کنترل کننده FOFPID طراحی شده را نشان می‌دهد.

همچنین در [۹] و [۱۰] به‌ترتیب از الگوریتم جستجوی کوکو^۶ و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات^۷ (PSO) برای تنظیم پارامترهای کنترل کننده FOFPID استفاده شده است. در دو مقاله فوق نیز بخش فازی یک بخش ثابت و مشخص در نظر گرفته شده است. در [۹] از کنترل کننده FOFPID بهینه طراحی شده برای کنترل یک بازوی ربات دولینکی که یک سیستم چندمتغیره است، استفاده و عملکرد آن با کنترل کننده‌های PID فازی، PID مرتبه کسری و PID کلاسیک مقایسه شده است. در [۱۰] از کنترل کننده FOFPID بهینه‌شده به‌منظور کنترل یک عملگر پیزوالکتریک استفاده و عملکرد آن با دو کنترل کننده PID فازی و PID کلاسیک مقایسه شده است. نتایج، نشان‌دهنده برتری کنترل کننده FOFPID طراحی شده است.

توجه به این نکته حائز اهمیت است که طراحی کنترل کننده فازی بر پایه دانش فرد خبره و تنظیم یک سری مجموعه‌های فازی و یافتن قوانین اگر - آنگاه فازی مناسب، استوار است. این مورد برای مسائل ساده که دانش فرد خبره موجود باشد و بتوان اطلاعات ورودی - خروجی را به‌دست آورد، از طریق سعی و خطا به‌صورت رضایت‌بخشی انجام می‌شود؛ اما در عمل، اکثر مسائل کنترلی دارای پیچیدگی خاص خود هستند و فرد خبره قادر به بازگویی تمامی مسائل مطرح در مورد پروسه کنترلی نیست تا بتوان از آن سود جست.

و تنظیم هم‌زمان پارامترهای طراحی در بخش چهارم تشریح شده است. در بخش پنجم نتایج حاصل از طراحی کنترل کننده پیشنهادی برای یک نمونه سیستم غیرخطی ارائه و عملکرد آن با دو کنترل کننده FOPID با FLC ثابت و FOPID مقایسه می‌گردد. در نهایت در بخش ششم، نتیجه‌گیری مقاله ارائه می‌شود.

۲- حسابان کسری و تقریب عملگرهای مرتبه کسری

در سال‌های اخیر استفاده از ترکیب تئوری کنترل با دانش حسابان کسری رشد چشمگیری داشته است. ویژگی منحصر به فرد حسابان کسری در واقع قابلیت آن در استفاده از اعداد حقیقی در مرتبه مشتق و انتگرال به جای اعداد صحیح است. در ادامه برخی از عملگرهای ریاضی مرتبه کسری به اختصار معرفی می‌شوند. تعمیم یافته تعریف مشتق و انتگرال مرتبه صحیح با رابطه (۱) مشخص می‌شود.

$${}_a D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \alpha > 0 \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_a^t (dt)^{-\alpha} & \alpha < 0 \end{cases} \quad (1)$$

که در آن a و t حدود عملیات و $\alpha \in \mathbb{R}$ مرتبه عملیات است. نوع عملگر بسته به علامت α مشخص می‌شود. اگر α مثبت باشد عملگر، مشتق‌گیر و اگر منفی باشد عملگر از نوع انتگرال‌گیر است. تاکنون تعاریف متفاوتی برای مشتق و انتگرال مرتبه کسری ارائه شده است. برخی از تعاریف رایج عبارت‌اند از: ۱- ریمان - لیوویل $^{\alpha} I_a^{\alpha}$ - کیوتو $^{\alpha} I_a^{\alpha}$ - گرانوالد - لتنیکوف $^{\alpha} I_a^{\alpha}$ که به ترتیب با روابط (۲) تا (۴) تعریف می‌شوند [۱۶].

۱- تعریف ریمان - لیوویل

$${}^R L D_t^\alpha f(t) \triangleq \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \frac{d^m}{dt^m} \int_a^t (t-\tau)^{m-\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (2)$$

۲- تعریف کیوتو

$${}^C D_t^\alpha f(t) \triangleq \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{m-\alpha-1} f^{(m)}(\tau) d\tau \quad (3)$$

۳- تعریف گرانوالد - لتنیکوف

$${}^{GL} D_t^\alpha f(t) \triangleq \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} (-1)^r \binom{\alpha}{r} f(t-mh) \quad (4)$$

در روابط فوق، $(\alpha \in \mathbb{R}^+)$ ، $m = \lceil \alpha \rceil$ ، t حدود عملیات و $\Gamma(\cdot)$ تابع گاما یکی از توابع اصلی در مبحث حسابان کسری است که به صورت $\Gamma(z) \triangleq \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt$ ، for all $z \in \mathbb{R}$ تعریف می‌شود.

با توجه به اینکه عملگرهای مرتبه کسری دارای بعد نامتناهی می‌باشند، استفاده از تقریب‌های مرتبه صحیح در پیاده‌سازی سیستم‌ها و کنترل کننده‌های مرتبه کسری مورد توجه قرار گرفته است. روش‌های تقریب توابع تبدیل مرتبه کسری به دو دسته تقریب‌های پیوسته زمان^{۱۱} و تقریب‌های گسسته زمان^{۱۲} تقسیم می‌شوند. در این مقاله از روش تقریب استالوپ^{۱۳} که یک روش تقریب پیوسته زمان است و

لذا با ارائه روش‌هایی برای تنظیم پارامترهای کنترل کننده فازی (جدول قوانین، پارامترهای توابع تعلق و ...) و کاهش میزان دخالت انسان در طراحی این کنترل کننده‌ها، می‌توان عملکرد کنترل کننده‌های فازی را به نحو چشمگیری بهبود داد. تاکنون نیز کارهایی در این زمینه انجام و روش‌هایی ارائه شده است [۱۱، ۱۲]. یکی از این روش‌ها استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی شهودی برای طراحی کنترل کننده‌های فازی است. به کمک این روش، مسائل بسیار پیچیده که شامل پارامترهای مختلف با قیود متعدد می‌باشند به راحتی در نظر گرفته شده و کنترل کننده‌ای بهینه، پایدار و مقاوم با حداقل دخالت انسان برای آن‌ها به دست می‌آید.

همان‌طور که اشاره شد، در تمامی مطالعات ذکر شده در مورد کنترل کننده‌های FOPID، بخش فازی به صورت یک قسمت بدون تغییر، با جدول قوانین و توابع تعلق ثابت در نظر گرفته شده است و تنها پارامترهای بخش PID تنظیم شده‌اند؛ بنابراین در این مقاله هدف، ارائه روشی برای تنظیم هم‌زمان پارامترهای کنترل کننده FOPID، شامل ضرایب اصلاح در ورودی‌ها و خروجی کنترل کننده فازی، مرتبه عملگرهای مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر، جدول قوانین فازی و نیز پارامترهای توابع تعلق کنترل کننده فازی است. تنظیم هم‌زمان این پارامترها منجر به طراحی کنترل کننده‌ای مقاوم و حداقل شدن میزان دخالت انسانی در تنظیم کنترل کننده می‌شود.

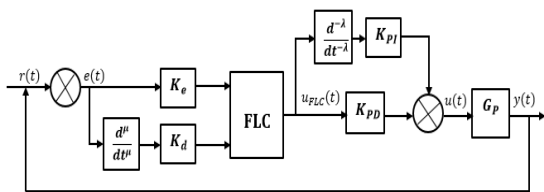
از طرفی تنظیم هم‌زمان پارامترهای ذکر شده موجب طولانی شدن بردار جواب و در نتیجه پیچیده شدن فرآیند بهینه‌سازی، طولانی شدن زمان محاسبات، همگرایی زودرس و مشکلاتی از این قبیل می‌شود. به همین دلیل تاکنون مطالعات زیادی برای کاهش تعداد قوانین فازی، تعداد توابع تعلق و ... با ارائه روش‌های گوناگون در کنترل کننده‌های فازی انجام شده است [۱۳، ۱۴]. یکی از این روش‌ها کد کردن پارامترهای بهینه‌سازی در الگوریتم‌های بهینه‌سازی شهودی است. در [۱۵] از یک روش جدید کد کردن در الگوریتم ژنتیک که ترکیبی از روش‌های کدگذاری باینری و حقیقی است، برای طراحی توابع تعلق و جدول قوانین فازی استفاده شده است. در روش پیشنهادی مقاله، بخشی از کروموزوم به صورت باینری و بخش دیگر به صورت حقیقی کدگذاری می‌شود. در این روش نیز، طول بردار جواب نسبتاً طولانی است و در نتیجه با افزایش تعداد پارامترهای بهینه‌سازی، پیچیدگی‌های محاسباتی و زمان رسیدن به جواب افزایش می‌یابد. لذا در این مقاله یک روش جدید برای توصیف، کد و دیکد کردن پارامترهای بهینه‌سازی کنترل کننده فازی، شامل پارامترهای توابع تعلق و جدول قوانین فازی با هدف کاهش طول بردار جواب، پیچیدگی‌های محاسباتی و افزایش سرعت رسیدن به جواب ارائه شده است.

ادامه مقاله به صورت زیر سازمان‌دهی شده است. در بخش دوم مفاهیم پایه مربوط به حسابان کسری به اختصار شرح داده می‌شوند. بخش سوم به معرفی ساختار کنترل کننده FOPID اختصاص یافته است. روش طراحی کنترل کننده FOPID با استفاده از الگوریتم PSO

به دست آوردن اطلاعات در فضای سه بعدی به دلیل اینکه فراتر از قابلیت سنجش فرد خبره است، کار دشواری است. به منظور کاهش ابعاد پایگاه قواعد و دستیابی به هر سه نوع عملکرد تناسبی، انتگرالی و مشتقی می توان از ترکیب کنترل کننده های PI فازی و PD فازی استفاده نمود. برای ترکیب دو کنترل کننده فوق روش های متفاوتی وجود دارد. یکی از این روش ها استفاده از ساختار شکل ۱ است [۱۹]، [۲۰]. در این ساختار پایگاه قواعد FLC دوبعدی است و تعداد ضرایب اصلاح نسبت به ساختاری که از ترکیب دو کنترل کننده PI فازی و PD فازی با دو پایگاه قواعد مجزا ایجاد می شود، کم تر است [۱۸].

در کنترل کننده FOFPID مطابق شکل ۱، پارامترهای $\{K_e, K_d\}$ ضرایب اصلاح ورودی ها و $\{K_{PI}, K_{PD}\}$ ضرایب اصلاح خروجی هستند. در ساختار مرتبه صحیح این نوع کنترل کننده، ورودی های FLC، خطا و مشتق مرتبه صحیح آن و سیگنال کنترلی، حاصل جمع مضربی از سیگنال خروجی کنترل کننده فازی و مضربی از انتگرال مرتبه صحیح آن است؛ اما در ساختار مرتبه کسری کنترل کننده، مشتق خطا با مشتق مرتبه کسری با مرتبه (μ) و انتگرال خروجی FLC با انتگرال مرتبه کسری با مرتبه (λ) جایگزین شده است. این مرتبه ها مانند سایر پارامترهای کنترلی $\{K_e, K_d, K_{PI}, K_{PD}\}$ قابل تنظیم می باشند؛ بنابراین طراحی کنترل کننده FOFPID به دلیل وجود دو پارامتر بیش تر برای تنظیم، از انعطاف پذیری بالاتری نسبت به نوع مرتبه صحیح آن برخوردار است. قانون کنترلی برای کنترل کننده FOFPID مطابق با رابطه (۹) به دست می آید [۷].

$$u_{FOFPID}(t) = u_{FOFPI}(t) + u_{FOFPD}(t) = K_{PI} \cdot \frac{d^{-\lambda} u_{FLC}(t)}{dt^{-\lambda}} + K_{PD} \cdot u_{FLC}(t) \quad (9)$$



شکل ۱: بلوک دیاگرام کنترل کننده FOFPID [۷]

۳-۲- کنترل کننده FOPID

کنترل کننده FOPID که ساختار آن در شکل ۲ نشان داده شده است، در حوزه زمان با رابطه (۱۰) تعریف می شود [۲۱].

$$u_{FOPID}(t) = K_P \cdot e(t) + K_I \cdot \frac{d^{-\lambda} e(t)}{dt^{-\lambda}} + K_D \cdot \frac{d^\mu e(t)}{dt^\mu} \quad (10)$$

μ و λ به ترتیب مرتبه کسری عملگرهای مشتق گیر و انتگرال گیر می باشند. در این ساختار نیز مرتبه صحیح مشتق و انتگرال با مرتبه کسری جایگزین شده است.

نسبت به سایر تقریب ها تطابق بهتری را با عناصر مرتبه کسری ایجاد می کند و همچنین قابلیت پیاده سازی سخت افزاری را داراست، استفاده شده است. در این روش محل صفرها و قطب های تابع تبدیل تقریبی به گونه ای مشخص می شوند که این تابع تبدیل از نظر پاسخ فرکانسی در محدوده دلخواه فرکانسی $[\omega_l, \omega_h]$ ، شبیه به عملگر مرتبه کسری s^α عمل کند [۱۷].

$$s^\alpha = G_f(s) = k_0 \prod_{k=-N}^N \frac{s + \omega_{k_z}}{s + \omega_{k_p}} \quad (5)$$

که α یک عدد حقیقی و k_0 ضریب بهره است. محل صفرها (ω_{k_z}) و قطب های (ω_{k_p}) تابع تبدیل تقریبی توسط روابط بازگشتی (۶) و (۷) و بهره k_0 با رابطه (۸) مشخص می شوند.

$$\omega_{k_z} = \omega_h \left(\frac{\omega_l}{\omega_h} \right)^{\frac{k+N+\frac{1}{2}+\frac{\alpha}{2}}{2N+1}} \quad (6)$$

$$\omega_{k_p} = \omega_h \left(\frac{\omega_l}{\omega_h} \right)^{\frac{k+N+\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2}}{2N+1}} \quad (7)$$

$$k_0 = \omega_l^\alpha \quad (8)$$

در روابط فوق، α مرتبه کسری مشتق یا انتگرال، N تعداد صفرها و قطب ها و $2N+1$ مرتبه تقریب است. هرچه N افزایش یابد دقت تقریب و در عین حال پیچیدگی محاسبات نیز افزایش می یابد. در این مقاله تقریب استالوپ مرتبه پنج $(N=2)$ برای تقریب عناصر مرتبه کسری با محدوده فرکانسی $[10^{-2}, 10^2]$ که یک محدوده متداول در کاربردهای کنترل فرایند است، در نظر گرفته شده است [۷].

۳- ساختار کنترل کننده PID فازی مرتبه کسری

در این بخش علاوه بر بررسی ساختار کنترل کننده FOFPID، ساختار کنترل کننده FOPID نیز به طور مختصر بررسی می گردد.

۳-۱- کنترل کننده FOFPID

به طور کلی می توان کاربرد منطق فازی در طراحی کنترل کننده PID را با توجه به نوع ساختار به دو دسته زیر طبقه بندی کرد:

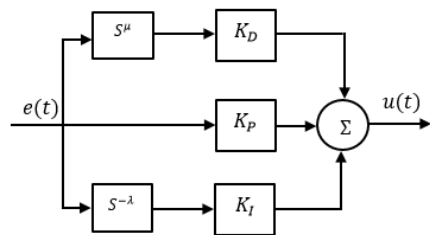
۱- بهره های کنترل کننده PID کلاسیک به طور بلادرنگ و بر اساس سیستم استنتاج فازی تنظیم و سپس کنترل کننده PID کلاسیک، سیگنال کنترلی را تولید می کند.

۲- کنترل کننده فازی معمولی به صورت مجموعه ای از قواعد کنترلی مشابه با رفتار کنترل کننده PID کلاسیک طراحی و سیستم استنتاج فازی سیگنال کنترلی را به طور مستقیم تولید می کند.

کنترل کننده های دسته دوم به دلیل ساختار مشابه با PID معمولی از نظر نوع ارتباط بین ورودی و خروجی، کنترل کننده های فازی از نوع PID نامیده می شوند [۱۸].

در کنترل کننده PID فازی به طور طبیعی یک پایگاه قواعد سه بعدی با سه ورودی خطا، مشتق خطا و انتگرال خطا نیاز است؛ اما

v_i	سرعت ذره i ام
x_i	موقعیت ذره i ام
P_{bi}	بهترین جواب محلی
P_g	بهترین جواب مطلق
ω	وزن اینرسی
c_1, c_2	فاکتورهای یادگیری
r_1, r_2	اعداد تصادفی مستقل با توزیع یکنواخت



شکل ۲: بلوک دیاگرام کنترل کننده FOPID [۲۲]

۴- طراحی کنترل کننده PID فازی مرتبه کسری بهینه

در این قسمت از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای طراحی کنترل کننده FOPID بهینه پیشنهادی استفاده می‌شود. ابتدا الگوریتم PSO و سپس به منظور طراحی هم‌زمان پارامترهای بهینه‌سازی، نحوه کد کردن جدول قوانین فازی بهینه و بعد از آن نحوه کد کردن پارامترهای توابع تعلق بررسی خواهند شد.

۴-۱- الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات یک روش بهینه‌سازی مبتنی بر قوانین احتمال است که ایده اولیه آن توسط دکتر راسل ابرهارت و دکتر جیمز کندی در سال ۱۹۹۵ مطرح شد. این الگوریتم از رفتار اجتماعی پرندگان و ماهی‌ها در حین جستجوی غذا، برای هدایت جمعیت به منطقه امیدبخش در فضای جستجو استفاده می‌کند. پرندگان تنها با تنظیم حرکت فیزیکی خود با اجتناب از تصادم به دنبال غذا می‌گردند و از نظر تئوری حداقل هر پرنده به‌عنوان یکی از اعضای گروه از تجربه قبلی خود و یافته‌های سایر اعضا برای یافتن غذا بهره می‌برد. پایه اصلی نظریه PSO تسهیم اطلاعات بین اعضای یک گروه است. فضای جستجو در این الگوریتم از تعداد مشخصی از ذرات تشکیل شده که به‌طور تصادفی مقدار اولیه‌ای به آن‌ها اختصاص داده می‌شود. برای هر ذره در فضای جستجو دو پارامتر موقعیت و سرعت تعریف می‌شود که به ترتیب با یک بردار مکان و یک بردار سرعت، مدل می‌شوند. موقعیت و سرعت ذرات برحسب بهترین جواب‌های مطلق و محلی در هر تکرار، طبق روابط زیر به‌روز می‌شوند [۲۳]:

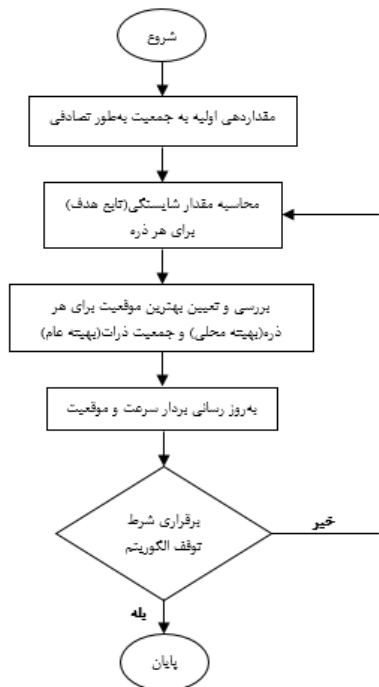
$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \quad (11)$$

$$v_i(t+1) = \omega v_i(t) + c_1 r_1 (P_{bi}(t) - x_i(t)) + c_2 r_2 (P_g(t) - x_i(t)) \quad (12)$$

که $t=1,2,\dots,n$ و $i=1,2,\dots,d$ است. مفهوم هر یک از پارامترها در روابط فوق به‌طور خلاصه در جدول ۱ آورده شده است. همچنین، روند نمای الگوریتم PSO در شکل ۳ نمایش داده شده است. در ادامه، نحوه بهینه‌سازی پارامترهای کنترل کننده با این الگوریتم بررسی می‌شود.

جدول ۱: پارامترهای الگوریتم PSO

پارامتر	مفهوم
n	تعداد جمعیت
d	ابعاد مسئله (تعداد پارامترهای بهینه‌یابی)



شکل ۳: مراحل مربوط به الگوریتم PSO

۴-۲- تعیین عوامل جستجو و ابعاد آن‌ها

برای طراحی کنترل کننده مربوطه، قبل از هر چیز نیاز به مشخص شدن تعداد توابع تعلق برای هر متغیر ورودی و خروجی است. به این منظور می‌توان با در نظر گرفتن حداقل سه تابع عضویت برای هر ورودی و خروجی، طراحی را انجام داد و در پایان در صورتی که نتایج رضایت‌بخشی مشاهده نشد، برای تنظیم بهتر کنترل کننده تعداد توابع تعلق متغیرها را افزایش داد. در واقع مشخص شده است که تعداد توابع تعلق روی دقت کنترل کننده تأثیر مستقیم دارد؛ اما از طرفی افزایش آن، حجم و ابعاد محاسباتی را افزایش می‌دهد. معمولاً بین این دو، یعنی تعداد توابع تعلق و ابعاد مسئله، یک انتخاب بینابین انجام می‌شود.

چون به دنبال جدول قوانین فازی بهینه هستیم قسمتی از فضای جستجو را جدول‌های قوانین فازی ممکن، تشکیل می‌دهند. بنابراین هر پایگاه قوانین را می‌توان یک عامل جستجو در نظر گرفت. کوچک‌ترین عضو پایگاه قوانین، یک قانون است که تابع تعلق خروجی کنترل کننده را به ازای حالتی از خطا و تغییر خطا بیان می‌کند. پس می‌توان هر قانون را یک بُعد از فضای جستجو دانست. اگر توابع تعلق برای هر متغیر کنترل کننده با یک عدد نشان داده شوند، می‌توان

به‌عنوان مثال، سیستمی دارای سه متغیر ورودی X_1, X_2, X_3 و متغیر خروجی U است. برای این سیستم $m_1=3, m_2=5, m_3=5$ و $m_4=7$ در نظر گرفته شده است. یعنی متغیر X_1 دارای سه تابع تعلق $\{N, ZE, P\}$ ، متغیرهای X_2 و X_3 دارای پنج تابع تعلق $\{NM, NS, ZE, PS, PM\}$ و متغیر U دارای هفت تابع تعلق $\{NL, NM, NS, ZE, PS, PM, PL\}$ هستند. این توابع تعلق به‌ترتیب با مجموعه‌های $\{0, 1, 2\}$ ، $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ و $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ توصیف می‌شوند. فرض کنید برای این سیستم یک قانون به‌صورت زیر در نظر گرفته شود:

if X_1 is N and X_2 is NS and X_3 is PM then U is PM

این قانون طبق مطالب قبلی با مجموعه $L = \{0, 1, 4, 5\}$ توصیف می‌شود. برای این مجموعه پارامتر T به‌صورت $T = \max\{3, 5, 5, 7\} = 7$ و پارامتر I به‌شکل $I = [(0 \times 7^3) + (1 \times 7^2) + (4 \times 7^1) + (5 \times 7^0)] = 82$ محاسبه می‌شوند. عدد ۸۲ معادل قانون فوق است. حال تبدیل این عدد به قانون، طبق رابطه (۱۳) به‌صورت زیر انجام می‌شود.

$$i=1 : L_4 = [82 \times 7^0] - 7 \times \left[\frac{82 \times 7^0}{7} \right] = 5$$

$$i=2 : L_3 = [82 \times 7^{-1}] - 7 \times \left[\frac{82 \times 7^{-1}}{7} \right] = 4$$

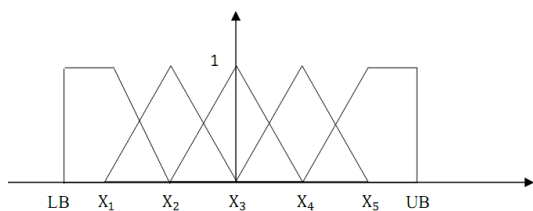
$$i=3 : L_2 = [82 \times 7^{-2}] - 7 \times \left[\frac{82 \times 7^{-2}}{7} \right] = 1$$

$$i=4 : L_1 = [82 \times 7^{-3}] - 7 \times \left[\frac{82 \times 7^{-3}}{7} \right] = 0$$

مسئله بیان جدول قوانین فازی در قالب عوامل جستجو در الگوریتم‌های بهینه‌سازی شهودی بررسی شد. در ادامه به بررسی مسائل مربوط به طراحی توابع تعلق پرداخته می‌شود.

در کنترل‌کننده‌های فازی از توابع تعلق گوناگونی برای متغیرها استفاده می‌شود که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان توابع تعلق گوسی، مثلثی و دوزنقه‌ای را نام برد که به‌ترتیب با ۲، ۳ و ۴ پارامتر تعریف می‌شوند. علاوه بر مراکز و عرض توابع تعلق که هر دو بر پاسخ خروجی سیستم اثر دارند، می‌توان همپوشانی توابع تعلق را نیز متفاوت در نظر گرفت. اعمال هر کدام از موارد فوق در طراحی سیستم فازی، باعث افزایش ابعاد مسئله بهینه‌سازی می‌شود. یکی از اهداف در طراحی سیستم فازی با الگوریتم‌های بهینه‌سازی شهودی، کم کردن ابعاد مسئله با در نظر گرفتن تأثیر این کاهش ابعاد در بهینه‌سازی است.

برای توضیح روش کد کردن پارامترهای توابع تعلق، ۳ تابع تعلق مثلثی و ۲ تابع تعلق دوزنقه‌ای با ۵ متغیر X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 و X_5 مانند شکل ۵ در نظر گرفته می‌شود.

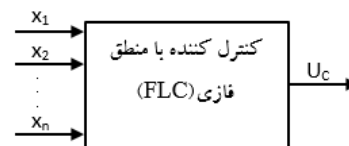


شکل ۵: توابع تعلق در نظر گرفته شده برای سیستم

جدول قوانین فازی را به‌صورت مجموعه‌ای از اعداد بیان کرد. روند این تبدیل زمانی که هفت تابع تعلق برای هر متغیر کنترل‌کننده در نظر گرفته شود، به‌صورت زیر است:

Negative Large = 0
 Negative Medium = 1
 Negative Small = 2
 Zero = 3
 Positive Small = 4
 Positive Medium = 5
 Positive Large = 6

بنابراین اگر برای خطا و مشتق خطا، هر کدام هفت تابع تعلق به‌صورت $\{NL, NM, NS, ZE, PS, PM, PL\}$ در نظر گرفته شود، جدول قوانین فازی شامل ۴۹ قانون و متناسب با این جدول قوانین فازی، هر عامل جستجو دارای ۴۹ بُعد خواهد بود. هر قانون هم به‌عنوان یک عامل جستجو بسته به تعداد ورودی‌ها دارای بُعد است. مطابق با شکل ۴ اگر سیستم فازی دارای n ورودی و یک خروجی باشد آنگاه بُعد هر قاعده برابر با $n+1$ خواهد بود. وقتی تعداد ورودی‌های کنترل‌کننده فازی زیاد باشد بهتر است تغییراتی در روش کد کردن پارامترهای جدول قوانین اعمال شود تا از ابعاد هر عامل جستجو کاسته شود.



شکل ۴: کنترل‌کننده فازی ممدانی با بیش از یک ورودی

برای سیستمی با n ورودی و یک خروجی که تمام متغیرها در هر قانون شرکت کنند، تعداد قانون‌های موجود در یک پایگاه قوانین (R) از رابطه $R = \prod_{i=1}^n m_i$ به‌دست می‌آید. منظور از m_i تعداد توابع تعلق تعریف شده برای هر متغیر است.

حال در گام اول متغیر T به‌عنوان مبنای رابطه $T = \max(m_i)_{i=1}^{n+1}$ تعریف می‌شود که در واقع بیش‌ترین تعداد توابع تعلق مربوط به متغیرها را نشان می‌دهد. در گام بعدی می‌توان با تبدیل مجموعه شامل هر قانون به یک عدد از ابعاد عوامل جستجو کم کرد.

به این منظور یک قانون طبق رابطه پیشنهادی $I = \sum_{i=1}^{n+1} L_i T^{(n+1-i)}$ کد می‌شود؛ که L_i یک عدد در مبنای m_i و جزء مجموعه $L_i \in \{0, 1, \dots, m_i - 1\}$ است. برای سیستم شکل ۴ یک قانون با مجموعه‌ی $\{L_1, L_2, \dots, L_n, L_{n+1}\}$ نمایش داده می‌شود که در این مجموعه منظور از L_1 ، شماره تابع تعلق مربوط به متغیر ورودی اول و منظور از L_n ، شماره تابع تعلق مربوط به متغیر ورودی n ام و منظور از L_{n+1} شماره تابع تعلق متغیر خروجی مربوط به قانون مورد نظر است. در نهایت برای تبدیل عدد I به اعداد مربوط به جدول قوانین رابطه (۱۳) پیشنهاد می‌شود.

$$L_{(n+2-i)} = [I \cdot T^{-(i-1)}] - T \cdot \left[\frac{[I \cdot T^{-(i-1)}]}{T} \right]_{i=1}^{n+1} \quad (13)$$

شامل یافتن پارامترهای توابع تعلق و جدول قوانین فازی به‌طور هم‌زمان است، به‌نحوی که تابع معیار خاصی حداقل شود.

در الگوریتم‌های شهودی هر ذره در فضای جستجو دارای ابعادی است که هر بُعد، نشان‌دهنده پارامتری از کنترل‌کننده است. در مورد کنترل‌کننده FOFPID پارامترها عبارت‌اند از: جدول قوانین فازی، مشخصات توابع تعلق، ضرایب اصلاح در ورودی‌ها و خروجی کنترل‌کننده فازی و مرتبه کسری عملگرهای مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر. با توجه به این توضیح، هر پارامتر کنترل‌کننده باید در یک بُعد تعریف شود.

به‌طور مثال اگر کنترل‌کننده فازی در نظر گرفته‌شده دارای ۳ تابع تعلق برای خطا، ۳ تابع تعلق برای مشتق مرتبه کسری خطا و ۳ تابع تعلق برای خروجی باشد و خطا و مشتق مرتبه کسری آن در تمام قوانین شرکت کنند، شکل ۶ نمونه‌ای از ابعاد یک ذره را در فضای جستجو در الگوریتم PSO برای این کنترل‌کننده نشان می‌دهد. در شکل ۶، I_i پارامترهای جدول قوانین، X_i^1 پارامترهای توابع تعلق خطا، X_i^2 پارامترهای توابع تعلق مشتق مرتبه کسری خطا، X_i^3 پارامترهای توابع تعلق خروجی و Y_i ها به‌ترتیب ضرایب اصلاح در ورودی‌ها و خروجی کنترل‌کننده فازی و مرتبه کسری عملگرهای مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر را نشان می‌دهند.

انتخاب تابع هدف مناسب، عامل بسیار مهمی در فرایند بهینه‌سازی است و هر شاخص عملکرد، مزایای خاص خود را در طراحی سیستم کنترلی به‌دنبال دارد. در این مقاله، به‌منظور کاهش زمان نشست (t_s) و میرایی هرچه سریع‌تر نوسانات در خروجی، تابع هدف (۱۵) به‌صورت انتگرال زمان در مجذور خطا (ITSE) برای محاسبه مقدار شایستگی هر عضو از جمعیت انتخاب شده است که این معیار در طی فرایند بهینه‌سازی باید حداقل گردد. در رابطه (۱۵)، $e(t)$ سیگنال خطای بین خروجی واقعی و خروجی مطلوب سیستم و t_{sim} زمان شبیه‌سازی است [۷].

$$fitness = J = \int_0^{t_{sim}} te^2(t) dt \quad (15)$$

نحوه کد کردن پارامترهای توابع تعلق و جدول قوانین فازی در استفاده از الگوریتم PSO مانند روش ذکرشده در قسمت ۴-۲ است. پس از تعیین ساختار کنترل‌کننده فازی (تعداد و نوع توابع تعلق، روش فازی‌سازی و ...) موردنظر و با توجه به توضیحات مطرح‌شده در بخش‌های قبل، مراحل بهینه‌سازی پارامترهای کنترل‌کننده FOFPID پیشنهادی^{۱۴} (PFOFPID) با الگوریتم PSO را می‌توان در مراحل زیر خلاصه نمود:

برای استفاده از الگوریتم‌های شهودی به‌منظور بهینه‌سازی توابع تعلق، باید علاوه بر تعیین کران‌های هر پارامتر، محدودیت‌های موجود بر روی هر پارامتر نیز مشخص شود. با توجه به متغیرهای در نظر گرفته‌شده در شکل ۵، محدودیت‌های موجود بر روی این پارامترها با روابط (۱۴) تعریف می‌شود.

$$\begin{cases} X_2 - X_1 \geq 0 \\ X_3 - X_2 \geq 0 \\ X_4 - X_3 \geq 0 \\ X_5 - X_4 \geq 0 \end{cases}, LB < X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 < UB \quad (14)$$

که LB و UB به‌ترتیب کران پایین و کران بالا را مشخص می‌کنند. در صورتی که یکی از نامساوی‌ها برقرار نباشد، به‌عنوان مثال اگر $X_{k+1} - X_k < 0$ باشد آنگاه X_{k+1} با رابطه $X_{k+1} = rand(X_k, UB)$ به‌دست می‌آید.

۴-۳- تنظیم کنترل‌کننده فازی با الگوریتم PSO

در قسمت قبلی روند کد کردن پارامترهای کنترل‌کننده فازی به‌صورت عوامل جستجو بررسی شد. در این قسمت علت و نحوه استفاده از الگوریتم PSO در طراحی خارج از مدار کنترل‌کننده فازی بررسی می‌گردد.

الگوریتم PSO علاوه بر اشتراکات زیاد با سایر روش‌های تکاملی مانند الگوریتم ژنتیک، به‌علت وجود مزایایی همچون مفهوم ساده، حافظه‌دار بودن، پیاده‌سازی آسان، همگرایی سریع به‌دلیل ارتباط اعضای جمعیت با هم و رسیدن به حل مسئله از طریق تبادل اطلاعات و همچنین انعطاف‌پذیری بهتر در برابر مشکل بهینه محلی به‌دلیل بهره‌گیری از تعداد فراوان ذرات ازدحام‌کننده، امروزه توجه زیادی را به خود جلب کرده است و کاربردهای وسیعی در زمینه‌های مختلف و حل بسیاری از مسائل بهینه‌سازی گسسته و غیرخطی پیوسته دارد [۲۴، ۲۵]. روش یادگیری خارج از مدار در مواقعی که مدلی از پروسه موجود باشد، قابل استفاده است. این مدل می‌تواند مدل ریاضی، مدل شبکه عصبی - فازی و یا هر نوع دیگری باشد. روش کار مبتنی بر قراردادن مدل پروسه به‌همراه کنترل‌کننده به‌صورت مدار بسته در محیط شبیه‌سازی کامپیوتری برای ارزیابی کارکرد کنترل‌کننده است.

برای تنظیم کنترل‌کننده فازی با الگوریتم‌های بهینه‌سازی شهودی می‌توان چندین روش را به کار برد. یک روش این است که ابتدا توابع تعلق انتخاب و سپس جدول قوانین فازی بهینه، متناسب با آن‌ها تنظیم شود. مشکل این روش این است که قوانین به‌دست‌آمده فقط برای توابع تعلق انتخاب‌شده به‌طور بهینه کار می‌کنند و ممکن است انتخاب بهتری وجود داشته باشد؛ پس مناسب‌تر است توابع تعلق و جدول قوانین فازی با هم تنظیم شوند. در روش یادگیری خارج از مدار بر پایه الگوریتم PSO استفاده شده در این مقاله، مسئله یادگیری

I_1	I_2	...	I_9	X_1^1	X_2^1	X_3^1	X_1^2	X_2^2	X_3^2	X_1^3	X_2^3	X_3^3	Y_1	Y_2	...	Y_6
-------	-------	-----	-------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	-------	-------	-----	-------

شکل ۶: مشخصه هر ذره در الگوریتم PSO

که $x_1 (=y)$ زاویه پاندول از محور عمود برحسب رادیان، x_2 سرعت زاویه‌ای پاندول، $g=9/8 \text{ m/s}^2$ ثابت شتاب ثقل، $m=0/1 \text{ kg}$ جرم پاندول، $m_c=1 \text{ kg}$ جرم اراجه، $l=0/5 \text{ m}$ نصف طول پاندول و u سیگنال کنترلی برحسب نیوتن است.

مطابق با توضیحات داده شده در بخش ۴-۳، اولین قدم در طراحی کنترل کننده PFOFPID، مشخص نمودن ساختار سیستم فازی است. به منظور طراحی این کنترل کننده برای سیستم پاندول معکوس با دو

ورودی $e(t)$ و $\frac{d^2 e(t)}{dt^2}$ ، تابع تعلق برای هر یک از ورودی‌ها و

خروجی سیستم کنترل فازی در نظر گرفته شده که هر یک شامل ۱ تابع تعلق از نوع مثلثی و ۲ تابع تعلق از نوع دوزنقه‌ای است؛ بنابراین تعداد قوانین فازی ۹ و بعد عوامل جستجو یا اعضای جمعیت در الگوریتم ۲۴ خواهد بود (۹ تا مربوط به جدول قوانین، ۹ تا مربوط به پارامترهای توابع تعلق ورودی‌ها و خروجی سیستم فازی و ۶ تا مربوط به ضرایب اصلاح و مرتبه‌های مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر). همچنین از سیستم استنتاج ممدانی، روش فازی‌سازی مینیمم - ماکزیمم و روش غیرفازی‌سازی میانگین مراکز در شبیه‌سازی‌ها استفاده شده است.

همان‌گونه که قبلاً بیان شد هدف، یافتن پارامترهای توابع تعلق، جدول قوانین بهینه، ضرایب اصلاح و مرتبه‌های کسری عملگرها برای کنترل کننده FOFPID است به گونه‌ای که تابع هدف (۱۵) توسط الگوریتم بهینه‌سازی PSO حداقل گردد. در این حالت چون کنترل کننده از نوع تنظیم کننده^{۱۶} در نظر گرفته شده است، $e(t)$ سیگنال خطای بین خروجی واقعی سیستم و مقدار صفر است.

محدوده جستجو برای پارامترهای کنترل کننده به‌طور تجربی $\{K_e, K_d, K_{PI}, K_{PD}\} \in [0, 10]$ و $\{\mu, \lambda\} \in [0, 1]$ در نظر گرفته شده است. همچنین تعداد اعضای جمعیت و تعداد تکرارها در الگوریتم به ترتیب ۱۰۰ و ۲۰۰ است.

مقادیر بهینه پارامترهای کنترل کننده‌های PFOFPID، FOFPID و FOPID و نیز جدول قوانین بهینه حاصل از طراحی کنترل کننده PFOFPID با الگوریتم PSO با شرایط ذکر شده در بالا، به ترتیب در جدول‌های ۲، ۳ و ۴ آورده شده‌اند. همچنین، توابع تعلق بهینه شده ورودی‌ها و خروجی سیستم فازی در شکل‌های ۷ تا ۹ نشان داده شده است.

جدول ۲: جدول پارامترهای کنترل کننده‌های FOFPID، PFOFPID بهینه شده توسط الگوریتم PSO

نوع کنترل کننده	پارامترهای کنترل کننده					
	K_e	K_d	K_{PD}	K_{PI}	μ	λ
PFOFPID	۰/۹۲۱۴	۰/۳۱۵۹	۲/۵۹۰۲	۰/۰۰۱	۰/۷۸۰۵	۰/۶۶۸۳
FOFPID	۰/۸۳۹۲	۱/۳۴۲۹	۴/۳۵۲۱	۳/۷۴۱۱	۰/۰۰۱	۰/۸۸۰۳

- ۱- انتخاب پارامترهای الگوریتم (اندازه جمعیت، تعداد تکرارها و ...)
- ۲- مقداردهی اولیه به جمعیت به‌طور تصادفی (تولید بردار سرعت و موقعیت برای هر ذره به‌طور تصادفی)
- ۳- محاسبه مقدار شایستگی (J) برای هر ذره
- ۴- تعیین بهترین موقعیت هر ذره (P_{hi}) و جمعیت ذرات (P_g)
- ۵- به‌روزرسانی بردار سرعت (V_i) و بردار موقعیت (X_i)
- ۶- بررسی شرط توقف الگوریتم که تعداد تکرار است. در صورت برقرار نبودن شرط توقف مراحل بهینه‌سازی از مرحله ۲ از سر گرفته می‌شود، در غیر این صورت P_g که در اینجا شامل بردار جواب است، به‌عنوان پاسخ نهایی طراحی کنترل کننده انتخاب می‌شود.

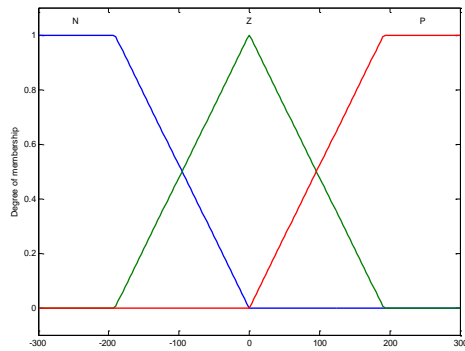
۵- شبیه‌سازی عددی و تحلیل نتایج

در این بخش، کنترل کننده PFOFPID بهینه شده با الگوریتم PSO، بر روی سیستم پاندول معکوس^{۱۵} به منظور کنترل زاویه آن نسبت به محور عمودی، اعمال می‌شود. در این راستا ابتدا نحوه تنظیم کنترل کننده PFOFPID با الگوریتم PSO برای سیستم پاندول معکوس تشریح می‌گردد. سپس در ادامه جهت ارزیابی و انجام یک مقایسه، عملکرد کنترل کننده PFOFPID با عملکرد کنترل کننده‌های FOPID و FOFPID با FLC ثابت (توابع تعلق و جدول قوانین فازی مربوط به FLC طبق [۷] تعریف می‌شوند) که هر دو با الگوریتم PSO طراحی و بهینه شده‌اند، مقایسه و سپس نتایج حاصل بررسی می‌شود. در انتها نیز به منظور بررسی مقاوم بودن کنترل کننده‌های بهینه طراحی شده، اثر عدم قطعیت در پارامترهای سیستم در حضور این کنترل کننده‌ها و برای سیستم پاندول معکوس بررسی می‌گردد.

۵-۱- طراحی کنترل کننده PID فازی مرتبه کسری بهینه برای سیستم پاندول معکوس

سیستم پاندول معکوس یکی از معروف‌ترین سیستم‌های غیرخطی است که طبیعت غیرخطی خاص آن باعث شده تا به محکی برای سنجش کارایی روش‌های کنترلی مختلف تبدیل شود. معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم پاندول معکوس طبق رابطه (۱۶) تعریف می‌شوند [۲۶].

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{g \sin(x_1(t)) - \frac{mlx_2^2(t) \sin x_1(t) \cos x_1(t)}{m_c + m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1(t)}{m_c + m} \right)} + \frac{\cos x_1(t)}{m_c + m} u(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (16)$$



شکل ۹: توابع تعلق تنظیم شده برای U

همچنین سیگنال کنترلی تولید شده توسط هر یک از کنترل کننده‌های اعمال شده در شکل ۱۱ آورده شده است.

همان‌طور که از شکل مذکور مشخص است، حداکثر دامنه سیگنال کنترلی در روش ارائه شده در حدود ۱۴۰ نیوتن است، در حالی که حداکثر دامنه سیگنال کنترلی در روش کنترل کننده FOPID در حدود ۳۰۰ نیوتن و در روش کنترل کننده FOFPID با FLC ثابت نیز در حدود ۱۴۰ نیوتن است. با توجه به مقایسه سیگنال‌های کنترلی به دست آمده از سه روش کنترلی، کنترل کننده FOFPID پیشنهادی در مقاله ارائه شده، دارای تلاش کنترلی کم‌تری نسبت به روش کنترل کننده FOPID است. شکل ۱۲ نیز نمودار همگرایی الگوریتم PSO را در رسیدن به جواب بهینه، برای کنترل کننده PFOFPID نشان می‌دهد. مقدار تابع هدف به دست آمده از طراحی کنترل کننده با الگوریتم PSO برابر $J=19/7204$ است.

همچنین به منظور مقایسه بهتر سه روش مورد بررسی، معیار عددی PI_1 به صورت رابطه (۱۷) تعریف می‌شود:

$$PI_1 = \int_{t=0}^{t=t_{sim}} (te(t))^2 dt \quad (17)$$

که در رابطه فوق t_{sim} زمان شبیه‌سازی و $e(t)$ سیگنال خطا می‌باشند. معیار فوق معرف سرعت رسیدن به پاسخ نهایی و زمان نشست است. هر چه این معیار کوچک‌تر باشد بهتر است. مقادیر عددی به دست آمده این معیار برای هر یک از کنترل کننده‌های اعمال شده، در جدول ۵ آورده شده است. با توجه به نتایج عددی حاصل، کنترل کننده PFOFPID، عملکرد بهتری در پایدارسازی سیستم تحت مطالعه نسبت به دو کنترل کننده FOPID و FOFPID دارد.

جدول ۵: جدول شاخص زمانی مربوط به کنترل کننده‌های PFOFPID،

FOFPID و FOPID

نوع کنترل کننده	PI_1
FOPID	۱۹/۳۴
FOFPID	۱۸/۲۸
PFOFPID	۱۴/۳۳

جدول ۳: جدول پارامترهای کنترل کننده FOPID بهینه شده توسط

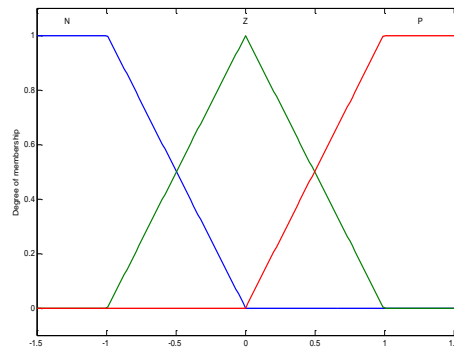
الگوریتم PSO

نوع کنترل کننده	پارامترهای کنترل کننده				
	K_p	K_I	K_D	μ	λ
FOPID	۲۷۹/۸۲۴	۱۱/۰۰۳	۲۰/۰۱	۰/۵۰۳۱	۰/۸۸۲۵

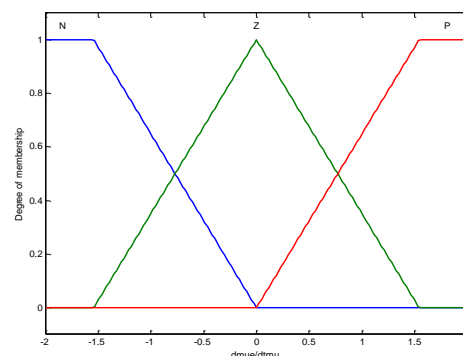
جدول ۴: جدول قوانین بهینه شده کنترل کننده PFOFPID با الگوریتم

PSO

e	PSO		
	N	Z	P
$\frac{d^{\mu}e(t)}{dt^{\mu}}$	Z	N	N
N	Z	N	N
Z	N	Z	P
P	P	N	P



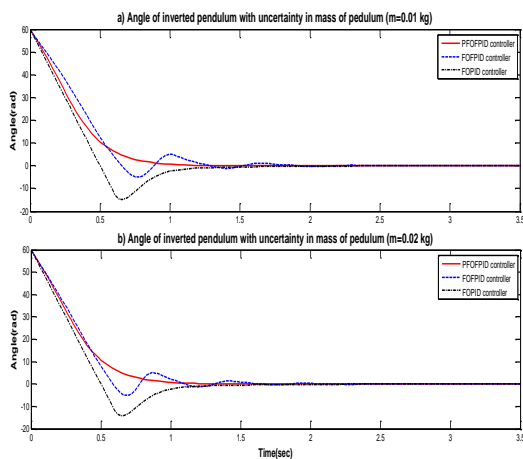
شکل ۷: توابع تعلق تنظیم شده برای e



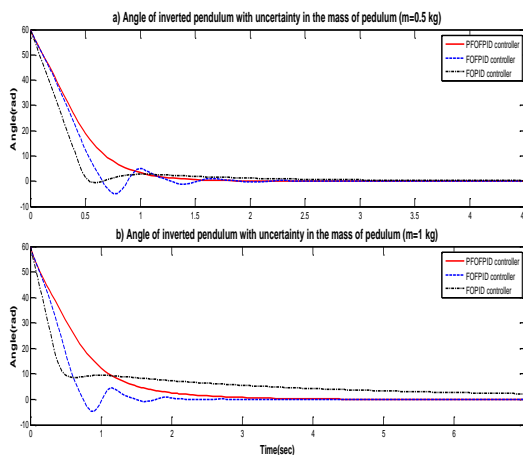
شکل ۸: توابع تعلق تنظیم شده برای $\frac{d^{\mu}e(t)}{dt^{\mu}}$

پس از اعمال کنترل کننده‌های PFOFPID، FOFPID و FOPID بهینه طراحی شده بر روی سیستم پاندول معکوس، نتایج به صورت شکل‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۲ به دست می‌آید. شکل ۱۰ زاویه پاندول نسبت به محور عمودی را در حضور هر سه کنترل کننده طراحی شده نشان می‌دهد.

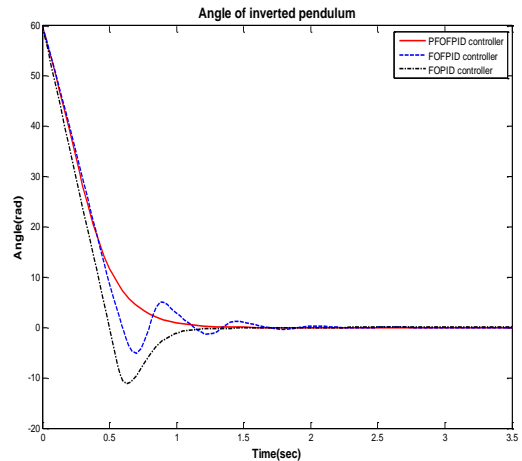
می‌شود. بدین منظور جرم پاندول (m) یک بار به صورت کاهش ۵ و ۱۰ برابری و یک بار به صورت افزایش ۵ و ۱۰ برابری، تغییر داده شده و کنترل کننده‌های طراحی شده بر روی سیستم مورد نظر به کار می‌روند. شکل‌های ۱۳ و ۱۴ زاویه پاندول نسبت به محور عمود را به ازای تغییرات جرم پاندول برای هر سه کنترل کننده نشان می‌دهند. این روند برای تغییر جرم ارابه (m_c) به ازای کاهش و افزایش ۳ و ۵ برابری و نیز برای تغییر طول پاندول (l) به ازای کاهش و افزایش ۱/۵ و ۲ برابری تکرار می‌شود. نتایج حاصل، در شکل‌های ۱۵ تا ۱۸ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل‌های مذکور مشاهده می‌شود کنترل کننده PFOFPID بهینه طراحی شده، نسبت به دو کنترل کننده FOPID و FOFPID، عملکرد بهتری در مواجهه با عدم قطعیت در پارامترهای سیستم دارد؛ با وجود اینکه هر سه کنترل کننده به دلیل بهره‌بردن از حسابان کسری در ساختار، پایداری سیستم را با وجود تغییرات در مقدار پارامترهای سیستم حفظ می‌کنند.



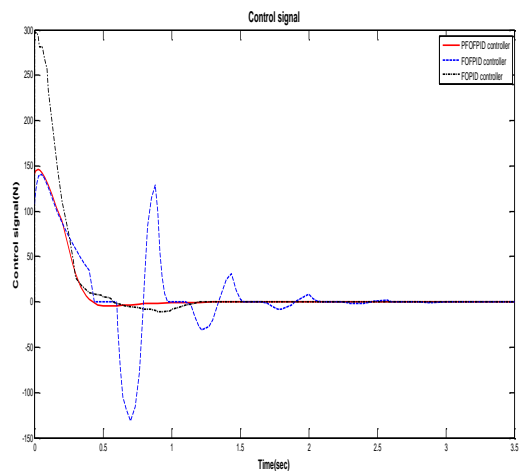
شکل ۱۳: (a) زاویه پاندول به ازای کاهش ۱۰ برابری، (b) زاویه پاندول به ازای کاهش ۵ برابری در جرم پاندول در حضور کنترل کننده‌های PFOFPID، FOFPID و FOPID



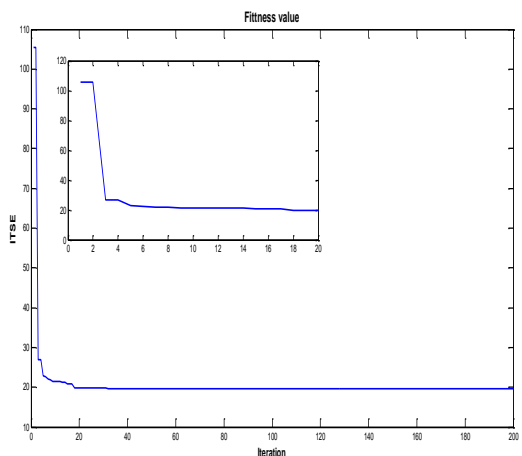
شکل ۱۴: (a) زاویه پاندول به ازای افزایش ۵ برابری، (b) زاویه پاندول به ازای افزایش ۱۰ برابری در جرم پاندول در حضور کنترل کننده‌های PFOFPID، FOFPID و FOPID



شکل ۱۰: زاویه پاندول نسبت به محور عمود در حضور کنترل کننده‌های PFOFPID، FOFPID و FOPID



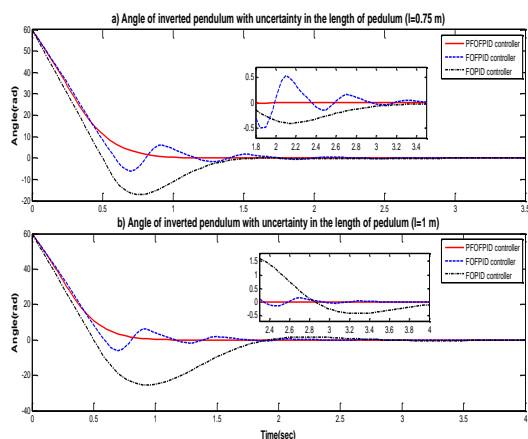
شکل ۱۱: سیگنال کنترلی مربوط به کنترل کننده‌های PFOFPID، FOFPID و FOPID



شکل ۱۲: نمودار همگرایی الگوریتم PSO مربوط به کنترل کننده PFOFPID

۵-۲- بررسی اثر عدم قطعیت در پارامترهای سیستم

به منظور بررسی مقاوم بودن کنترل کننده‌های PFOFPID، FOFPID و FOPID بهینه طراحی شده، اثر عدم قطعیت در پارامترهای سیستم در حضور این کنترل کننده‌ها و برای سیستم پاندول معکوس بررسی



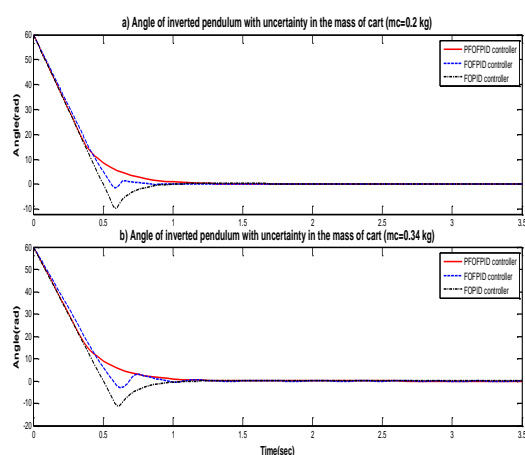
شکل ۱۸: (a) زاویه پاندول به‌ازای افزایش ۱/۵ برابری، (b) زاویه پاندول به‌ازای افزایش ۲ برابری در طول پاندول در حضور کنترل کننده‌های FOPID و FOFPID, PFOFPID

۶- نتیجه‌گیری

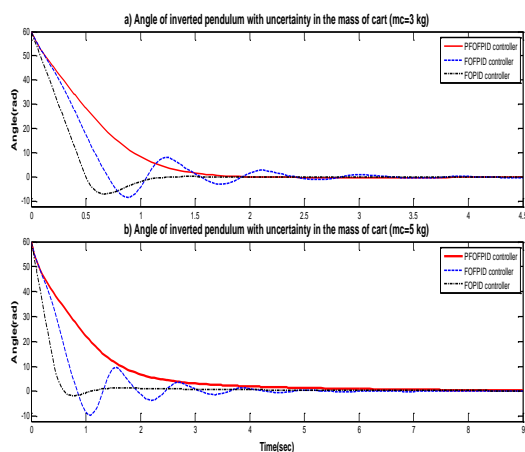
در این مقاله، روش جدیدی برای طراحی کنترل کننده FOFPID بهینه با استفاده از الگوریتم PSO معرفی و طراحی کنترل کننده با در نظر گرفتن یک تابع هدف مناسب مبتنی بر کاهش خطا بین حالت مطلوب و خروجی واقعی برای یک سیستم غیرخطی و ناپایدار پاندول معکوس، انجام شد. در روش پیشنهادی مقاله، همه پارامترهای کنترل کننده FOFPID اعم از جدول قوانین فازی، پارامترهای تابع تعلق، ضرایب اصلاح در ورودی‌ها و خروجی FLC و همچنین مرتبه کسری عملگرهای مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر به‌طور هم‌زمان و با استفاده از روشی جدید برای توصیف و کد کردن پارامترهای تابع تعلق و جدول قوانین فازی، باهدف کاهش طول بردار جواب، پیچیدگی‌های محاسباتی و افزایش سرعت رسیدن به جواب، طراحی گردید. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان‌دهنده کارایی و قابلیت کنترل کننده PFOFPID بهینه طراحی شده در پایدارسازی سیستم غیرخطی مورد مطالعه در مقایسه با کنترل کننده‌های FOPID با FLC ثابت و FOPID و همچنین مقاوم بودن این کنترل کننده در برابر عدم قطعیت در پارامترهای سیستم است. ذکر این نکته لازم است که هرچند قابلیت روش پیشنهادی نسبت به دو روش دیگر بهتر است؛ اما به علت بهینه‌سازی هم‌زمان پارامترها و افزایش تعداد پارامترهای بهینه‌سازی، فضای جستجو وسیع‌تر است؛ بنابراین احتمال همگرایی زودرس الگوریتم بهینه‌سازی وجود دارد.

مراجع

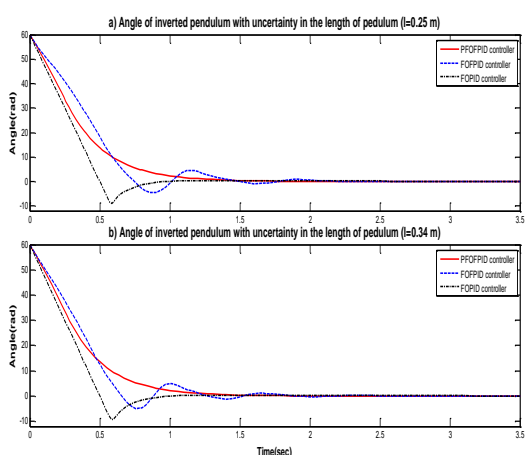
- [1] I. Podlubny, "Fractional-order systems and PI/sup/spl lambda/D/sup/spl mu/-controllers," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 44, no. 1, pp. 208-214, 1999.
- [2] C. A. Monje, B. M. Vinagre, Y. Q. Chen, V. Feliu, P. Lanusse and J. Sabatier, "Proposals for fractional PID tuning," *In The First IFAC Symposium on Fractional Differentiation and its Applications*, vol. 38, pp. 369-381, 2004.



شکل ۱۵: (a) زاویه پاندول به‌ازای کاهش ۵ برابری، (b) زاویه پاندول به‌ازای کاهش ۳ برابری در جرم ارابه در حضور کنترل کننده‌های FOPID و FOFPID, PFOFPID



شکل ۱۶: (a) زاویه پاندول به‌ازای افزایش ۳ برابری، (b) زاویه پاندول به‌ازای افزایش ۵ برابری در جرم پاندول در حضور کنترل کننده‌های FOPID و FOFPID, PFOFPID



شکل ۱۷: (a) زاویه پاندول به‌ازای کاهش ۲ برابری، (b) زاویه پاندول به‌ازای کاهش ۱/۵ برابری در طول پاندول در حضور کنترل کننده‌های FOPID و FOFPID, PFOFPID

- algorithms,” *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 2, pp. 1102-1107, 2006.
- [۱۶] محمدصالح تواجعی و مهسان توکلی کاخکی، سیستم‌ها و کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری، چاپ اول، تهران، انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، خرداد ۱۳۹۴.
- [17] A. Oustaloup, F. Levron, B. Mathieu and F.M. Nanot, “Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 47, no. 1, pp. 25-39, 2000.
- [18] M. Güzelkaya, I. Eksin and E. Yeşil, “Self-tuning of PID-type fuzzy logic controller coefficients via relative rate observer,” *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 16, no. 3, pp. 227-236, 2003.
- [19] W. Z. Qiao, W. Zhi and M. Mizumoto, “PID type fuzzy controller and parameters adaptive method,” *Fuzzy sets and systems*, vol. 78, no. 1, pp. 23-35, 1996.
- [20] E. Yeşil, E. M. Güzelkaya and I. Eksin, “Self tuning fuzzy PID type load and frequency controller,” *Energy Conversion and Management*, vol. 45, no. 3, pp. 377-390, 2004.
- [21] P. Shah and S. Agashe, “Review of fractional PID controller,” *Mechatronics*, vol. 38, pp. 29-41, 2016.
- [22] M. K. Arun, U. Biju, N. N. Rajagopal and V. Bagyaveerewaran, “Optimal tuning of fractional-order PID controller,” *In Proceedings of the International Conference on Soft Computing Systems, Springer India*, pp. 401-408, 2016.
- [23] J. Kennedy and R.C. Eberhart, “Particle swarm optimization,” *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia*, vol. 4, pp. 1942-1945, 1995.
- [24] R. Hassan, B. Cohanin, O. D. Weck and G. Venter, “A comparison of particle swarm optimization and the genetic algorithm,” *Proceedings of the 1st AIAA multidisciplinary design optimization specialist conference*, pp. 18-21, 2005.
- [۲۵] سیدمحمد رضا موسوی، محمد خویشه، احسان ابراهیمی و فلاح محمد زاده، «دسته‌بندی اهداف سوناری توسط الگوریتم بهینه‌ساز ازدحام ذرات با گروه‌های مستقل»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۷، شماره ۱، صفحه ۲۶۳-۲۷۴، بهار ۱۳۹۶.
- [26] W. Chang and S. Shih, “PID controller design of nonlinear systems using an improved particle swarm optimization approach,” *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 15, no. 11, pp. 3632-3639, 2010.
- [3] D. Valério and J.S. da Costa, “Tuning of fractional PID controllers with Ziegler–Nichols-type rules,” *Signal Processing*, vol. 86, no. 10, pp. 2771-2784, 2006.
- [4] J. Y. Cao, J. Liang and B. G. Cao, “Optimization of fractional order PID controllers based on genetic algorithms,” *In 2005 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, vol. 9, pp. 5686-5689, IEEE, 2005.
- [5] M. Zamani, M. Karimi-Ghartemani, N. Sadati and M. Parniani, “Design of a fractional order PID controller for an AVR using particle swarm optimization,” *Control Engineering Practice*, vol. 17, no. 12, pp. 1380-1387, 2009.
- [۶] سعید اباذری و صادق قائدی، «بهبود پایداری دینامیکی به روش کنترل فازی در سیستم‌های قدرت چند ماشینه با کاربرد TCSC»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۵۴، شماره ۲، صفحه ۹-۱، تابستان ۱۳۹۳.
- [7] I. Pan and S. Das, *Intelligent Fractional Order Systems and Control: An Introduction*, vol. 438, Springer, 2012.
- [8] S. K. Gupta and P Varshney, “Fractional fuzzy PID controller for speed control of DC motor,” *In IEEE Third International Conference on Advances in Computing and Communications (ICACC)*, pp. 1-4, 2013.
- [9] R. Sharma, K.P.S. Rana and V. Kumar, “Performance analysis of fractional order fuzzy PID controllers applied to a robotic manipulator,” *Expert Systems with Applications*, vol. 41, no. 9, pp. 4274-4289, 2014.
- [10] A. Rebai, K. Guesmi and B. Hemic, “Design of an optimized fractional order fuzzy PID controller for a piezoelectric actuator,” *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, vol. 17, no. 3, pp. 41-49, 2015.
- [11] A. Homaifar and E. McCormick, “Simultaneous design of membership functions and rule sets for fuzzy controllers using genetic algorithms,” *IEEE transactions on fuzzy systems*, vol. 3, no. 2, pp. 129-139, 1995.
- [12] U. Bodenhofer, *Tuning of fuzzy systems using genetic algorithms*, Ph.D. Thesis, Johannes Kepler University Linz, Linz, Austria, 1996.
- [13] M. K. Ciliz, “Rule base reduction for knowledge-based fuzzy controllers with application to a vacuum cleaner,” *Expert systems with applications*, vol. 28, no. 1, pp.175-184, 2005.
- [14] T. Tadanari, K. Tanaka, H. Ohtake and H. O. Wang, “Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems,” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 9, no. 4, pp. 525-538, 2001.
- [15] C. ko, T. Lee, Y. Fu and C. Wu, “Simultaneous auto-tuning of membership functions and fuzzy control rules using genetic

زیر نویس‌ها

- ^۱ Fractional calculus
- ^۲ Podlubny
- ^۳ Fractional Order PID
- ^۴ Fuzzy Logic Controller
- ^۵ Fractional Order Fuzzy PID
- ^۶ Cuckoo search algorithm
- ^۷ Particle Swarm Optimization algorithm
- ^۸ Riemann–Liouville
- ^۹ Caputo
- ^{۱۰} Grunwald-Letnikov
- ^{۱۱} Continuous-time approximations
- ^{۱۲} Discrete-time approximations
- ^{۱۳} Oustaloup approximation
- ^{۱۴} Proposed FOFPID controller
- ^{۱۵} Inverted pendulum system
- ^{۱۶} Regulating