

مقایسه ساختارهای مختلف یک شبکه لوله‌ای معادل پیشنهادی برای تحلیل جریان غیر خطی دو بعدی در محیط‌های متخلخل درشت‌دانه همسانگرد

مریم ابارشی^۱، سید محمود حسینی^{۲*} و احمد آفتابی‌ثانی^۳

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی عمران-آب، دانشگاه فردوسی مشهد

^۲ استاد گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

^۳ استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

* نویسنده مسئول

دریافت ۹۴/۱۲/۷ پذیرش ۹۵/۷/۱۷

چکیده

در این تحقیق با توجه به اهمیت بررسی جریان در سازه‌های سنگریزه‌ای درشت‌دانه، به منظور مدل‌سازی جریان دو بعدی دائمی غیر خطی در این گونه سازه‌ها، یک مدل شبکه لوله‌ای معادل بدون نیاز به واسنجی پارامترهای هیدرولیکی و بر اساس روابط موجود در زمینه هیدرولیک جریان در محیط متخلخل، معرفی گردید. چون شبکه لوله‌ای معادل دارای یک جواب منحصر به فرد نمی‌باشد، سه ساختار مختلف از مدل شبکه لوله‌ای معادل با قطرهای متفاوت، تعریف گردید. تعداد لوله‌ها در هر امتداد بر مبنای تساوی تخلخل سطحی محیط متخلخل و مدل شبکه لوله‌ای معادل، محاسبه گردید. عامل اصطکاک لوله‌ها نیز که تابعی از سرعت جریان در لوله‌هاست، در هر گام تحلیل شبکه به گونه‌ای محاسبه شد که افت ارتفاع هیدرولیکی در واحد طول محیط متخلخل و مدل شبکه لوله‌ای معادل، یکسان باشد. نتایج تحلیل جریان در ساختارهای مورد بررسی شامل پروفیل سطح آب و دبی جریان، با مقادیر موجود نظیر آن از یک سازه سنگریزه‌ای احداث شده در یک فلوام آزمایشگاهی، مقایسه گردید. کمترین خطا در ساختاری که در آن قطر لوله‌ها بر اساس تساوی شعاع هیدرولیکی متوسط محیط متخلخل با شعاع هیدرولیکی لوله‌ها محاسبه گردید، مشاهده شد. نتایج بیانگر آن هستند که شبکه لوله‌ای معادل، پتانسیل این را دارد که از قابلیت‌های موجود در تحلیل جریان در شبکه‌های توزیع آب بهره گیرد و به عنوان یک روش عددی در تحلیل جریان در محیط متخلخل مورد استفاده قرار گیرد.

واژگان کلیدی: محیط متخلخل درشت‌دانه، جریان غیر خطی دو بعدی، مدل شبکه لوله‌ای معادل، جریان با سطح آزاد.

۱- مقدمه

نیروهای اینرسی و تأثیرات آشفتگی است. این نوع جریان‌ها به جریان‌های غیر خطی یا غیر داری مشهورند [۱-۴].

یکی از روش‌های تبیین روابط ساختاری جریان در محیط متخلخل (روابط داری و فورشه‌ایمر)، استفاده از مدل‌های هندسی^۱ است. در این روش، ابتدا هندسه و چگونگی توزیع فضاهای خالی محیط متخلخل شناسایی می‌شود، سپس این توزیع هندسی ساده‌سازی و بر یکی از توابع آماری منطبق می‌گردد. در ادامه، فرض می‌شود در ساختار تشکیل شده، سیال جریان پیدا کرده است و در انتها جریان درون مدل هندسی مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرد. از نتایج حاصل از این مدل‌سازی جهت تبیین روابط ساختاری جریان نظیر رابطه داری و یا فورشه‌ایمر استفاده می‌گردد.

مدل‌های هندسی انواع مختلفی دارند که تفاوت آن‌ها در تعداد خصوصیات هندسی که برای مدل‌سازی در نظر گرفته

شبه‌سازی جریان درون محیط متخلخل، در شاخه‌های مختلف علوم از جمله مهندسی زمین‌شناسی، مهندسی شیمی، مهندسی نفت و مهندسی عمران کاربردهای فراوانی دارد. به عنوان نمونه می‌توان به بررسی جریان آب درون سدهای سنگریزه‌ای، موج شکن‌ها، فیلترهای شنی و سازه‌های گابیونی اشاره نمود.

جهت تحلیل جریان در محیط متخلخل، از دو رابطه مشهور پایه تحت عنوان روابط داری و فورشه‌ایمر استفاده می‌شود. رابطه داری عموماً به عنوان رابطه ساختاری حاکم بر جریان سیال در محیط متخلخل شناخته می‌شود. رابطه خطی داری تا هنگامی اعتبار دارد که نیروهای لزوجت بر نیروهای اینرسی غلبه دارند و اثرات آشفتگی در جریان ظاهر نمی‌شود. آزمایشات انجام شده بر روی محیط‌های سنگریزه‌ای نشان می‌دهد که در این محیط‌ها تحت سرعت و گرادیان هیدرولیکی بالا، منحنی سرعت - گرادیان، از حالت خطی انحراف می‌یابد. این امر بیانگر حضور

در اتصالات شبکه لوله‌ای معادل، عامل اصطکاک درون لوله‌های مدل شبکه لوله‌ای معادل را به عنوان پارامتر واسنجی در نظر گرفتند [۱۱-۱۳]. در کار ایشان، یک افزایش جزئی در عامل اصطکاک لوله‌ها در مقایسه با مقادیر نظیر آن در یک لوله شیشه‌ای صاف حاصل گردید.

در این تحقیق، ضمن برشمردن نواقص موجود در پژوهش‌های انجام شده در زمینه مدل‌سازی محیط متخلخل به کمک شبکه لوله‌ای معادل، راهکارهای سازنده در جهت رفع این کمبودها ارائه می‌گردد.

تحقیق حاضر بر سه موضوع اصلی متمرکز است. موضوع اول، معرفی یک شبکه لوله‌ای معادل در تحلیل جریان غیر خطی دو بعدی در محیط متخلخل، بدون نیاز به واسنجی و بر اساس روابط موجود در زمینه هیدرولیک جریان در محیط متخلخل است. با توجه به عدم وجود ساختار یکتا در شبکه لوله‌ای معادل پیشنهادی، ارزیابی عملکرد سه ساختار مختلف از شبکه لوله‌ای معادل، موضوع دومی است که به آن پرداخته می‌شود. معیار مورد استفاده در این تحقیق، یک مجموعه اطلاعات آزمایشگاهی است که با دقت لازم تهیه و ارائه شده است [۱۴، ۱۵]. موضوع سوم، معرفی یک روش عددی جدید در تحلیل شبکه لوله‌ای معادل است. این روش که در تحلیل شبکه‌های توزیع آب کاربرد دارد، می‌تواند به عنوان یک روش مؤثر در تحلیل شبکه لوله‌ای معادل مورد نظر در این تحقیق نیز مورد استفاده قرار گیرد.

۲- روابط پایه و تجربی تحلیل جریان غیر خطی آب در محیط متخلخل

برای مدل‌سازی جریان‌های غیر خطی، روابط ساختاری غیر خطی متعددی چون رابطه فورشه‌ایمر و رابطه توانی ارائه شده‌اند. مطالعات نظری و آزمایشگاهی در سال‌های اخیر نشان داده‌اند که رابطه فورشه‌ایمر بر روابط دیگر برتری دارد [۱۶-۱۸]. فورشه‌ایمر در سال ۱۹۱۴، بر اساس مشاهدات آزمایشگاهی نشان داد در جریان‌های غیر خطی، گرادیان هیدرولیکی علاوه بر توان اول سرعت، با توان دوم آن نیز ارتباط مستقیم پیدا می‌کند. در رابطه پیشنهادی فورشه‌ایمر، ارتباط بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت جریان به صورت زیر بیان شده است.

$$i = av + bv^2 \quad (1)$$

که در آن i گرادیان هیدرولیکی، v سرعت داری یا سرعت ظاهری جریان و a و b ضرایب ثابتی می‌باشند که به خصوصیات

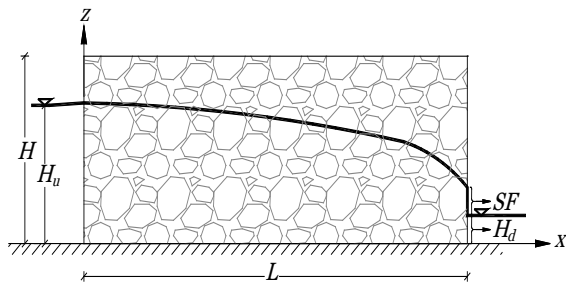
می‌شود، نوع تابع آماری به کار رفته برای توصیف توزیع فضاهای خالی در محیط متخلخل و چگونگی اتصال این فضاها به یکدیگر می‌باشد. یکی از انواع مدل‌های هندسی، تحت عنوان مدل‌های شبکه‌ای در مقیاس منفذی^۱ نامیده می‌شود [۵-۱۰].

با استفاده از دیدگاه ساختار مدل‌های شبکه‌ای در مقیاس منفذی، می‌توان مدلی تحت عنوان مدل شبکه لوله‌ای بنا نمود که مشخصات عمومی فضاهای خالی را در یک نگاه ماکروسکوپی و با توجه به پارامترهای ماکروسکوپی، در قالب شبکه‌ای متشکل از لوله‌ها و گره‌ها تبیین نماید که می‌تواند ضمن حفظ ساختار درونی محیط متخلخل به سادگی مورد تجزیه و تحلیل هیدرولیکی قرار گیرد و اطلاعات ماکروسکوپیکی از جریان نظیر فشار، ارتفاع هیدرولیکی و دبی جریان را تولید نماید.

طبق تحقیقات به عمل آمده، تاکنون تعداد بسیار محدودی از پژوهشگران، ایده مدل‌های شبکه‌ای در مقیاس منفذی را به مدل‌های شبکه لوله‌ای معادل در مقیاس ماکروسکوپی تعمیم داده‌اند [۱۱-۱۳].

مدل شبکه لوله‌ای معادل یک محیط متخلخل همسانگرد، به صورت شبکه‌های مربعی منظم از لوله‌ها، که در محل گره‌ها به یکدیگر متصل شده‌اند، در نظر گرفته می‌شود. در این شبکه، گره‌های موجود در محل اتصال لوله‌ها، مبین حفره‌های موجود در محیط متخلخل بوده و لوله‌ها نقش مجاری موجود در محیط مزبور را ایفا می‌کنند [۱۱-۱۳].

به منظور استفاده از مدل‌های شبکه لوله‌ای، افصلی و همکاران [۱۱-۱۳]، به بررسی آزمایشگاهی و محاسباتی جریان غیر خطی درون محیط‌های سنگریزه‌ای همسانگرد با استفاده از شبکه لوله‌ای معادل پرداختند. محیط متخلخلی که جهت مدل‌سازی از آن استفاده نمودند، از دانه‌های کروی که در متراکم-ترین حالت خود قرار گرفته‌اند، تشکیل شده است. همچنین برای تعیین قطر و طول لوله‌های شبکه، به ترتیب از تساوی شعاع هیدرولیکی و تساوی تخلخل حجمی در دو سیستم محیط متخلخل و مدل شبکه لوله‌ای معادل، استفاده کرده و سپس مدل شبکه لوله‌ای متعامد را در آزمایشگاه برپا کردند. جهت تحلیل نرم‌افزاری مدل شبکه لوله‌ای نیز، یک برنامه کامپیوتری با قابلیت تحلیل جریان غیر خطی با سطح آزاد تهیه کردند و جهت انطباق هر چه بیشتر نتایج حاصل از اجرای برنامه با نتایج مشاهداتی در محیط آزمایشگاه، با صرفنظر از افت‌های موضعی



شکل ۱- محیط متخلخل مکعب مستطیل شکل همسانگرد

در چنین مسائلی تحلیل جریان از جمله تعیین پروفیل سطح آب و دبی عبوری از محیط متخلخل بسیار حائز اهمیت می‌باشد. بنابر این در این پژوهش یک مدل شبکه لوله‌ای به منظور تحلیل جریان در این گونه سازه‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در شکل (۲)، شبکه لوله‌ای معادل تشکیل یافته از یک مجموعه لوله‌های عمود بر هم نشان داده شده است. برای ایجاد جریانی مشابه با جریان در محیط متخلخل واقعی، به تمامی لوله‌های بالادست شبکه که به عنوان ورودی جریان لحاظ می‌شوند و زیر ارتفاع آب مخزن بالادست قرار دارند، مخزنی با ارتفاع هیدرولیکی مخزن بالادست محیط متخلخل (H_u) و به کلیه لوله‌های خروجی جریان در پائین دست که زیر ارتفاع آب مخزن پائین دست قرار دارند، مخزنی با ارتفاع هیدرولیکی مخزن پائین دست محیط متخلخل (H_d) متصل می‌شوند. برای در نظر گرفتن جبهه نش در صورت وجود در وجه پائین دست، مخازنی با ارتفاع هیدرولیکی برابر با ارتفاع لوله از تراز مبنا (Z)، به انتهای لوله‌های مورد نظر متصل می‌گردند.

یک مدل شبیه‌سازی هنگامی از کارایی خوبی برخوردار است که دبی عبوری از مدل دارای کمترین اختلاف با دبی جریان گذشته از محیط متخلخل باشد. میزان دبی عبوری از محیط متخلخل، مستقیماً به سطح خالی عمود بر جهت جریان در حالت اشباع و چگونگی توزیع فضاهای خالی درون محیط متخلخل بستگی دارد.

محیط متخلخل (تخلخل حجمی، میانگین اندازه سنگدانه‌ها و شکل و زبری سنگدانه‌ها) و خصوصیات سیال (لزوجت سینماتیکی) بستگی دارند [۱۹]. در سرعت‌های پائین، تأثیر bv^2 کم می‌شود و رابطه فوق به سمت رابطه خطی داریس متمایل می‌گردد و در سرعت‌های بالا، عبارت با توان دوم غالب می‌گردد.

به موازات مطالعه روی توصیف تئوریک و فیزیکی جریان غیرخطی، مطالعات گسترده‌تری برای مرتبط نمودن ضرایب روابط پایه با خصوصیات سیال و محیط متخلخل انجام شده است. تا کنون در این زمینه روابط تجربی زیادی با استفاده از کارهای آزمایشگاهی و تجربی توسعه یافته‌اند [۲۰، ۲۱]. در این پژوهش از رابطه تجربی استیفنسن استفاده شده است که به صورت زیر است.

$$i = \frac{800\vartheta}{g\varphi D_p^2} v + \frac{k_t}{g\varphi^2 D_p} v^2 \quad (2)$$

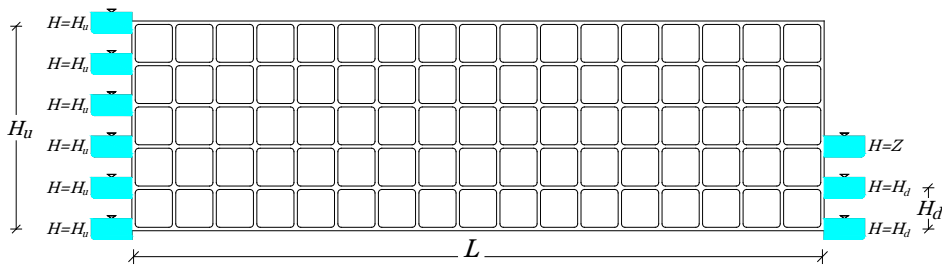
که در آن φ تخلخل حجمی، ϑ لزوجت سینماتیکی سیال، D_p میانگین اندازه سنگدانه‌ها و k_t فاکتور زبری سنگدانه‌ها در ناحیه غیر خطی جریان (۱ برای ذرات گردگوشه و صاف، ۲ برای ذرات نیمه گرد گوشه، ۴ برای ذرات شکسته و زبر) می‌باشد. از کاربردهای معادله استیفنسن، تحلیل جریان غیر خطی در محیط متخلخل درشت‌دانه است که به ویژه در طراحی سدهای سنگریزه‌ای یا گابیونی (توری سنگی) و دیوارهای حائل مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۲].

۳- معرفی شبکه لوله‌ای معادل توسعه یافته در این تحقیق

۳-۱- کلیات مدل

شکل (۱) بیانگر نمونه‌ای از جریان در یک سازه سنگریزه‌ای مکعب مستطیل شکل به طول L ، ارتفاع H و عرض W ، نظیر یک بند گابیونی با ارتفاع هیدرولیکی بالادست (H_u) و ارتفاع هیدرولیکی پائین دست (H_d) می‌باشد که دارای ویژگی‌های برقراری جریان غیر خطی با سطح آزاد است.

چنانچه ارتفاع هیدرولیکی جریان خروجی در وجه پائین دست، بزرگ‌تر از ارتفاع هیدرولیکی پائین دست محیط متخلخل باشد، در این وجه جبهه نش شکل می‌گیرد که موقعیت آن در شکل (۱) با پارامتر SF نشان داده شده است.



شکل ۲- شمای کلی مدل شبکه لوله‌ای معادل مورد استفاده در این تحقیق

۲-۳- مشخصات هندسی مدل

با توجه به اینکه در مدل‌های شبکه‌ای، گره‌ها و لوله‌های موجود در شبکه، مبین حفرات و مجاری موجود در محیط متخلخل هستند، بنابراین مهم‌ترین مسئله در محث مدل‌های شبکه‌ای، تعیین ویژگی‌های فیزیکی شبکه، از جمله ابعاد آن و طول و قطر لوله‌ها متناسب با شکل، اندازه و توزیع خلل و فرج موجود در محیط متخلخل است.

طول و ارتفاع شبکه لوله‌ای معادل به ترتیب برابر با طول و ارتفاع سازه هیدرولیکی در نظر گرفته می‌شوند. چنانچه هدف بررسی جریان درون یک محیط متخلخل همسان‌گرد باشد، می‌توان قطر لوله‌ها (d) را برابر با شعاع هیدرولیکی متوسط محیط متخلخل (R_p) در نظر گرفت که به کمک رابطه (۳) محاسبه می‌شود [۲۳].

$$d_1 = R_p = \frac{\phi}{6r_e(1-\phi)} D_p \quad (3)$$

که در آن، D_p میانگین اندازه سنگدانه‌ها، ϕ تخلخل حجمی و r_e راندمان نسبی سطح سنگدانه‌ها می‌باشد که اندکی بزرگ‌تر از یک است و در این تحقیق متناسب با شکل و زبری سطح سنگدانه‌ها در مدل آزمایشگاهی، برابر یک در نظر گرفته شده است. همچنین با توجه به تأثیر شعاع هیدرولیکی متوسط بر هدایت سیال درون محیط متخلخل [۲۴]، می‌توان از تساوی شعاع هیدرولیکی لوله‌ها ($d/4$) با شعاع هیدرولیکی متوسط محیط متخلخل، قطر لوله‌ها در سیستم شبکه لوله‌ای معادل را با استفاده از رابطه زیر تعیین نمود.

$$d_2 = 4R_p = \frac{2\phi}{3r_e(1-\phi)} D_p \quad (4)$$

روابط (۳) و (۴) بیانگر آن است که هر دو قطر پیشنهادی، ضریبی از میانگین اندازه سنگدانه‌ها (D_p) می‌باشند. در بسیاری از روابط جریان در محیط متخلخل، از جمله رابطه مورد

استفاده در تعریف عدد رینولدز به عنوان یک طول مشخصه، ظاهر می‌شود و به عنوان شاخص غیر مستقیمی از اندازه مجاری جریان، بر روند جریان در محیط متخلخل، مؤثر است. بنابر این می‌توان قطر لوله‌ها را برابر با میانگین اندازه سنگدانه‌ها (D_p) که یک مشخصه قابل‌اندازه‌گیری از محیط متخلخل است، نیز فرض نمود.

$$d_3 = D_p \quad (5)$$

در مرحله بعد برای تعیین طول لوله‌ها در یک سیستم شبکه لوله‌ای معادل نظیر یک محیط متخلخل همسانگرد، ابتدا می‌توان یک جزء مکعبی از محیط متخلخل و شبکه لوله‌ای معادل با عنوان جزء واحد مطابق شکل (۳) در نظر گرفت. با فرض آن که عرض جزء واحد محیط متخلخل برابر با قطر لوله‌ها در شبکه لوله‌ای معادل باشد، طول لوله‌ها (l) از تساوی سطح خلل و فرج عمود بر جهت جریان در جزء واحد محیط متخلخل با سطح خالی عمود بر جهت جریان در جزء واحد مدل شبکه لوله‌ای معادل از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$l = \frac{\pi d}{4\phi} \quad (6)$$

که در آن، d قطر لوله‌ها در شبکه لوله‌ای معادل می‌باشد و به کمک یکی از روابط (۳)-(۵) به دست می‌آید. با توجه به رابطه (۶)، آرایش لوله‌ها متأثر از قطر لوله‌ها و عرض جزء واحد محیط متخلخل است. همچنین با توجه به تساوی تخلخل سطحی در دو جهت در یک محیط متخلخل همسانگرد، طول لوله‌ها در هر دو جهت افقی و عمودی یکسان می‌باشند.

نکته حائز اهمیت دیگر آن است که باید افت اصطکاک واحد طول در دو سیستم محیط متخلخل و شبکه لوله‌ای معادل با یکدیگر برابر باشند.

$$f_p = \frac{800}{Re_p} + k_t \quad (8)$$

$$Re_p = \frac{v_p D_p}{\nu} \quad (9)$$

از طرف دیگر، بنابر رابطه داریسی- وایسباخ، ارتباط بین گرادیان هیدرولیکی و فاکتور اصطکاک در یک لوله مستقیم (f) توسط رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$i = \frac{f v^2}{d 2g} \quad (10)$$

سپس از تساوی گرادیان هیدرولیکی دو سیستم، ارتباط بین فاکتور اصطکاک در لوله با عامل اصطکاک در محیط متخلخل، با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f = \frac{2d}{D_p} f_p \quad (11)$$

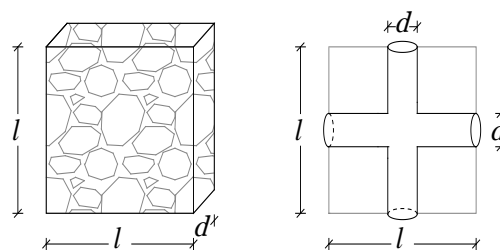
رابطه فوق را می‌توان به شکل زیر بازنویسی نمود:

$$f = \frac{1600\theta d}{D_p^2 v} + \frac{2dk_t}{D_p} \quad (12)$$

که در روابط (۷) تا (۱۲)، d قطر لوله‌های شبکه لوله‌ای معادل، D_p میانگین اندازه سنگدانه‌ها، v سرعت سیال در لوله، ν سرعت سیال در محیط متخلخل، φ تخلخل حجمی، θ لزوجت سینماتیکی سیال، k_t فاکتور زبری سنگدانه‌ها در ناحیه غیر خطی جریان، i گرادیان هیدرولیکی، f عامل اصطکاک لوله و f_p عامل اصطکاک محیط متخلخل می‌باشد. مقدار عامل اصطکاک لوله‌ها که تابعی از سرعت جریان می‌باشد، در هر گام تحلیل شبکه لوله‌ای معادل، به کمک رابطه (۱۲) در یک فرآیند آزمون و خطا محاسبه و در مقدار واقعی خود تثبیت می‌گردد. بدیهی است که f بستگی به قطر لوله انتخابی دارد.

۴- فرآیند تحلیل مدل شبکه لوله‌ای معادل برای جریان دو بعدی با سطح آزاد

در شکل (۲) شمای کلی مدل شبکه لوله‌ای معادل مورد استفاده در این تحقیق، نشان داده شد. در هر ساختار مورد بررسی، ابتدا قطر و طول لوله‌های شبکه لوله‌ای به روشی که بیان گردید، تعیین می‌گردند. سپس تحلیل مدل شبکه لوله‌ای انجام



شکل ۳- جزء واحد در محیط متخلخل همسانگرد و مدل شبکه لوله‌ای معادل

از برابر قرار دادن افت اصطکاک واحد طول در دو سیستم محیط متخلخل و شبکه لوله‌ای، می‌توان فاکتور اصطکاک درون لوله‌ها را تعیین نمود.

چنانکه بیان گردید به سادگی نمی‌توان در این مورد که کدام قطر لوله و طول لوله، رفتار مناسبی از جریان در محیط متخلخل را ارائه می‌دهد، اظهار نظر نمود و در این رابطه جواب یکتایی وجود ندارد. بنابر این در این تحقیق سعی می‌شود که نتایج اجرای سه ساختار مختلف از شبکه لوله‌ای معادل، با یک مجموعه اطلاعات آزمایشگاهی مقایسه گردند.

۳-۳- محاسبه عامل اصطکاک لوله‌ها بر مبنای تشابه رابطه استیفنسن^۱ با رابطه داریسی- وایسباخ^۲

یکی از حالاتی که پژوهشگران برای توصیف روابط پایه جریان غیر خطی در محیط متخلخل بیان می‌کنند، حالت اصطکاک روابط مذکور می‌باشد. این عمل با برابر قرار دادن معادله جریان در محیط متخلخل با معادله گرادیان هیدرولیکی جریان آب در یک لوله انجام می‌گیرد. بدین ترتیب عامل اصطکاک در محیط متخلخل در تشابه با رابطه داریسی- وایسباخ به دست خواهد آمد.

ارتباط بین گرادیان هیدرولیکی و عامل اصطکاک در محیط متخلخل را می‌توان به صورت رابطه (۷) در نظر گرفت که بیانگر شکل اصطکاک رابطه استیفنسن می‌باشد. عامل اصطکاک محیط متخلخل (f_p) و عدد رینولدز در محیط متخلخل (Re_p) نیز به ترتیب با استفاده از روابط (۸) و (۹) محاسبه می‌شوند.

$$i = \frac{f_p}{g D_p \varphi^2} v_p^2 \quad (7)$$

1- Stephenson equation

2- Darcy-Weisbach equation

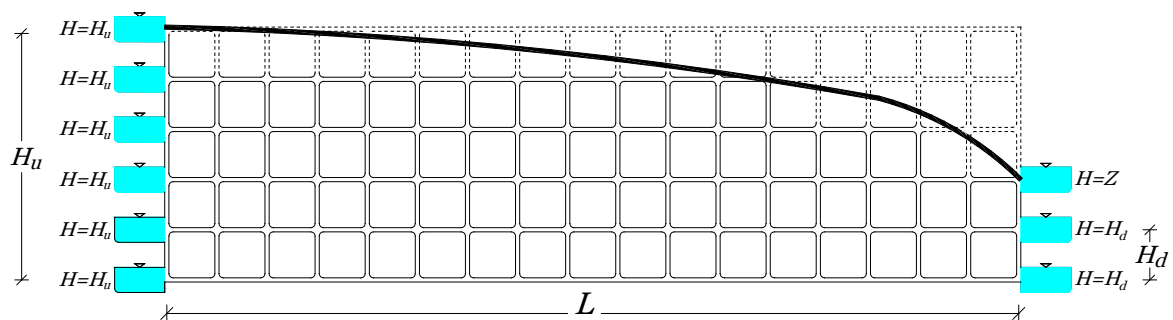
هم نشده باشد، در آن گره جبهه نشت رخ داده است و باید به آن گره مخزنی برابر با ارتفاع گره از تراز مبنا متصل نمود. پس از تثبیت ارتفاع هیدرولیکی پائین ترین گره پائین دست، مراحل مربوط به تحلیل تحت فشار شبکه، غیر فعال نمودن گره-های با فشار منفی و تثبیت ارتفاع هیدرولیکی گره‌های پائین-دست (در صورت وجود) تا آنجا که کلیه گره‌های پائین دست یا به مخزن متصل باشند و یا این که غیر فعال شده باشند، تکرار می‌گردد. همچنین محاسبه پروفیل سطح آب در هر مقطع قائم، با استفاده از درون‌یابی خطی بین ارتفاع هیدرولیکی دو گره مجاور در این امتداد با فشارهای مثبت و منفی انجام می‌پذیرد (شکل (۴)). پس از تشریح روند غیر فعال نمودن گره‌های با فشار منفی از شبکه، در ادامه، به روش انتخابی برای تحلیل شبکه پرداخته می‌شود. مزیت این روش که در آن نیاز به حل همزمان سیستم معادلات غیر خطی مسئله نیست، در حالت وجود چندین مخزن با ارتفاع هیدرولیکی ثابت است که کاربرد روش را نسبت به روش‌های متداول، در تحقیق حاضر ساده‌تر می‌کند. سادگی نسبی در رابطه‌سازی و برنامه‌نویسی به علاوه سرعت همگرایی مطلوب و مستقل از حدس اولیه از دیگر شاخص‌های این روش می‌باشند [۲۵]. در این روش ابتدا مقادیر اولیه ارتفاع هیدرولیکی گرهی در تمام گره‌های شبکه انتخاب می‌گردند. برای سهولت بیشتر می‌توان ارتفاع هیدرولیکی هر گره را برابر شماره آن گره در نظر گرفت. باید توجه نمود که انتخاب مقادیر ارتفاع هیدرولیکی یکسان در دو گره مجاور، منجر به صفر شدن مخرج برخی روابط مورد استفاده در این روش و توقف الگوریتم می‌گردد. افت ارتفاع هیدرولیکی در طول لوله نیز، به کمک رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\Delta h_{ij} = h_i - h_j = k_{ij} Q_{ij}^{n_{ij}} \quad (13)$$

می‌پذیرد. فرآیند تحلیل مدل شبکه لوله‌ای به گونه‌ای است که ابتدا به کلیه گره‌های بالادست، مخازنی که تراز آب آن‌ها برابر با ارتفاع هیدرولیکی بالادست می‌باشد و به گره‌های پائین دست که زیر تراز آب پائین دست قرار می‌گیرند، مخازنی که تراز آب آن‌ها برابر با ارتفاع هیدرولیکی پائین دست می‌باشد متصل می‌شوند. سپس در مرحله اول تحلیل شبکه لوله‌ای به صورت تحت فشار انجام می‌پذیرد.

در مرحله بعد نتایج مربوط به فشار در گره‌ها با یکدیگر مقایسه شده و در صورت وجود فشار منفی در بین آن‌ها، گره با کمترین فشار منفی به همراه کلیه لوله‌های متصل به آن از شبکه حذف می‌گردد. در این صورت در هر گام اجرای برنامه، نیاز به تعریف یک شبکه لوله‌ای جدید و نامگذاری مجدد گره‌ها و لوله‌ها می‌باشد که باعث بروز پیچیدگی در برنامه‌نویسی می‌گردد. به جهت رفع این مسئله و سهولت در برنامه‌نویسی، می‌توان به جای حذف لوله‌های متصل به گره با کمترین فشار منفی و تغییر شبکه در هر گام، در یک شبکه لوله‌ای ثابت، عامل اصطکاک لوله‌های مزبور در هر گام را به اندازه‌ای افزایش داد که عملاً این لوله‌ها نفوذناپذیر شده و دبی جریان در آن‌ها با دقت قابل قبولی به مرز صفر برسد. بر مبنای این تحقیق که با اجرای متعدد برنامه همراه بوده است، تثبیت عامل اصطکاک در مقدار $1.0E11$ که با دقت مطلوبی، قابلیت غیر فعال نمودن لوله‌های متصل به گره با کمترین فشار منفی در هر گام اجرای برنامه را دارد، توصیه می‌شود. عمل غیر فعال نمودن گره با کمترین فشار منفی و تحلیل شبکه تحت فشار جدید تا غیر فعال شدن کلیه گره‌های با فشار منفی، تکرار می‌گردد (شکل (۴)).

در مرحله بعد اگر کلیه گره‌های پائین دست به مخزن متصل شده باشند، تحلیل شبکه به اتمام رسیده است، اما اگر در پائین-دست گرهی موجود باشد که به مخزنی متصل نشده و غیر فعال



شکل ۴- مدل شبکه لوله‌ای معادل بعد از غیر فعال نمودن گره‌های با فشار منفی

که در آن Q_i مقدار دبی تقاضا در گره i ام می‌باشد. بدیهی است که در مدل شبکه لوله‌ای معادل مورد استفاده در این تحقیق، Q_i برای تمام گره‌ها صفر است. در این بخش ابتدا مقدار ارتفاع هیدرولیکی محاسبه شده در هر گره در آزمون جدید، جایگزین مقدار پیشین آن می‌گردد. در ادامه با توجه به مقادیر محاسبه شده ارتفاع هیدرولیکی گرهی و دبی لوله‌ها در دو گام متوالی، مقادیر قدرمطلق اختلاف ارتفاع هیدرولیکی گرهی در کلیه گره‌های شبکه و اختلاف دبی در کلیه لوله‌های شبکه محاسبه می‌گردند. سپس بزرگ‌ترین مقادیر اختلاف ارتفاع هیدرولیکی و اختلاف دبی در هر گام به ترتیب به عنوان معیار همگرایی بر مبنای ارتفاع هیدرولیکی ($E1$) و معیار همگرایی بر مبنای دبی ($E2$) در نظر گرفته می‌شوند. روند اجرای برنامه و فرآیند تحلیل شبکه تحت فشار تا رسیدن به دقت مطلوب و حصول همگرایی در هر دو معیار یاد شده تکرار می‌گردد. بدیهی است تعداد مراحل فرآیند تحلیل شبکه تحت فشار، تابع دقت مورد نظر می‌باشد [۲۵].

نتایج تحلیل شبکه لوله‌ای معادل توسعه یافته در این تحقیق نشان می‌دهد که همواره معیار همگرایی بر مبنای ارتفاع هیدرولیکی، معیار کنترل کننده و تعیین کننده نتایج نهایی می‌باشد. همچنین نتایج تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که انتخاب مقادیر معیار همگرایی کوچک‌تر، گرچه منجر به نتایج دقیق‌تری می‌گردد، اما باعث افزایش حجم عملیات پردازشی و افزایش زمان محاسبات می‌گردد. بر مبنای این تحقیق با اجرای متعدد برنامه، تثبیت هر دو معیار همگرایی $E1$ و $E2$ در مقدار $1.0E-6$ به ترتیب بر حسب متر و مترمکعب بر ثانیه توصیه می‌شود که در این حالت برنامه با دقت مطلوب و در زمان مناسب همگرا می‌گردد.

۵- بررسی عملکرد مدل شبکه لوله‌ای معادل توسعه یافته در این تحقیق

در این بخش عملکرد مدل شبکه لوله‌ای معادل توسعه یافته در این تحقیق، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این راستا از نتایج آزمایشاتی که به منظور بررسی تراوش دائمی جریان غیر خطی از بدنه یک مدل فیزیکی متشکل از مواد متخلخل درشت‌دانه انجام شده است، استفاده می‌گردد [۱۴، ۱۵].

این آزمایشات به لحاظ آن که جریان گذرنده از بدنه یک توده درشت‌دانه را از نقطه نظر دو بعدی مورد بررسی قرار می‌دهند، می‌توانند معیار مناسبی جهت ارزیابی عملکرد دو بعدی

که در آن، Δh_{ij} اختلاف ارتفاع هیدرولیکی در دو گره مجاور i و j ، ضریب مقاومت لوله، Q_{ij} دبی جریان یافته در لوله و n_{ij} یک عدد ثابت است.

با توجه به این که در این تحقیق از رابطه داریسی- وایسباخ برای محاسبه افت اصطکاکی در واحد طول لوله استفاده شده است، بنابراین این مقدار n_{ij} برابر ۲ می‌باشد. ارتفاع هیدرولیکی در گره‌ها نیز به کمک رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$h = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \quad (14)$$

که در آن، z ارتفاع گره از سطح مبنا، $\frac{p}{\gamma}$ ارتفاع معادل فشار و $\frac{v^2}{2g}$ ارتفاع معادل سرعت در گره‌ها است. در این تحقیق با توجه به کوچکی سرعت‌های گرهی محاسبه شده در شبکه لوله‌ای معادل، از مقدار جزئی ارتفاع معادل سرعت در برابر جمع جبری ارتفاع از سطح مبنا و ارتفاع معادل فشار، صرف‌نظر شده است. پس از محاسبه مقادیر اختلاف ارتفاع هیدرولیکی گرهی، می‌توان دبی جریان یافته در لوله‌های شبکه را به کمک رابطه زیر محاسبه نمود [۲۵].

$$Q_{ij} = \begin{cases} \left(\frac{h_i - h_j}{k_{ij}}\right)^{\frac{1}{n_{ij}}} & \text{if: } h_i > h_j \\ -\left(\frac{h_j - h_i}{k_{ij}}\right)^{\frac{1}{n_{ij}}} & \text{if: } h_i < h_j \end{cases} \quad (15)$$

سپس مقدار پارامتر k_{ij} از رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$k_{ij} = \frac{8f_{ij}l}{g\pi^2 d^5} \quad (16)$$

که در آن، f_{ij} عامل اصطکاک لوله، l طول لوله و d قطر لوله می‌باشد. سپس پارامتر b_{ij} در لوله‌های شبکه توسط رابطه زیر به دست می‌آید.

$$b_{ij} = \frac{1}{k_{ij}|Q_{ij}|^{(n_{ij}-1)}} \quad (17)$$

پس از آن می‌توان مقادیر جدید ارتفاع هیدرولیکی گرهی را با استفاده از رابطه زیر تعیین نمود.

$$h_i^{new} = \frac{Q_i + \sum_{j=1}^{n_{pi}} b_{ij} h_j^{old}}{\sum_{j=1}^{n_{pi}} b_{ij}} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (18)$$

روش ارائه شده در این تحقیق و میزان توانائی آن در تحلیل جریان‌های غیر خطی باشند.

۵-۱- معرفی مدل آزمایشگاهی

محیط متخلخل آزمایشگاهی مشابه با شکل (۱)، از یک فلوم مستطیلی حاوی سنگریزه به طول (L) ۱۵۰ سانتی‌متر، عرض (W) ۶۰/۳ سانتی‌متر، ارتفاع (H) ۴۰ سانتی‌متر و شیب بستر ۰/۰۵۸ تشکیل شده است. جنس مصالح محیط سنگریزه‌ای مدل فیزیکی از نوع مصالح ماسه نیمه‌گرد گوشه با میانگین اندازه سنگدانه‌ها ۲۶/۹ میلی‌متر، تخلخل حجمی ۰/۴۴۳ و دانسیته ۲/۶ gr/cm³ می‌باشد. سایر اطلاعات قابل استخراج از منحنی دانه‌بندی مصالح مانند اندازه مؤثر سنگدانه‌ها (D₁₀)، ضریب یکنواختی و ضریب خمیدگی مصالح، به ترتیب ۲۰/۴ میلی‌متر، ۱/۳۸ و ۱/۰۲ می‌باشند. ضرایب رابطه فورشه‌ایمر مربوط به مصالح این نمونه فیزیکی، a و b به وسیله دستگاه سنجش نفوذپذیری به ترتیب ۰/۸۷ s/m و ۳۹/۷ s²/m² برآورد شده‌اند [۱۴، ۱۵]. با استفاده از رابطه استیفنسن برای تعیین ضریب ثابت توان دوم سرعت، مقدار عامل زبری سنگدانه‌ها در ناحیه غیر خطی جریان برابر ۲/۰۵۵ محاسبه شده که سازگار با شکل و زبری سطح سنگدانه‌ها است.

همچنین بر اساس شرایط مرزی متفاوت در ساختار سنگریزه‌ای مورد استفاده در مدل آزمایشگاهی، آزمایشات سه-گانه T₁، T₂ و T₃ تعریف شده است. خلاصه‌ای از مشخصات جریان در این آزمایشات در جدول (۱) ارائه شده است. شرایط پائین‌دست در هر سه آزمایش، کنترل شده است. به عبارت دیگر، در هر سه آزمایش، کنترل جریان در پائین‌دست توسط دریچه تعبیه شده انجام می‌پذیرد و سطح آب در پائین‌دست به سطح آب جریان در سازه هیدرولیکی سنگریزه‌ای متصل می‌شود و بنابر این جبهه نشست شکل نمی‌گیرد. در این آزمایشات، با جایگذاری لوله‌های پیرومتریک در نقاط مختلف کف، فشارهای ایجاد شده در مدل فیزیکی در ابتدا و انتها به فاصله ۵ سانتی‌متر از لبه سازه و پس از آن در فواصل ۲۰ سانتی‌متری اندازه‌گیری شده‌اند که در جدول (۳) به همراه نتایج مدل‌سازی ارائه می‌گردند.

۵-۲- نتایج تحلیل مدل شبکه لوله‌ای معادل

به منظور ارزیابی عملکرد مدل شبکه لوله‌ای معادل، در هر یک از آزمایشات سه گانه معرفی شده در جدول (۱)، سه مدل T_{ij} که در آن، اندیس i بیانگر شماره آزمایش و اندیس j بیانگر شماره ساختار^۱ مورد نظر در آن آزمایش است، متناظر با سه شرط مرزی ارائه شده در جدول (۱) تعریف گردید. در ساختار اول، قطر لوله‌ها در شبکه لوله‌ای برابر با شعاع هیدرولیکی متوسط محیط متخلخل در نظر گرفته شد (d₁ = R_p). در ساختار دوم، قطر لوله‌ها بر اساس تساوی شعاع هیدرولیکی متوسط محیط متخلخل با شعاع هیدرولیکی لوله‌ها بر مبنای رابطه (۴) محاسبه گردید (d₂ = 4R_p). در ساختار سوم، قطر لوله‌ها برابر با میانگین اندازه سنگدانه‌ها انتخاب شد (d₃ = D_p). طول لوله‌های شبکه در هر ساختار مورد بررسی نیز بر مبنای رابطه (۶) تعیین گردید.

بدین ترتیب در سه ساختار مورد بررسی، قطر لوله‌های شبکه به ترتیب برابر با ۰/۰۳۶ m (ساختار اول)، ۰/۱۴۳ m (ساختار دوم) و ۰/۲۶۹ m (ساختار سوم) و طول لوله‌های شبکه به ترتیب برابر با ۰/۰۶۴ m (ساختار اول)، ۰/۲۵۴ m (ساختار دوم) و ۰/۴۷۷ m (ساختار سوم) محاسبه گردید.

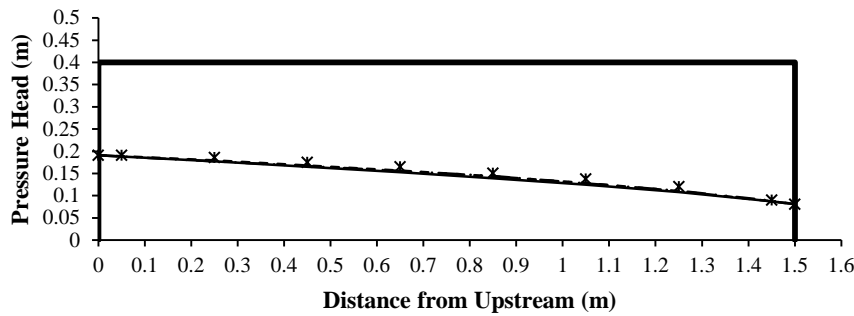
مقادیر ارتفاع معادل فشار اندازه‌گیری شده در کف در مدل فیزیکی، به علاوه مقادیر ارتفاع معادل فشار حاصل از تحلیل شبکه لوله‌ای معادل در مدل‌های مورد بررسی در جدول (۲) ارائه شده‌اند. نتایج ارائه شده در این جدول، در شکل (۵) نیز مشاهده می‌گردند. همچنین در جدول (۲)، مقادیر دبی اندازه‌گیری شده در مدل فیزیکی، به علاوه مقادیر دبی محاسبه شده توسط مدل شبکه لوله‌ای معادل در مدل‌های مورد بررسی ارائه شده‌اند. با توجه به نتایج ارائه شده در جدول (۲)، در کلیه مدل‌ها مقادیر ارتفاع معادل فشار در کف که شاخصی از سطح آزاد آب است، نزدیک به مقادیر اندازه‌گیری شده آن می‌باشند. همچنین با توجه به مقادیر دبی ارائه شده در ردیف آخر جدول (۲)، دبی جریان محاسبه شده نیز دارای اختلاف جزئی با مقادیر اندازه‌گیری شده است و در ادامه به صورت کمی بررسی می‌گردد.

جدول ۱- معرفی آزمایشات سه‌گانه مورد استفاده [۱۴، ۱۵]

نام آزمایش	دبی جریان (L/s)	عمق بالادست (mm)	عمق پائین‌دست (mm)
T ₁	۲/۸۹	۱۹۱	۸۰/۵
T ₂	۳/۸۴	۲۲۸	۸۳/۵

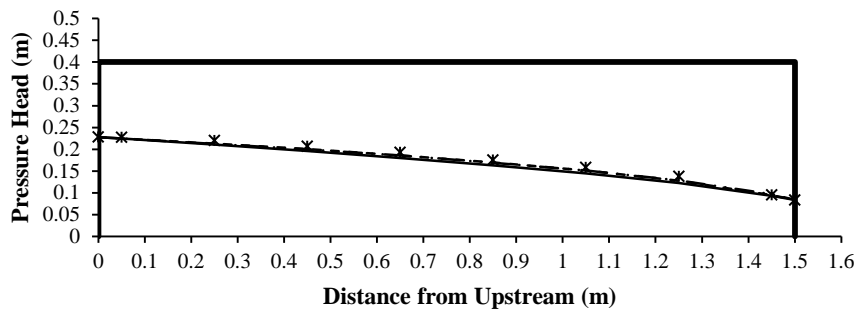
جدول ۲- مقادیر ارتفاع معادل فشار و دبی اندازه‌گیری شده در آزمایشات سه‌گانه و ارتفاع معادل فشار و دبی محاسبه شده توسط مدل شبکه لوله‌ای معادل

ارتفاع معادل فشار (mm)												فاصله محل اندازه‌گیری یا محاسبه
آزمایش سوم (T_3)			آزمایش دوم (T_2)				آزمایش اول (T_1)					
محاسبه شده			اندازه‌گیری شده	محاسبه شده			اندازه‌گیری شده	محاسبه شده			اندازه‌گیری شده	
T_{33}	T_{32}	T_{31}		T_{23}	T_{22}	T_{21}		T_{13}	T_{12}	T_{11}		
۳۵۳	۳۵۳	۳۵۳	۳۵۳	۲۲۸	۲۲۸	۲۲۸	۲۲۸	۱۹۱	۱۹۱	۱۹۱	۱۹۱	۰
۳۴۸/۶	۳۴۸/۳	۳۴۸/۰	۳۵۲	۲۲۴/۹	۲۲۵/۰	۲۲۴/۷	۲۲۷	۱۸۸/۳	۱۸۸/۷	۱۸۸/۳	۱۹۱	۰/۰۵
۳۳۰/۳	۳۲۹/۱	۳۲۷/۴	۳۳۷	۲۱۲/۴	۲۱۲/۹	۲۱۰/۸	۲۲۰	۱۷۷/۴	۱۷۹/۲	۱۷۷/۱	۱۸۶	۰/۲۵
۳۰۹/۳	۳۰۸/۲	۳۰۵/۰	۳۱۷	۱۹۹/۹	۲۰۰/۲	۱۹۶/۰	۲۰۷	۱۶۶/۵	۱۶۸/۲	۱۶۵/۲	۱۷۵	۰/۴۵
۲۸۶/۷	۲۸۵/۰	۲۸۰/۶	۲۹۲	۱۸۶/۱	۱۸۵/۶	۱۸۰/۲	۱۹۳	۱۵۵/۶	۱۵۶/۷	۱۵۲/۶	۱۶۵	۰/۶۵
۲۵۹/۸	۲۵۸/۵	۲۵۳/۴	۲۶۵	۱۶۸/۹	۱۶۹/۵	۱۶۳/۳	۱۷۵	۱۴۴/۱	۱۴۳/۳	۱۳۹/۳	۱۵۰	۰/۸۵
۲۲۸/۵	۲۲۷/۳	۲۲۱/۹	۲۳۲	۱۵۱/۵	۱۵۱/۰	۱۴۴/۵	۱۵۸	۱۲۷/۹	۱۲۸/۷	۱۲۴/۷	۱۳۷	۱/۰۵
۱۸۷/۹	۱۸۶/۹	۱۸۲/۶	۱۹۱	۱۲۸/۳	۱۲۷/۹	۱۲۲/۶	۱۳۸	۱۱۱/۳	۱۱۰/۶	۱۰۸/۰	۱۲۰	۱/۲۵
۱۱۹/۱	۱۲۲/۲	۱۲۱/۶	۱۱۴	۹۶/۶	۹۴/۶	۹۲/۳	۹۵	۸۸/۵	۸۷/۲	۸۷/۰	۹۰	۱/۴۵
۹۶/۵	۹۶/۵	۹۶/۵	۹۶/۵	۸۳/۵	۸۳/۵	۸۳/۵	۸۳/۵	۸۰/۵	۸۰/۵	۸۰/۵	۸۰/۵	۱/۵۰
۸/۱۵	۸/۰۲	۸/۲۰	۷/۶۷	۴/۱۶	۳/۸۸	۴/۱۰	۳/۸۴	۳/۰۵	۲/۹۱	۳/۰۱	۲/۸۹	دبی (L/s)



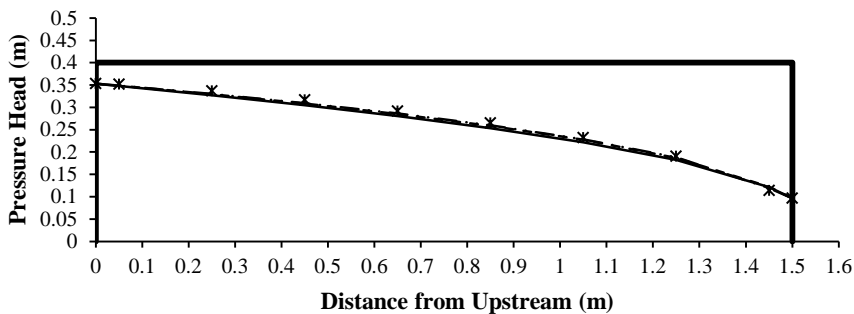
(الف)

— Rockfill Boundary
* Laboratory data
— Scenario T11
- - - Scenario T12



(ب)

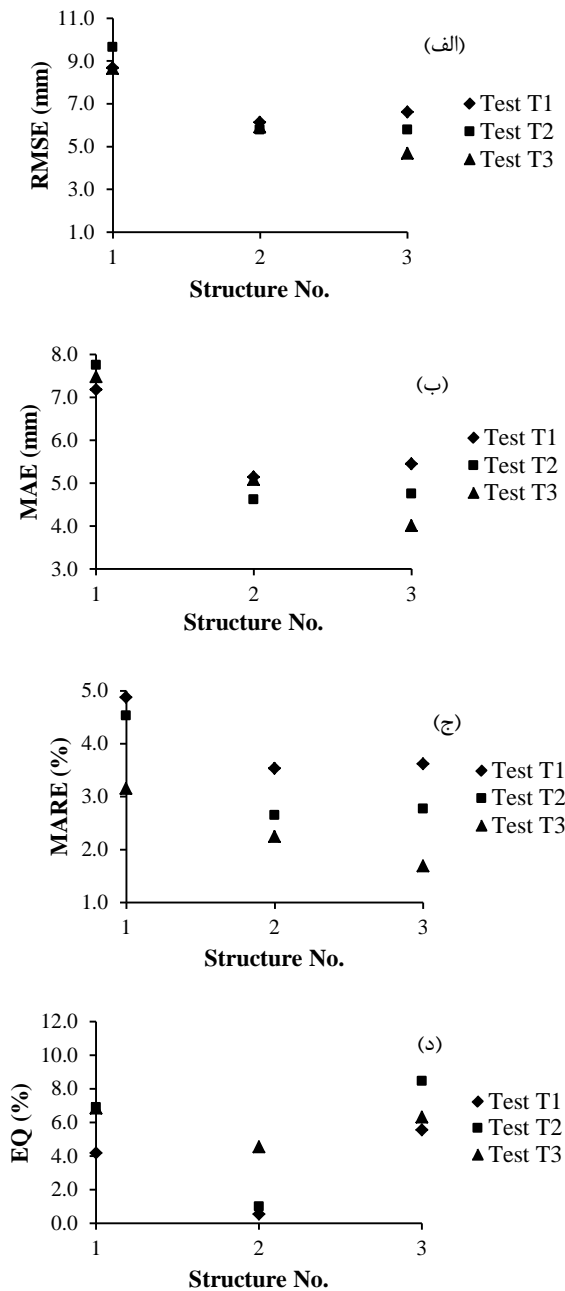
— Rockfill Boundary
* Laboratory data
— Scenario T21
- - - Scenario T22
- · - Scenario T23



(ج)

— Rockfill Boundary
* Laboratory data
— Scenario T31
- - - Scenario T32
- · - Scenario T33

شکل ۵- ارتفاع معادل فشارهای اندازه‌گیری شده و محاسبه شده در کف مدل فیزیکی: (الف) آزمایش اول (T_1), (ب) آزمایش دوم (T_2), (ج) آزمایش سوم (T_3)



شکل ۶- مقایسه معیارهای خطا براساس مقادیر اندازه‌گیری شده و محاسبه شده: (الف) $RMSE$ (mm) (ب) MAE (mm) (ج) $MARE$ (%) (د) EQ (%)

البته شایان ذکر است که به منظور مقایسه هرچه بهتر ساختارهای مختلف معرفی شده، باید این مقایسه از دو منظر ارتفاع هیدرولیکی و دبی به طور هم‌زمان انجام پذیرد که در بخش بعد به آن پرداخته خواهد شد.

۳-۵- بررسی کمی نتایج تحلیل مدل شبکه لوله‌ای معادل

اگرچه با توجه به شکل (۵)، نزدیکی مقادیر فشارهای آزمایشگاهی و محاسبه شده در کف توسط تحلیل شبکه لوله‌ای معادل، کاملاً مشهود است، ولی مقایسه باید بر مبنای معیارهای کمی صورت گیرد. در این راستا، معیارهای زیر به منظور تحلیل کمی خطای موجود بین داده‌های آزمایشگاهی و نتایج حاصل از تحلیل شبکه لوله‌ای معادل، مد نظر قرار گرفته‌اند.

۱- جذر میانگین مجذور خطاها ($RMSE$):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\hat{P}_i - P_i)^2}{N}} \quad (19)$$

۲- میانگین قدرمطلق خطاها (MAE):

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^N |\hat{P}_i - P_i|}{N} \quad (20)$$

۳- میانگین قدرمطلق خطاهای نسبی ($MARE$):

$$MARE(\%) = \frac{\sum_{i=1}^N \left| \frac{\hat{P}_i - P_i}{P_i} \right|}{N} \times 100 \quad (21)$$

در روابط (۱۹) تا (۲۱)، \hat{P}_i مقادیر ارتفاع معادل فشار اندازه‌گیری شده، P_i مقادیر ارتفاع معادل فشار محاسبه شده توسط مدل شبکه لوله‌ای معادل و N تعداد داده‌ها می‌باشند. با توجه به مقادیر فشارهای اندازه‌گیری شده و محاسبه شده در جدول (۲)، معیارهای یاد شده محاسبه گردیده و نتایج آن به منظور ارزیابی در جدول (۳) ارائه شده‌اند. نتایج ارائه شده در این جدول، در شکل (۶) نیز قابل بررسی می‌باشند.

با توجه به نتایج ارائه شده در جدول (۳) و شکل (۶)، در آزمایش اول و دوم، ساختار دوم (T_{12}, T_{22}) که در آن قطر لوله‌ها بر مبنای تساوی شعاع هیدرولیکی محیط متخلخل و شعاع هیدرولیکی مدل شبکه لوله‌ای معادل، محاسبه شده، دارای کوچک‌ترین مقادیر معیارهای خطا می‌باشد. از طرف دیگر، در آزمایش سوم، ساختار سوم (T_{33}) که در آن قطر لوله‌ها برابر با میانگین اندازه سنگدانه‌ها انتخاب شد، از کمترین مقدار معیارهای خطا از منظر ارتفاع هیدرولیکی برخوردار است، هر چند در این آزمایش نیز، ساختار دوم دارای کمترین خطا در محاسبه دبی جریان است.

جدول ۳- مقایسه کمی معیارهای خطا بر اساس مقادیر اندازه‌گیری شده در آزمایشات سه‌گانه و مقادیر محاسبه شده

نام مدل		T_{11}	T_{12}	T_{13}	T_{21}	T_{22}	T_{23}	T_{31}	T_{32}	T_{33}
معیار خطا										
RMSE (mm)		۸/۶۹	۶/۱۴	۶/۶۲	۹/۶۶	۵/۸۰	۵/۷۹	۸/۶۵	۵/۹۲	۴/۶۹
MAE (mm)		۷/۱۸	۵/۱۵	۵/۴۵	۷/۷۶	۴/۶۲	۴/۷۶	۷/۴۸	۵/۰۹	۴/۰۱
MARE (%)		۴/۸۸	۳/۵۳	۳/۶۲	۴/۵۳	۲/۶۵	۲/۷۷	۳/۱۵	۲/۲۴	۱/۶۹
EQ (%)		۴/۱۵	۰/۶۹	۵/۵۴	۶/۷۷	۱/۰۴	۸/۳۳	۶/۹۱	۴/۵۶	۶/۲۶

جدول ۴- معیار خطای ترکیبی EC (%)

نام مدل		T_{11}	T_{12}	T_{13}	T_{21}	T_{22}	T_{23}	T_{31}	T_{32}	T_{33}
معیار خطا										
EC (%)		۹/۰۳	۴/۲۲	۹/۱۶	۱۱/۳۰	۳/۶۹	۱۱/۱۰	۱۰/۰۶	۶/۸۰	۷/۹۵

با توجه به نتایج ارائه شده در جدول (۴)، ساختار دوم (T_{i2} , $i = 1, 2, 3$) که در آن قطر لوله‌ها بر مبنای تساوی شعاع هیدرولیکی محیط متخلخل و شعاع هیدرولیکی مدل شبکه لوله‌ای معادل محاسبه شده و از تبیین فیزیکی قوی‌تری برخوردار است، با برخورداری از بیشترین دقت در پیش‌بینی پروفیل سطح آب و دبی جریان گذرنده از ساختار سنگریزه‌ای مورد استفاده در مدل آزمایشگاهی موجود، می‌تواند به عنوان معیار تعیین قطر لوله‌ها در مدل شبکه لوله‌ای معادل مورد استفاده قرار گیرد. گرچه باید به این واقعیت توجه داشت که خطای مشاهده شده در سایر ساختارهای مورد بررسی نیز مؤید دقت این ساختارها در تحلیل مسائل عملی می‌باشد.

۶- خلاصه و نتیجه‌گیری

در این تحقیق با توجه به اهمیت چگونگی شکل‌گیری جریان در ساختارهای سنگریزه‌ای، به منظور مدل‌سازی جریان دو بعدی (در صفحه قائم) دائمی غیر خطی از بدنه یک محیط متخلخل درشت‌دانه همسانگرد، یک مدل شبکه لوله‌ای معادل بدون نیاز به واسنجی پارامترهای هیدرولیکی و بر اساس روابط موجود در زمینه هیدرولیک جریان در محیط متخلخل، معرفی گردید. از آنجا که شبکه لوله‌ای معادل دارای یک جواب منحصر به فرد نمی‌باشد، سه ساختار مختلف از مدل شبکه لوله‌ای معادل با قطرهای متفاوت، تعریف گردید و دقت آن‌ها در پیش‌بینی پروفیل سطح آب و دبی جریان گذرنده از ساختار سنگریزه‌ای مورد استفاده در یک مدل آزمایشگاهی موجود، ارزیابی شد. با توجه به نتایج تحقیق، ساختاری که در آن قطر لوله‌ها بر مبنای تساوی شعاع هیدرولیکی محیط متخلخل و شعاع

در ادامه ارزیابی صحت مدل شبکه لوله‌ای معادل پیشنهادی، شدت جریان عبوری از محیط متخلخل در هر مدل مورد بررسی نیز بر مبنای جمع جبری مقادیر دبی در کلیه لوله‌های افقی در امتداد یک مقطع قائم از شبکه محاسبه شد. سپس از مقایسه مقدار دبی محاسباتی با مقدار اندازه‌گیری شده نظیر آن، خطای نسبی با استفاده از رابطه (۲۲) به دست آمد.

$$EQ(\%) = \left| \frac{\bar{Q}_i - Q_i}{\bar{Q}_i} \right| \times 100 \quad (22)$$

که در آن، \bar{Q}_i مقادیر دبی اندازه‌گیری شده و Q_i مقادیر دبی محاسبه شده توسط مدل شبکه لوله‌ای معادل می‌باشند. مقدار خطا در برآورد دبی جریان، در آخرین ردیف جدول (۳) و همچنین شکل (۶-د) قابل بررسی می‌باشند.

۴-۵- مقایسه ساختارهای مختلف شبکه لوله‌ای معادل

در این تحقیق به منظور مقایسه ساختارهای مختلف شبکه لوله‌ای معادل از دو منظر ارتفاع هیدرولیکی و دبی، تأثیر معیارهای خطای فشار و دبی به طور هم‌زمان و به کمک جمع جبری از دو معیار خطای بی‌بعد $MARE$ و EQ مطابق رابطه (۲۳) در نظر گرفته شد.

$$EC(\%) = MARE(\%) + EQ(\%) \quad (23)$$

که در آن EC خطای ترکیبی است و روند تغییرات آن در جدول (۴)، قابل بررسی است.

- [3] Kells, J. A., "Analysis of Flow through a Gabion Dam", Annual Conference of CSCE, 11th Canadian Hydrotechnical Conference, Fredericton, New Brunswick, 1993, pp 51-60.
- [4] Cakmak, A., "Analysis of Nonlinear Darcy-Forchheimer Flow in Porous Media", PhD Thesis, Graduate Faculty of Texas Tech University, Lubbock, Texas, United States, 2009.
- [5] Thauvin, F., Mohanty, K. K., "Network Modeling of Non-Darcy Flow through Porous Media", *Transport in Porous Media*, 1998, 31 (1), 19-37.
- [6] Hilfer, R., "Review on Scale Dependent Characterization of the Microstructure of Porous Media", *Transport in Porous Media*, 2002, 46, 373-390.
- [7] Al-Raoush, R., Thompson, K., Willson, C. S., "Comparison of Network Generation Techniques for Unconsolidated Porous Media", *Soil Science Society of America Journal*, 2003, 67, 1687-1700.
- [8] Acharya, R. C., Zee, S., Leijnse, A., "Porosity-Permeability Properties Generated with a New 2-Parameter 3D Hydraulic Pore-Network Model for Consolidated and Unconsolidated Porous Media", *Advances in Water Resources*, 2004, 27, 707-723.
- [9] Martins A. A., Laranjeira, P. E., Braga, C. H., and Mata, T. M., "Progress in Porous Media Research: Modeling of Transport Phenomena in Porous Media using Network Models", Nova Science Publishers, 2009.
- [10] Raoof, A. Hassanizadeh, S. M., "A New Method for Generating Pore-Network Models of Porous Media", *Transport in Porous Media*, 2010, 81, 391-407.
- [۱۱] افزلی، س. ح.، عابدینی، م. ج.، منجمی، پ.، "تعیین ویژگی‌های فیزیکی شبکه معادل در تحلیل جریان درون محیط‌های متخلخل با استفاده از مدل‌های شبکه‌ای"، *مجله آب و فاضلاب*، ۱۳۸۷، ۶۸، ۴۸-۵۶.
- [۱۲] افزلی، س. ح.، عابدینی، م. ج.، منجمی، پ.، "شبیه‌سازی جریان آب در محیط متخلخل با سطح آزاد با بهره‌گیری از مدل شبکه ترکیبی"، *مجله تحقیقات منابع آب ایران*، ۱۳۸۸، ۵ (۲)، ۶۲-۷۰.
- [13] Afzali, S. H., Monadjemi, P., "Simulation of Flow in Porous Media: An Experimental and Modeling Study", *Journal of Porous Media*, 2014, 17 (6), 469-481.
- [14] Hosseini, S. M., Joy, D. M., "Calibration of Hydraulic Parameters for Flow through هیدرولیکی مدل شبکه لوله‌ای معادل محاسبه شده باشد، با برخورداری از تبیین فیزیکی قوی‌تر، می‌تواند به عنوان معیار تعیین قطر لوله‌ها در مدل شبکه لوله‌ای معادل مورد استفاده قرار گیرد.
- طول لوله‌های شبکه در دو جهت متعامد نیز بر مبنای تساوی تخلخل سطحی (سطح در معرض جریان) محیط متخلخل و مدل شبکه لوله‌ای معادل، قابل محاسبه می‌باشد.
- از طرف دیگر، در تحقیق حاضر مشخص گردید که واسنجی عامل اصطکاک درون لوله‌های مدل شبکه لوله‌ای معادل به منظور انطباق هر چه بیشتر نتایج حاصل از اجرای برنامه با نتایج مشاهداتی در محیط آزمایشگاه که منجر به افزایش جزئی در عامل اصطکاک لوله‌ها می‌گردد، قادر به بازتولید جریان گذرنده از محیط متخلخل، به ویژه با صرف‌نظر از افت‌های موضعی در اتصالات شبکه لوله‌ای معادل، نیست. افزون بر این، از آن‌جا که انواع معادلات افت ارتفاع هیدرولیکی به منظور مدل‌سازی جریان در محیط متخلخل، در دسترس می‌باشند، استفاده از روش واسنجی، یک شیوه عملی برای تخمین ضرایب افت در مسائل واقعی به شمار نمی‌رود. به عبارت دیگر، در جهت کاربردی کردن مفهوم شبکه لوله‌ای معادل، می‌بایست که مشخصات هیدرولیکی لوله‌ها مستقل از فرآیند واسنجی به‌دست آیند. بنابر این در این تحقیق، عامل اصطکاک لوله‌ها که تابعی از سرعت جریان در لوله‌هاست، در هر گام تحلیل شبکه به گونه‌ای محاسبه گردید که افت ارتفاع هیدرولیکی در واحد طول محیط متخلخل و مدل شبکه لوله‌ای معادل یکسان باشد. در این حالت، مدل شبکه لوله‌ای معادل قادر خواهد بود که جریان دائمی غیر خطی از بدنه یک توده سنگریزه‌ای همسانگرد را با دقت مطلوبی شبیه‌سازی نموده و پروفیل سطح آب و دبی جریان گذرنده از سازه هیدرولیکی سنگریزه‌ای را محاسبه نماید.
- شبکه لوله‌ای معادل پیشنهادی، در مسائل سه‌بعدی و بحث انتقال آلاینده‌ها در محیط متخلخل نیز کاربرد دارد که توسط مؤلفین، تحت مطالعه است.
- ۷- مراجع**
- [1] Herrera, N. H., Felton, G. K., "Hydraulics of Flow through a Rockfill Dam using Sediment-Free Water", *Transactions of the ASABE*, 1991, 34 (3), 871-875.
- [2] Kells, J. A., "Spatially Varied Flow over Rockfill Embankments", *Canadian Journal of Civil Engineering*, 1993, 20 (5), 820-827.

- Rockfill Structures", *Dam Engineering*, 2006, 17 (2), 85-111.
- [15] Hosseini, S. M., Joy, D. M., "Development of an Unsteady Model for Flow through Coarse Heterogeneous Porous Media Applicable to Valley Fills", *International Journal of River Basin Management*, 2007, 5 (4), 253-265.
- [16] Joy, D. M., "Nonlinear Flow in a Coarse Porous Media", *Annual Conference of CSCE, Vancouver, British Columbia*, 1991, pp 106-115.
- [17] Dullien, F. A. L., "Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure", Academic Press, United States, 1992.
- [18] Cheng, N. S., Hao, Z. Y., Tan, S. K., "Comparison of Quadratic and Power Law for Nonlinear Flow through Porous Media", *Experimental Thermal Fluid Science*, 2008, 32 (8), 1538-1547.
- [19] Sidiropoulou, M. G., Moutsopoulos, K. N., Tsihrintzis, V. A., "Determination of Forchheimer Equation Coefficients a and b ", *Hydrological Processes*, 2007, 21, 534-554.
- [20] Hosseini, S. M., "Statistical Evaluation of the Empirical Equations that Estimate Hydraulic Parameters for Flow through Rockfill", *Stochastic Hydraulics*, 2000, 53, 35-51.
- [21] Hosseini, S. M., "On the Performance of Different Empirical Loss Equations for Flow through Coarse Porous Media", *International Journal of Engineering*, 2002, 15 (3), 249-254.
- [22] Stephenson, D., "Rockfill in Hydraulic Engineering: Developments in Geotechnical Engineering", Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Oxford, New York, US, 1979.
- [23] Vukovic, M., Soro, A., "Determination of Hydraulic Conductivity of Porous Media from Grain-Size Composition", *Water Resources Publications*, 1992.
- [24] Sahimi, M., "Flow and Transport in Porous Media and Fractured Rock: From Classical Methods to Modern Approaches", 2nd Edition, VCH Publishers, Weinheim, Germany, 2011.
- [25] Abareshi, M., Hosseini, S. M., Aftabi Sani, A., "A Simple Iterative Method for WDN Analysis", Under Review in *Applied Mathematical Modeling*, 2016.

Comparison of Different Structures of a Proposed Equivalent Pipe Network Model for Analysis of 2D Nonlinear Flow through Isotropic Coarse Porous Media

Maryam Abareshi, Seyed Mahmood Hosseini *, Ahmad Aftabi Sani

Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

Received: 27 February 2016; Accepted: 08 October 2016

Keywords:

Coarse porous media, 2D nonlinear flow, Equivalent pipe network model, Free surface flow

1. Introduction

An equivalent pipe network model (EPNM), is proposed in this study for analysis of steady two-dimensional (2D) nonlinear flow with free surface through structures made of coarse granular porous media. Pipe network used for modeling the pores and throats within the porous media, consists of orthogonal pipelines in which flow through the pipelines simulates flow through porous media. Physical and geometrical characteristics of the pipe network model such as diameter, length and friction factor of pipes are determined based on porous media characteristics e.g. porosity, mean particle size and friction factor in the turbulent region of flow. Since there is not a unique structure for an EPNM, performance of three different structures of the developed EPNM with different pipe diameters is investigated. A set of available experimental data for a physical model made of rockfill is used to compare the performance of different structures of EPNM.

2. Methodology

2.1. General considerations

Fig. 1 shows an equivalent pipe network consisting of orthogonal pipes where flow through the pipes simulates flow through a rectangular rockfill structure which is L m long, H m high and W m wide. Reservoirs with the elevation head of H_u and H_d are connected to the upstream and downstream faces of the hydraulic system shown in Fig. 1, respectively to simulate flow through the rockfill structure. In the presence of a seepage face, reservoirs with water levels equal to the elevation of the nodes (Z) are connected to the nodes to satisfy the atmospheric pressure boundary condition.

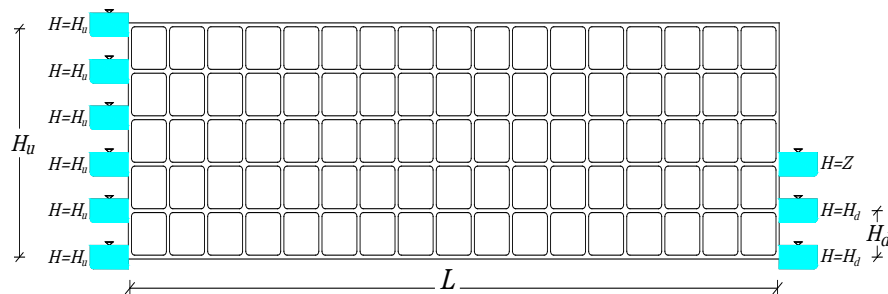


Fig. 1. General scheme of an equivalent pipe network model used in this study

* Corresponding Author

E-mail addresses: abareschi.maryam@yahoo.com (Maryam Abareshi), shosseini@um.ac.ir (Seyed Mahmood Hosseini), aftabi.ahmad@gmail.com (Ahmad Aftabi Sani).

2.2. Geometrical characteristics of EPNM

In the first place, it seemed reasonable to consider a width equal to the pipe diameter (d). In this study, three structures corresponding to three different pipe diameters were introduced. For the first one, the diameter was assumed to be the same as mean hydraulic radius of porous media ($d_1 = R_p$). For the second structure, since the mean hydraulic radius controls fluid conductance [1], it was considered to be the same in both EPNM and porous media. In this regard, the following equation can be used to find d .

$$d_2 = 4R_p = \frac{2\varphi}{3r_e(1-\varphi)}D_p \quad (1)$$

where d is pipe diameter, D_p is mean particle size, φ is porosity and r_e is relative surface area efficiency, a coefficient that accounts for the deviation from a smooth spherical shape (= 1 for sphere, ≈ 1.6 for crushed limestone, up to 2 for crushed rock).

Further, mean particle size is used in many hydraulic relations such as Reynolds number, in which D_p is considered to be characteristics length. The pipe diameter was assumed to be D_p for the third structure ($d_3 = D_p$). In the proposed model, the number of pipes in each direction (i.e. the length of pipes in vertical and horizontal directions), was calculated by considering the fact that the areal porosity of the pipe network model and porous media must be the same in each direction. This approach results in Eq. (2) for finding the length of the pipes (l).

$$l = \frac{\pi d}{4\varphi} \quad (2)$$

Further, friction factor of pipes (f) in equivalent pipe network, a function of flow velocity, is updated in every iteration in the process of network analysis, in such a way that the head loss in a unit length of pipes be the same as that in a unit length of porous media. The following equation is used to find f .

$$f = \frac{1600\vartheta d}{D_p^2 v} + \frac{2d k_t}{D_p} \quad (3)$$

where f is friction factor of pipes, v is bulk velocity, ϑ is kinematic viscosity, and k_t is friction factor in the turbulent region of flow (=1 for smooth polished marbles, =2 for semi rounded stone, =4 for angular stone).

2.3. Procedure used to analyze EPNM

In this paper, a new method inspired by the Kani method, which is widely used for analysis of structural frames, was employed for the analysis of the EPNM [2]. The new method is an iterative procedure which does not need to simultaneously solve the nonlinear system of equations inherent in the problem. Relative simplicity in formulation and programming and the smooth convergence for all initial assumptions are the main advantages of this method.

3. Results and discussion

3.1. Experimental data

To investigate the performance of the developed EPNM, a set of available experimental data for a physical model made of rockfill was used [3, 4]. The laboratory rockfill was 150.0 cm long, 40.0 cm high and 60.3 cm wide and made of coarse materials. The mean particle size of the materials and the media porosity were 26.9 mm and 0.443, respectively. Three laboratory tests named as T_1 , T_2 and T_3 corresponding to three different boundary conditions applied to the laboratory rockfill were used in this study (Table 1).

Table 1. Boundary conditions and discharges for different laboratory tests [3, 4]

Test No.	Upstream water depth (m)	Downstream water depth (m)	Discharge (L/s)
T_1	0.191	0.0805	2.89
T_2	0.228	0.0835	3.84
T_3	0.353	0.0965	7.67

3.2. EPNM results

To investigate the performance of the EPNM, for each laboratory test defined above, three scenarios T_{ij} , where i and j refer to test number and structure number, respectively, corresponding to three different boundary conditions reported in Table 1 were introduced and analyzed. The pressure heads at different pressure transducer locations resulting from EPNM analysis and the corresponding measured values are shown in Table 2.

Table 3 compares the measured and calculated discharges, and presents the relative error values in percentage (EQ). It also compares the measured and calculated pressure heads, and reports the mean absolute relative error in percentage ($MARE$). The last row of Table 3 presents the summation of EQ and $MARE$ for all investigated scenarios (EC). The results presented in Table 3 show a good agreement between the measured and calculated values. The results indicate that the second structure (T_{i2} , $i=1, 2, 3$) in which the hydraulic radius of the pipes is equal to the hydraulic radius of the porous media, more accurately determines both the water surface profile and discharge.

Table 2. Measured pressure heads and discharges and corresponding calculated values

Distance from upstream (m)	Pressure head (mm)											
	Test T ₁			Test T ₂			Test T ₃					
	Measured	Calculated			Measured	Calculated			Measured	Calculated		
T ₁₁		T ₁₂	T ₁₃	T ₂₁		T ₂₂	T ₂₃	T ₃₁		T ₃₂	T ₃₃	
0.00	191	191	191	191	228	228	228	228	353	353	353	353
0.05	191	188.3	188.7	188.3	227	224.7	225	224.9	352	348	348.3	348.6
0.25	186	177.1	179.2	177.4	220	210.8	212.9	212.4	337	327.4	329.1	330.3
0.45	175	165.2	168.2	166.5	207	196.0	200.2	199.9	317	305.0	308.2	309.3
0.65	165	152.6	156.7	155.6	193	180.2	185.6	186.1	292	280.6	285.0	286.7
0.85	150	139.3	143.3	144.1	175	163.3	169.5	168.9	265	253.4	258.5	259.8
1.05	137	124.7	128.7	127.9	158	144.5	151.0	151.5	232	221.9	227.3	228.5
1.25	120	108.0	110.6	111.3	138	122.6	127.9	128.3	191	182.6	186.9	187.9
1.45	90	87.0	87.2	88.5	95	93.3	94.6	96.6	114	121.6	122.2	119.1
1.50	80.5	80.5	80.5	80.5	83.5	83.5	83.5	83.5	96.5	96.5	96.5	96.5
Discharge (L/s)	2.89	3.01	2.91	3.05	3.84	4.10	3.88	4.16	7.67	8.20	8.02	8.15

Table 3. EQ (%), $MARE$ (%) and EC (%) for all scenarios

Error criteria	T ₁₁	T ₁₂	T ₁₃	T ₂₁	T ₂₂	T ₂₃	T ₃₁	T ₃₂	T ₃₃
EQ (%)	4.15	0.69	5.54	6.77	1.04	8.33	6.91	4.56	6.26
$MARE$ (%)	4.88	3.53	3.62	4.53	2.65	2.77	3.15	2.24	1.69
EC (%)	9.03	4.22	9.16	11.30	3.69	11.10	10.06	6.80	7.95

4. Conclusions

The results obtained from analysis of different structures support the accuracy of the proposed EPNM. The results indicate that more accuracy could be obtained when the hydraulic radius of the pipes is considered to be equal to the hydraulic radius of the porous media. It can be concluded that the proposed EPNM, as a new approach for the 2D analysis of flow through coarse porous media, can employ methods developed for analysis of water distribution networks, and be used as a numerical tool for modeling free surface flow through rockfill structures.

5. References

- [1] Sahimi, M., "Flow and Transport in Porous Media and Fractured Rock: From Classical Methods to Modern Approaches", Second Edition, VCH Publishers, Weinheim, Germany, 2011.
- [2] Abareshi, M., Hosseini, S. M., Aftabi Sani, A., "A Simple Iterative Method for WDN Analysis", Under Review in Applied Mathematical Modeling, 2016.
- [3] Hosseini, S. M., Joy, D. M., "Calibration of Hydraulic Parameters for Flow through Rockfill Structures", Dam Engineering, 2006, 17 (2), 85-111.
- [4] Hosseini, S. M., Joy, D. M., "Development of an Unsteady Model for Flow through Coarse Heterogeneous Porous Media Applicable to Valley Fills", International Journal of River Basin Management, 2007, 5 (4), 253-265.