

مدل تخمین جریان رودخانه بر اساس بازسازی فضای حالت آشوبی

فرنوش مرادی زاده کرمانی^{1*}، محمدعلی قربانی²، یعقوب دین پژوه² و داود فرسادی زاده²

تاریخ دریافت: 89/01/16 تاریخ پذیرش: 90/02/21

¹ دانشجوی کارشناسی ارشد منابع آب، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز

² دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز

*مسئول مکاتبه: Email: farnoosh.moradi@gmail.com

چکیده

قابلیت‌های نظریه آشوب و برنامه‌ریزی ژنتیک، بکارگیری این دو مدل را در هیدرولوژی مورد توجه خاص قرار داده است. در این تحقیق مقادیر دبی روزانه رودخانه ليقوان در طی 30 سال با استفاده از این مدل‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. در نظریه آشوب، ابتدا با استفاده از روش بعد همبستگی امکان وجود آشوب قطعی در دبی روزانه بررسی و پس از تعیین پارامترهای لازم جهت بازسازی فضای حالت، دبی روزانه به روش پیش‌بینی موضعی تخمین زده شده است. برای بازسازی فضای حالت، به دو پارامتر زمان تاخیر و بعد محاط نیاز می‌باشد و بدین منظور از تابع خود همبستگی و الگوریتم نزدیکترین همسایه‌های کاذب استفاده شده و مقدار بعد همبستگی حاصله، حاکی از وجود رفتار آشوبناک در سری زمانی تحت بررسی است. در نهایت از پیش‌بینی موضعی جهت تخمین دبی استفاده گردید که نتایج حاکی از دقت قابل قبول این نظریه در امر پیش‌بینی می‌باشد. همچنین از برنامه‌ریزی ژنتیک، جهت مدل‌سازی دبی روزانه استفاده و بهترین الگوی ورودی شامل دبی پیشین تا 4 تاخیر زمانی، انتخاب گردید. ضرایب همبستگی بدست آمده برابر با 0/926 با روش پیش‌بینی موضعی و 0/931 با روش برنامه‌ریزی ژنتیک حاکی از دقت خوب و تقریباً مشابهی از هر دو روش در پیش‌بینی دبی جریان است. بنابراین هر دو روش مطابق نتایج بدست آمده می‌توانند جهت مدل‌سازی و فرایند پیش‌بینی دبی مورد استفاده قرار گیرند.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی ژنتیک، پیش‌بینی موضعی، جریان رودخانه، ليقوان، نظریه آشوب.

Predicting Model of River Streamflow Based on Chaotic Phase Space Reconstruction

F Moradizadeh Kermani^{1*}, MA Ghorbani², Y Dinpashoh², D Farsadizadeh²

Received: 5 April 2010 Accepted: 11 May 2011

¹- Former MSc Student, Dept. of Water Eng., Faculty of Agric., Univ. of Tabriz, Iran.

²- Assoc Prof., Dept. of Water Eng., Faculty of Agric., Univ. of Tabriz, Iran.

*Corresponding Author Email: farnoosh.moradi@gmail.com

Abstract

The application of chaos theory and genetic programming has been gained a special attention in hydrology by abilities of these two models. In this study, a daily streamflow series with 30 years records of Lighvan River has been studied using these models. First in chaos theory, possibility of the existence of deterministic chaos in the daily streamflow series has been investigated by employing the correlation dimension method and after determination of the necessary parameters for reconstruction of phase space; daily streamflow is predicted by the use of local prediction method. To reconstruct the data pertaining to phase space, the time delay and embedding dimension are needed. For this purpose, autocorrelation function and algorithm of false nearest neighbors have been used and the amount of the obtained correlation dimension expresses chaotic behavior in the time series under investigation. Finally, local prediction method was used for prediction of the daily discharge and the results illustrate acceptable accuracy of this theory. The genetic programming has been used for daily discharge modeling and the best input pattern consists of antecedent discharge with four time lags has also been selected. The obtained correlation coefficient being equal to 0.926 from local prediction method and 0.931 from genetic programming indicate good accuracy and similar results obtained from both methods for streamflow prediction. Thus, according to the obtained results, both methods can be used for streamflow prediction and modeling.

Keywords: Chaos theory, Genetic Programming, Lighvan, Local prediction, Streamflow.

مقدمه

بر مبنای نظریه آشوب، سری‌های به ظاهر تصادفی می‌توانند به قوانین قطعی نسبت داده شوند. با وجود مطالعات گذشته در به کارگیری مفاهیم فرآیند تصادفی در سری‌های جریان رودخانه، بررسی‌های اخیر نشان داده‌اند که این سری‌ها را می‌توان با قوانین قطعی تحلیل نمود. بنابراین ساختارهای دینامیکی فرآیندهای ظاهراً پیچیده از قبیل تغییرات جریان رودخانه، می‌توانند با استفاده از مدل‌های آشوبناک

پیش‌بینی مؤلفه‌های مؤثر در تحلیل سامانه‌های منابع آب از جمله جریان رودخانه یکی از موارد اساسی در طراحی، بهره‌برداری و مطالعات مربوط به این منابع به شمار می‌آید و بدین منظور از روش‌های مختلفی نظیر شبکه‌های عصبی مصنوعی، منطق فازی، برنامه‌ریزی ژنتیک، مدل سری‌های زمانی، نظریه آشوب و... استفاده می‌شود.

کوجاک و همکاران (2007) پیش‌بینی جریان ماهانه سد یاملا² را با استفاده از روش پیش‌بینی موضعی نظریه آشوب انجام دادند و پیش‌بینی‌های کوتاه مدت، نتیجه بهتری نسبت به روش‌های دیگر نشان داد. این جی و همکاران (2007) کاربرد تکنیک‌های تحلیلی آشوبناک را بر روی سری‌های جریان نویزدار روزانه بررسی نمودند. شانگ و همکاران (2009) تکنیک‌های مدل‌سازی سری زمانی غیرخطی را جهت تحلیل داده‌های روزانه رسوبات معلق بکار گرفتند.

روش برنامه‌ریزی ژنتیک³ (GP) جدیدترین شیوه از بین روش‌های الگوریتم تکاملی می‌باشد که به دلیل دارا بودن دقت کافی، به عنوان مرسوم ترین شیوه بوده و از کاربرد بیشتری برخوردار است. مبنای تمامی روش‌های الگوریتم تکاملی بر اساس نظریه تکامل داروین استوار است. الگوریتم‌های یاد شده اقدام به تعریف یک تابع هدف در قالب معیارهای کیفی نموده و سپس تابع یاد شده را برای اندازه‌گیری و مقایسه روش‌های مختلف حل، در یک فرآیند گام به گام تصحیح ساختار داده‌ها به کار می‌گیرند و در نهایت، روش حل مناسب را ارائه می‌نمایند.

خو و همکاران (2001) از برنامه‌ریزی ژنتیک برای پیش‌بینی رواناب ساعتی حوضه آبریز اورگوال⁴ فرانسه بهره برده و نتایج حاصل را با مقادیر محاسبه شده توسط روش‌های کلاسیک مقایسه نمودند. نتایج تحقیق، بیانگر دقت قابل قبول برنامه‌ریزی ژنتیک می‌باشد. لی‌یونگ و همکاران (2002) کاربرد برنامه‌ریزی ژنتیک در پیش‌بینی رواناب حوضه‌ای در سنگاپور را با استفاده از بارش و رواناب پیشین نشان دادند. جایاواردنا و همکاران (2005) با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیک فرآیند بارش - رواناب را با داده‌های روزانه در دو حوضه نسبتاً بزرگ چین مدل‌سازی کردند که نتایج حاصل از GP با داده‌های واقعی مطابقت

قطعی غیرخطی بهتر از مدل‌های تصادفی، قابل فهم باشند. وجود بعد همبستگی کم، یکی از مشخصه‌های مهم مبنی بر وجود آشوب در یک سیستم است.

در سطوح نظری و عملی سه مزیت عمده از نظریه آشوب برای تحلیل سیستم‌های هیدرولوژیکی قابل بیان است بطوری‌که برای سیستم شدیداً غیرخطی قابل اجرا است، کلیه پارامترهای دینامیکی مهم سیستم را محاسبه می‌نماید و اطلاعات و روابط سیستم را بدون نیاز به کشف قوانین یا روابط تحت دینامیک کشف می‌کند. اگر چه تحلیل آشوب، یک رابطه برای استخراج مدل کلی ارائه نمی‌کند اما اطلاعات ارزشمندی در رابطه با سیستم‌های دینامیکی برای کاربردهای کلی، از قبیل پیش‌بینی داده‌ها استخراج می‌کند (ان جی و همکاران 2007).

سولوماتین و همکاران (2001) تخمین سطح آب دریای شمال را با استفاده از نظریه آشوب و شبکه‌های عصبی مصنوعی انجام دادند. نتایج، برتری روش‌های غیر خطی برای سری‌های زمانی تک متغیره را نسبت به مدل‌های خطی همچون خود همبستگی و مدل ARIMA، نشان دادند. استهلک (2003) به بررسی آشوب پذیری دبی روزانه رودخانه پرداخت. در این تحقیق با توجه به مفهوم تاخیر زمانی، دو سری از داده‌های دبی رودخانه الیرسکا¹ در جمهوری چک، با مدت تاخیر زمانی مختلف، جهت بررسی امکان رفتار آشوبی داده‌ها و برآورد تاثیر مدت زمان تاخیر در ماهیت جاذب‌های متناظر تجزیه و تحلیل شدند. ریگوندا و همکاران (2004) داده‌های جریان سه رودخانه در مقیاس‌های زمانی مختلف روزانه، پنج روزه و هفت روزه را از نظر آشوب پذیری بررسی نمودند. تعدادی از سری داده‌ها رفتار آشوبناک و برخی رفتار تصادفی نشان دادند. خان و همکاران (2005) امکان وجود سیگنال‌های آشوبی در سری‌های زمانی محدود بدست آمده از سیستم‌های هیدرولوژیکی را بررسی نمودند.

² Yamula Dam

³ Genetic programming

⁴ Orgeval

¹ Uhlirska

فرآیندهای عملی، معادلات دینامیکی سیستم موجود نبوده و تنها سری زمانی اسکالر یا برداری از مشاهدات سیستم در دسترس است و دینامیک حاکم بر این فرآیندها بایستی از سری زمانی مشاهدات استخراج گردد. بنابراین نخستین گام در تحلیل و بررسی یک سیستم آشوبگونه با استفاده از سری‌های زمانی حاصل از آن سیستم، بازسازی فضای حالتی با ابعاد محدود و معادل با فضای حالت فرآیند مولد داده‌ها است (عطائی 1384). تکنیک متداولی که توسط تاکن³ ارائه شده از روش تأخیر برای نگاشتن یک سری زمانی واحد در یک فضای d_e بعدی استفاده می‌کند. در راستای بازسازی فضای حالت، بردارهای تأخیر جایگزین بردارهای حالت می‌شوند. برای تشکیل بردارهای تأخیر دو نکته حائز اهمیت است یکی تعداد مؤلفه‌های (درایه‌های) موجود در این بردارها که بعد محاط⁴ یا m خوانده می‌شود و دیگری فاصله زمانی بین هر دو مؤلفه که زمان تأخیر⁵ یا τ گفته می‌شود. (پری زنگنه و همکاران 1387).

روش تاکن به بیان ساده به این صورت است که شبکه‌ای به طول m از روی سری زمانی عبور داده می‌شود و به این ترتیب یک ماتریس با تعداد سطرهایی برابر m تشکیل می‌یابد، برای سری زمانی $x(t)$:

$$x(t) = (x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_t, \dots) \quad [1]$$

ماتریس X برای بازسازی خط سیر اینگونه

است:

$$X = \begin{pmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & \mathbf{K} & x_{m-1} \\ x_1 & x_2 & x_3 & \mathbf{K} & x_m \\ x_2 & x_3 & x_4 & \mathbf{K} & x_{m+1} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & & \end{pmatrix} \quad [2]$$

خوبی نشان داده است. آیتک و همکاران (2008) روش برنامه‌ریزی ژنتیک را یک روش مناسب و عملی در پیش‌بینی روابط بارش- رواناب مطرح نمودند. وانگ و همکاران (2009) به مقایسه چندین روش هوش مصنوعی از جمله GP در پیش‌بینی جریان ماهانه پرداختند که نتایج مناسبی از GP بدست آمد. بر اساس تحقیقات فربودنام و همکاران (1388) روش GP از دقت بسیار بالایی در پیش‌بینی جریان روزانه رودخانه نسبت به روش شبکه‌های عصبی مصنوعی برخوردار است.

در این تحقیق، امکان وجود آشوب در دبی جریان روزانه رودخانه ليقوان چای در ایستگاه ليقوان در طول 30 سال دوره آماری با استفاده از روش بعد همبستگی بررسی می‌گردد. سپس با بازسازی فضای حالت و تعیین پارامترهای لازم از جمله زمان تأخیر، دبی جریان با روش پیش‌بینی موضعی تخمین زده می‌شود. همچنین، در این مطالعه برنامه‌ریزی بیان ژن¹ (GEP) نیز که توسعه یافته برنامه‌ریزی ژنتیک است، جهت مدل‌سازی دبی رودخانه استفاده می‌شود. در انتها، توانایی پیش‌بینی دو روش آشوب و برنامه‌ریزی ژنتیک با استفاده از معیارهای ضریب همبستگی و جذر میانگین مربعات خطا با یکدیگر مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

مواد و روش‌ها

بازسازی فضای حالت²

با توجه به اینکه دینامیک سیستم‌های آشوبگونه قطعی می‌باشد، جهت مطالعه خواص هندسی و دینامیکی آنها می‌توان از توصیف فضای حالت و تقریب معادلات دینامیکی مربوطه در این فضا استفاده نمود. این دینامیک تقریبی می‌تواند در کاربردهای متفاوتی همچون پیش‌بینی به کار رود. اما در بسیاری از

³ Taken

⁴ Embedding dimension

⁵ Delay time

¹ Gene expression programming

² Reconstruction of phase space

مختلف محاسبه شده و بعدی که در آن درصد همسایه‌ها به صفر یا حداقل برسد به عنوان بعد محاط در نظر گرفته می‌شود. در این روش ابتدا با در نظر گرفتن m مولفه برای هر بردار تاخیر، می‌توان بردارهای تاخیر $Y_i(t)$ را مطابق رابطه 5 در فضای محاط تشکیل داد.

$$Y_i(t) = [y(t), y(t-t), \dots, y(t-(m-1)t)]^T \quad [5]$$

r امین همسایه هر بردار تاخیر $Y_i(t)$ به صورت زیر می‌باشد:

$$Y_r^{NN}(t) = [y(t_r), y(t_r-t), \dots, y(t_r-(m-1)t)]^T \quad [6]$$

$$r = 1, 2, \dots, 5$$

و فاصله بین دو بردار همسایه بر اساس نرم اقلیدسی از رابطه 7 محاسبه می‌شود:

$$R_m^2 = \sum_{i=0}^{m-1} [y(t-it) - y(t_r-it)]^2 \quad [7]$$

اگر بردار $Y_r^{NN}(t)$ یک همسایه واقعی برای بردار $Y_i(t)$ باشد، این همسایگی نشات گرفته از ماهیت دینامیکی سیستم است ولی اگر این همسایگی در اثر تصویر نمودن از یک فضای با بعد بالاتر به فضایی با بعد پایین صورت گرفته باشد، در این صورت با رفتن از بعد m به $m+1$ ، از همسایگی بردار $Y_i(t)$ خارج شده و همسایه کاذب محسوب می‌شود. با افزایش بعد m به $m+1$ ، مولفه‌های اضافه شده به بردارهای تاخیر $Y_i(t)$ و $Y_r^{NN}(t)$ ، به ترتیب $y(t-m\tau)$ و $y(t_r-m\tau)$ خواهند بود بنابراین فاصله بین دو بردار بر اساس نرم اقلیدسی در فضای $m+1$ بعدی بطور مشابه به صورت رابطه 8 است:

$$R_{m+1}^2 = R_m^2 + [y(t-m\tau) - y(t_r-m\tau)]^2 \quad [8]$$

تاکن نشان داده است که چنین ماتریسی کلیه ویژگی‌های هندسی سیستم دینامیکی اولیه را بیان می‌کند. برای سری‌های زمانی اسکالر که $t=1, 2, 3, \dots$ ، فضای حالت می‌تواند با استفاده از المان x_t ایجاد شود و تاخیر آن مطابق با سری‌های زمانی جدید به صورت زیر خواهد بود.

$$Y_t = \{x_t, x_{t-t}, x_{t-2t}, \mathbf{K}, x_{t-(m-1)t}\} \quad [3]$$

نمودار فضای حالت، ابزار اولیه و مفیدی جهت تصور نمودن (از طریق خط سیرها) سیستمی است که سری زمانی را تولید کرده است. در واقع ترسیم داده‌های سری زمانی داخل فضای حالت، امکان مشاهده سری‌های زمانی (وابسته به زمان) را در یک حالت مکانی می‌دهد (ان جی و همکاران 2007).

برای تقریب زمان تاخیر (τ) می‌توان از روش تابع خودهمبستگی¹ (ACF) استفاده نمود. جائیکه اولین مقدار ACF به صفر یا کمتر از مقدار کوچکی (مانند 0/1 یا 0/2) می‌رسد برابر زمان تاخیر می‌باشد. تابع خودهمبستگی در زمان تاخیر k به صورت رابطه 4 تعریف می‌شود:

$$\rho_k = \frac{E[(z_t - \mu)(z_{t+k} - \mu)]}{\{E[(z_t - \mu)^2]E[(z_{t+k} - \mu)^2]\}^{1/2}} \quad [4]$$

رفتار تابع خودهمبستگی ρ_k به عنوان تابعی از k نشان‌دهنده دینامیک فرایند کنترل کننده سری زمانی است (ان جی و همکاران 2007).

متداول‌ترین روش تعیین بعد محاط بهینه (m) از سری‌های زمانی آشوبی، روش شمارش نزدیک‌ترین همسایه‌های کاذب² می‌باشد. در این روش بررسی می‌گردد که چه موقع انقطاع کاذب در مسیرهای حالت، که از تصویر نمودن جاذب در یک فضا با بعد پایین ناشی شده است، متوقف می‌گردد. به عبارت دیگر درصد نزدیکترین همسایه‌های کاذب به ازای ابعاد

¹ Autocorrelation function

² False nearest neighbors

که در این رابطه a ، یک ضریب ثابت بوده و D_2 توان همبستگی یا شیب منحنی $\log C(r)$ در مقابل $\log(r)$ می باشد که نشان دهنده میزان انحراف یک سری زمانی از حالت تصادفی می باشد که از رابطه زیر بدست می آید:

$$D_2 = \lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} \frac{\log C(r)}{\log(r)} \quad [12]$$

با استفاده از رسم توان همبستگی (D_2) در مقابل بعد محاط (m) برای فرایندهای تصادفی، D_2 بدون رسیدن به یک مقدار اشباع با افزایش m زیاد می شود در حالی که برای فرایندهای قطعی، مقدار D_2 بعد از یک m معین اشباع می شود. مقدار اشباع، بعد فرکتالی (بعد همبستگی) جاذب یا سری زمانی است (الشربگی و همکاران 2002). نزدیکترین عدد صحیح بزرگتر از مقدار اشباع، تعداد متغیرهای لازم برای مدل کردن دینامیک یک سیستم را در اختیار قرار می دهد.

به منظور بررسی آشوب پذیری و تخمین بعد همبستگی مناسب می توان از سه نمودار استفاده نمود:

- نمودار $\log C(r)/\log(r)$ در مقابل تغییرات $\log(r)$. با استفاده از این منحنی می توان ناحیه مقیاس گذاری را تشخیص داد یعنی ناحیه ای که در آن به ازای مقادیر پیوسته $\log(r)$ نسبت $\log C(r)/\log(r)$ به ازای ابعاد محاط مختلف به مقدار ثابتی رسیده و اشباع می شود که همان بعد فرکتال است.

- نمودار $\log C(r)$ در مقابل تغییرات $\log(r)$. با استفاده از روش حداقل مربعات می توان در ناحیه مقیاس گذاری شیب نمودار (توان همبستگی) را به ازای ابعاد محاط مختلف محاسبه نمود.

- نمودار تغییرات توان همبستگی در برابر ابعاد محاط مختلف. با استفاده از این نمودار می توان رفتار آشوبناک و بعد همبستگی مناسب را تشخیص داد.

در این تحقیق از زیر برنامه های نرم افزار TISEAN (هگر و همکاران 1999) به منظور تعیین

بنابراین، فاصله اضافه شده در فضای $m+1$ بعدی نسبت به فاصله دو بردار در فضای m بعدی بصورت زیر خواهد بود.

$$\sqrt{\frac{R_{m+1}^2 - R_m^2}{R_m^2}} = \frac{|y(t-mt) - y(t_r - mt)|}{R_m} \quad [9]$$

هرگاه کمیت فوق الذکر از یک مقدار آستانه (حدود 15-10) فراتر برود، همسایه تحت بررسی، کاذب در نظر گرفته می شود (پری زنگنه و همکاران 1387).

بعد همبستگی

بعد همبستگی¹ به عنوان شاخص مناسبی در تشخیص قطعی یا تصادفی بودن یک فرآیند تلقی می شود. یک فرآیند تصادفی از تمام بعد موجود از فضای حالت استفاده می کند در حالی که یک فرآیند قطعی بخشی از بعد را به نام بعد همبستگی (بعد فرکتال) استفاده خواهد کرد. بعد همبستگی به عنوان مقیاسی جهت تعیین پیچیدگی و معیار مشخص کننده ای از تعداد متغیرهای لازم برای تشریح یک سیستم محسوب می شود (ان جی و همکاران 2007). برای فضای حالت m بعدی، تابع همبستگی $C(r)$ بصورت رابطه 10 تعریف می شود:

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{N(N-1)} \sum_{\substack{(i,j) \\ 1 \leq i < j \leq N}} H(r - |Y_i - Y_j|) \quad [10]$$

که در آن H ، یک تابع هویساید پله ای با $u \geq 0$ بر $H(u)=1$ و $u \leq 0$ بر $H(u)=0$ بوده و $u = r - |Y_i - Y_j|$ ، N تعداد نقاط در فضای مزبور، r شعاع کره ساخته شده به مرکز Y_i یا Y_j می باشد. برای مقادیر مثبت r ، تابع همبستگی $C(r)$ با رابطه زیر به r مرتبط می شود:

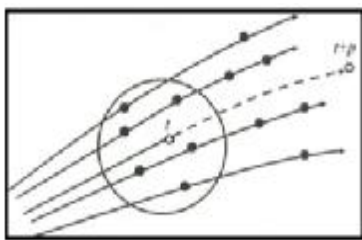
$$C(r) \underset{\substack{r \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}}{\approx} ar^{D_2} \quad [11]$$

¹ Correlation dimension

حالت با توجه به مشخصات جاذب می‌باشد. در چنین فضای m بعدی، پیش‌بینی با تقریب تغییر X_t با زمان صورت می‌گیرد. با در نظر گرفتن ارتباط میان نقاط X_t و X_{t+p} در زمان P ، جاذب توسط تابع F بصورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$X_{t+p} \cong F(X_t) \quad [16]$$

مکانیزم تقریب موضعی و مدل آن در شکل 1 نشان داده شده است. در این متد پیش‌بینی، فرض می‌شود که تغییر X_t با زمان در جاذب، با نقاط نزدیک آنها یکسان باشد. در اینجا X_{t+p} توسط ترتیب d ام از تابع چند گانه FX_t تعیین می‌شود (کوجاک و همکاران 2007).



شکل 1- مکانیزم پیش‌بینی موضعی و مدل آن.

تخمین موضعی فرایند با رابطه 17 انجام می‌پذیرد که X_{t+p} بوسیله چند جمله‌ای مرتبه d ام قابل تعیین است:

$$x_{t+p} \cong f_0 + \sum_{k_1=0}^{m-1} f_{1k_1} X_{t-k_1t} + \sum_{\substack{k_2=k_1 \\ k_1=0}}^{m-1} f_{2k_1k_2} X_{t-k_1t} X_{t-k_2t} + \dots + \sum_{k_d=k_{d-1}}^{m-1} f_{dk_1k_2\dots k_d} X_{t-k_1t} X_{t-k_2t} \dots X_{t-k_dt} \quad [17]$$

و A ماتریکس ژاکوبین $n \times (m+d)!/m!d!$ می‌باشد که بصورت 21 تعریف می‌شود:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_{T_1} & x_{T_{1-t}} & \mathbf{K} & x_{T_{1-(m-1)t}} & x_{T_1}^2 & \mathbf{K} & x_{T_{1-(m-1)t}}^d \\ 1 & x_{T_2} & x_{T_{2-t}} & \mathbf{K} & x_{T_{2-(m-1)t}} & x_{T_2}^2 & \mathbf{K} & x_{T_{2-(m-1)t}}^d \\ \mathbf{M} & & & \mathbf{M} & & \mathbf{M} & & \mathbf{M} \\ 1 & x_{T_n} & x_{T_{n-t}} & \mathbf{K} & x_{T_{n-(m-1)t}} & x_{T_n}^2 & \mathbf{K} & x_{T_{n-(m-1)t}}^d \end{bmatrix} \quad [21]$$

زمان تأخیر، بعد محاط و بعد همبستگی استفاده شده است.

پیش‌بینی موضعی

همانطور که گفته شد، با در نظر گرفتن سری‌های زمانی تک متغیره، می‌توان فضای حالت را با داشتن اطلاعاتی از قبیل بعد محاط و زمان تأخیر بازسازی نمود. فرض می‌شود که سری‌های زمانی از یک سیستم دینامیک دارای رفتار بی نظم با بعد m در فضای حالت تشکیل شده‌اند، فضای حالت جدیدی را می‌توان با اضافه نمودن مختصات مستقل اضافی تشکیل داد. یکی از این مختصات‌های مستقل خود سری زمانی است و بقیه مختصات‌ها با تأخیر دادن $(m-1)$ برابر زمان تأخیر (یعنی $(m-1)\tau$) سری زمانی اصلی بدست می‌آیند به طوری که همبستگی بین مختصات‌ها صفر شود. برای این سری‌های زمانی خواهیم داشت:

$$x_i \in R, i = 1, 2, \mathbf{K}, N \quad [13]$$

$$X_i = (x_i, x_{i-\tau}, \mathbf{K}, x_{i-(m-1)\tau}) \in R^m \quad [14]$$

$$i = 1 + (m-1)\tau, 2 + (m-1)\tau, \mathbf{K}, N - 1, N \quad [15]$$

X_i بردار m بعدی از مقادیر x_i و $x_{i-\tau}$ و $x_{i-2\tau}$ و ... $x_{i-(m-1)\tau}$ می‌باشد. چنین روندی بیانگر ساختار فضای

با استفاده از n تعداد X_{T_h} و $X_{T_{h+p}}$ برای مقادیر از پیش تعیین شده، ضرایب f توسط معادله زیر تعیین می‌شوند:

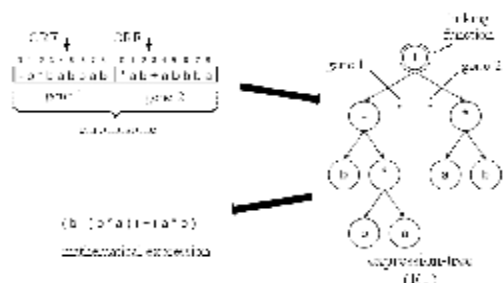
$$x \cong Af \quad [18]$$

$$x = (x_{T_{1+p}}, x_{T_{2+p}}, \dots, x_{T_{n+p}}) \quad [19]$$

$$f = (f_0, f_{10}, f_{11}, \dots, f_{1(m-1)}, f_{200}, \dots, f_{d(m-1)(m-1)\dots(m-1)}) \quad [20]$$

مختلف می‌پردازد. یکی از نقاط قوت GEP آن است که معیار تنوع ژنتیکی بسیار ساده بوده و لذا عملگرهای ژنتیک در سطح کروموزومی عمل می‌نمایند. همچنین یکی دیگر از نقاط قوت این روش، عبارت از طبیعت منحصر به فرد چند ژنه آنست که زمینه ارزیابی مدل‌های پیچیده‌ای را که شامل چندین زیر مدل می‌باشند فراهم می‌آورد (فریرا 2001).

شکل 2 نمونه‌ای از یک کروموزوم با دو ژن را نشان می‌دهد که به دو صورت رشته خطی و درختی² (ET) نشان داده شده است.



شکل 2- نمونه‌ای از یک کروموزوم با دو ژن به فرم رشته خطی و درختی.

جهت مدل‌سازی با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیک، ابتدا پارامترهای موارد ذیل باید تعیین شوند.

1. مجموعه ترمینال‌ها (شامل متغیرهای مسئله و اعداد ثابت تصادفی)
2. مجموعه عملگرهای ریاضی مورد استفاده در فرمول‌ها
3. انتخاب معیار مناسب (از قبیل ضریب همبستگی، میانگین مربعات خطا و ...)
4. تعیین پارامترهای کنترل سنجش برازش فرمول‌ها
5. معیار پایان و ارائه نتایج اجرای برنامه بکارگیری عملگرهای ژنتیکی و جزئیات دیگر مربوط به اجرای برنامه (اندازه جمعیت، احتمال مربوط به بکارگیری عملگرهای ژنتیکی و جزئیات دیگر مربوط به اجرای برنامه)
5. معیار پایان و ارائه نتایج اجرای برنامه (مثل تعداد تولید جمعیت جدید و یا تعیین یک مقدار مشخص برای برازش فرمول‌ها که اگر میزان برازش برابر یا بیشتر از آن مقدار شد، اجرا متوقف شود).

² Expression tree

البته قابل ذکر است که اگر F حتی یک چند جمله‌ای درجه اول باشد، پیش‌بینی باز هم بصورت غیر خطی خواهد بود، زیرا در طی فرآیند پیش‌بینی، هر نقطه از $X(t)$ دارای همسایگی متفاوت خواهد بود که منجر به همسایگی‌های متفاوت و بیان‌های متفاوت برای F خواهد شد (پورپوراتو و رادولفی 1997).

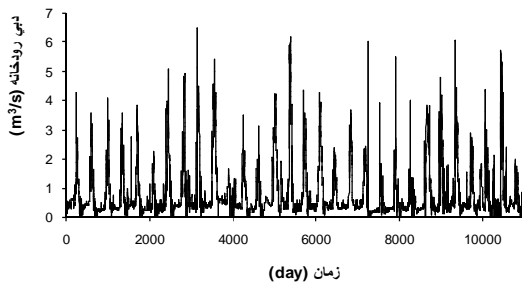
به منظور پیش‌بینی موضعی از برنامه‌ای که در محیط فرترن¹ توسط پرفسور کوچاک (کوچاک و همکاران 2007) نوشته شده، استفاده گردیده است.

برنامه‌ریزی ژنتیک (GP)

برنامه‌ریزی ژنتیک تعمیم یافته روش الگوریتم ژنتیک می‌باشد که برای اولین بار توسط جان کزا (1992) بر اساس تئوری داروین ارائه شد. برنامه‌ریزی ژنتیک یک تکنیک برنامه‌ریزی خودکار می‌باشد که راه حل مسئله را با استفاده از برنامه کامپیوتری ارائه می‌کند. در این روش در ابتدای فرآیند، هیچگونه رابطه تابعی در نظر گرفته نشده و این روش قادر به بهینه‌سازی ساختار مدل و مؤلفه‌های آن می‌باشد. تفاوت اساسی موجود بین برنامه‌ریزی ژنتیک و الگوریتم ژنتیک به طبیعت هر یک از افراد بر می‌گردد، به نحوی که افراد در الگوریتم ژنتیک، ردیف‌های خطی با طول ثابت می‌باشند (کروموزوم‌ها) ولی در برنامه‌ریزی ژنتیک، همان شاخه‌های مجزا می‌باشند. همچنین در برنامه‌ریزی ژنتیک بر ساختار درختی مجموعه‌ها تأکید می‌شود ولی الگوریتم ژنتیک، بر اساس سیستم ارقام دو دویی عمل می‌نماید.

در تحقیق حاضر از برنامه GeneXproTools برای توسعه و اجرای مدل‌های مبتنی بر برنامه‌ریزی ژنتیک استفاده به عمل آمد. برنامه یاد شده بر اساس برنامه‌ریزی صریح ژنتیک (GEP) استوار است. GEP ویرایش جدیدی از برنامه‌ریزی ژنتیک می‌باشد که به استنتاج برنامه‌های رایانه‌ای با اندازه‌ها و شکل‌های

¹ Fortran



شکل 3- سری زمانی دبی روزانه رودخانه ليقوان در طول 30 سال.

نتایج و بحث

بازسازی فضای حالت

جهت بازسازی فضای حالت، نخستین مرحله تخمین پارامترهای زمان تاخیر (τ) و بعد محاط شدگی (m) می‌باشد. سری داده‌های دبی روزانه در طول 30 سال به دو قسمت تقسیم شده که 29 سال جهت ایجاد فضای حالت (تخمین زمان تاخیر، بعد محاط و بعد همبستگی) بکار رفته است و مقادیر دبی‌های سال آخر یعنی از مهرماه 86 تا مهرماه 87 جهت فرآیند پیش‌بینی انتخاب شده است.

در این مطالعه زمان تاخیر با استفاده از روش تابع خود همبستگی محاسبه شده است و اولین تقاطع تابع خود همبستگی با خط صفر به عنوان مناسب‌ترین زمان تاخیر در نظر گرفته شده است. همان‌طور که از شکل 4 مشخص است زمان تاخیر $\tau=67$ به عنوان مناسب‌ترین زمان در نظر گرفته شده است. شکل 5 فضای حالت ساخته شده با زمان تاخیر محاسبه شده را نشان می‌دهد.

مطابق شکل 6 بعد محاط محاسبه شده با استفاده از روش درصد نزدیک ترین همسایگی کاذب برای سری داده‌های دبی روزانه رودخانه تقریباً برابر 27 (نخستین حداقل نسبی درصد نزدیک ترین همسایگی کاذب) می‌باشد.

این مطالعه، سه عملگر اصلی شامل $\{+, -, *\}$ و تابع جمع کننده (مجموع) برای ایجاد پیوند بین زیر شاخه‌ها مورد استفاده قرار گرفت. خوانندگان محترم می‌توانند جهت کسب اطلاعات بیشتر و جزئیات به مقالات ارائه شده در بخش منابع مراجعه نمایند.

منطقه و داده‌های مورد استفاده

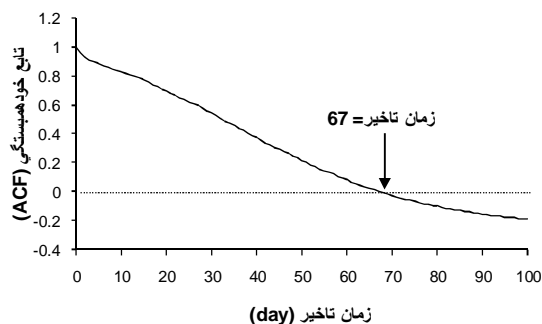
حوضه آبریز ليقوان از زیرحوضه‌های مهم و معرف حوضه آبریز دریاچه ارومیه بوده که با وسعتی معادل 76 کیلومتر مربع در استان آذربایجان شرقی در دامنه شمالی سهند مابین 46 درجه و 25 دقیقه تا 26 دقیقه طول شرقی و 37 درجه و 45 دقیقه تا 37 درجه و 50 دقیقه عرض شمالی گسترده شده است. بلندترین نقطه حوضه با ارتفاع 3620 متر از سطح دریای آزاد در جنوب شرقی ارتفاعات سهند و پایین ترین نقطه آن با ارتفاع 2140 متر در محل ایستگاه هیدرومتری ليقوان می‌باشد.

داده‌های روزانه دبی رودخانه در ایستگاه ليقوان از سال آبی 58-1357 تا سال آبی 87-1386 جهت این مطالعه انتخاب و مورد استفاده قرار گرفت که نمودار سری زمانی آن در شکل 3 نشان داده شده است. خصوصیات آماری مقادیر دبی مورد استفاده در این تحقیق محاسبه و در جدول 1 ارائه شده است.

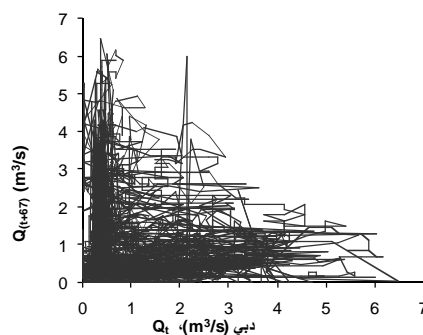
جدول 1- خصوصیات آماری دبی روزانه رودخانه

لیقوان	
مشخصه‌های آماری دبی روزانه	
(m ³ /s)	
10957	تعداد داده‌ها
0/79	میانگین
0/87	انحراف معیار
6/48	حداکثر مقدار
0	حداقل مقدار
2/454	ضریب چولگی
6/639	ضریب کشیدگی

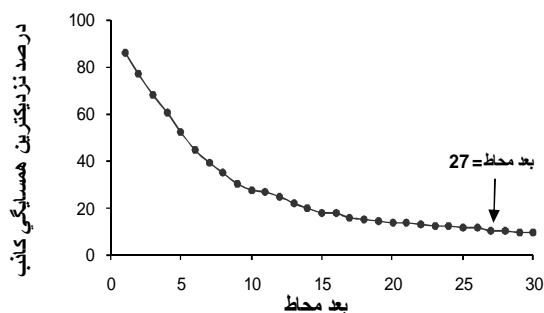
نسبت $\log C(r)/\log(r)$ در مقابل تغییرات $\log(r)$ را نشان می‌دهد. به دلیل وجود نویز در داده‌ها به ازای مقادیر کوچک $\log(r)$ نوساناتی در نمودار مشاهده می‌شود (ان جی و همکاران 2007)، اما بخش مسطحی در محدوده $\log(r)$ بین مقادیر صفر تا 0/3 مشاهده می‌شود که در آن نسبت $\log C(r)/\log(r)$ به مقدار ثابتی می‌رسد و ناحیه مقیاس گذاری را می‌توان در این محدوده انتخاب نمود. ارتباط میان تابع همبستگی $C(r)$ و شعاع r با افزایش m در شکل 7- ب نشان داده شده است. جهت تعیین بعد همبستگی و بررسی آشوب پذیری داده‌ها، مقادیر شیب منحنی‌ها در شکل 7- ب با استفاده از روش حداقل مربعات در دو حالت مختلف در فاصله صفر تا 0/3 از $\log(r)$ (روی محور x ها) و نیز در فاصله 2- تا 3- از $\log C(r)$ (روی محور y ها) محاسبه و نتایج در شکل 8 ارائه شده است. در این شکل مقادیر شیب یا همان توان همبستگی به ازای مقادیر مختلف بعد محاط در دو فاصله ذکر شده نشان داده است. توان همبستگی با افزایش بعد محاط زیاد شده ولی در بعد محاط 27 شروع به اشباع و ثابت شدن می‌نماید و از مقدار 5 فراتر نمی‌رود. اشباع شدن توان همبستگی در مقدار معینی از بعد محاط، نشان دهنده آشوب پذیری (وجود دینامیک غیر خطی قطعی) در سری مورد مطالعه است. در واقع نزدیک‌ترین عدد صحیح بزرگتر از مقدار اشباع شده توان همبستگی، تعداد متغیرهای لازم برای تشریح سیستم را بدست می‌دهد که همان بعد همبستگی (بعد فرکتال) نامیده می‌شود یعنی $D_2=5$. مقدار کم بعد همبستگی بدست آمده نشان دهنده وجود رفتار آشوبناک در دبی روزانه رودخانه لیقوان است.



شکل 4- تابع خود همبستگی به ازای زمان‌های تاخیر متفاوت



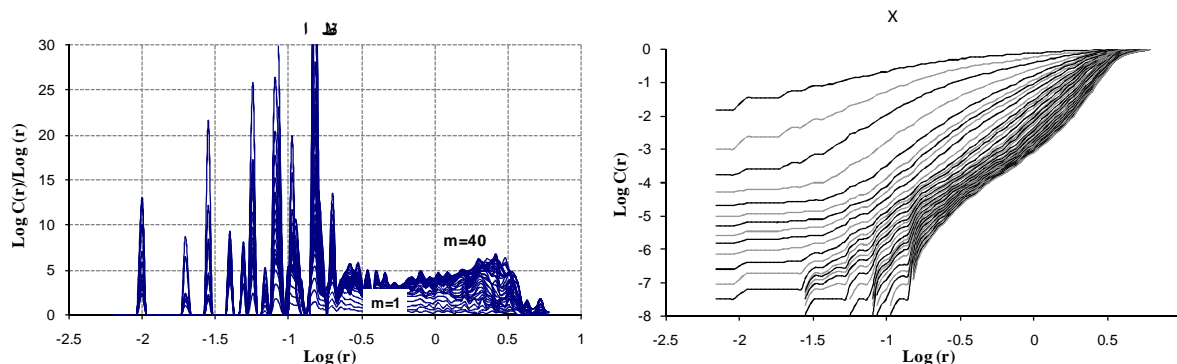
شکل 5- فضای حالت دبی روزانه با زمان تاخیر 67



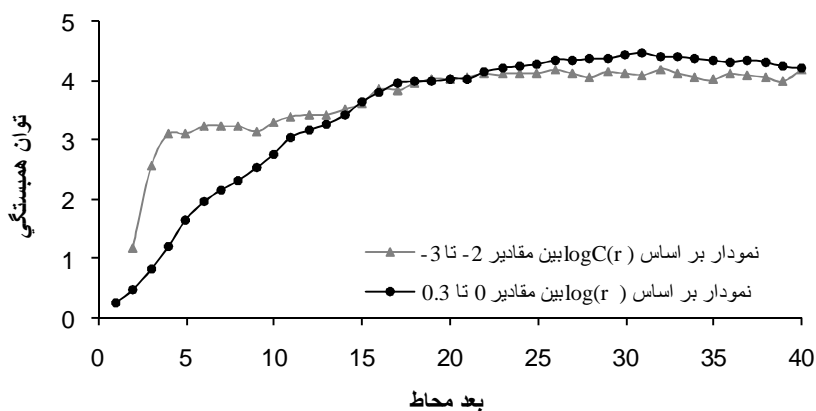
شکل 6- درصد نزدیک‌ترین همسایگی برای ابعاد محاط مختلف

بعد همبستگی

تابع همبستگی به ازای زمان تاخیر $\tau=67$ و بعد محاط (m) از 1 تا 40 محاسبه و نتایج آن در شکل 7 نشان داده شده است. شکل 7- الف، نمودار تغییرات



شکل 7- نمودار تغییرات نسبت $\text{Log}C(r)/\text{Log}(r)$ در مقابل $\text{Log}(r)$ (الف) و نمودار تغییرات $\text{Log}C(r)$ در مقابل $\text{Log}(r)$ با افزایش بعد محاط m (ب)



شکل 8 نمودار تغییرات توان همبستگی با افزایش بعد محاط دبی روزانه رودخانه ليقوان.

با 27 بوده و تا حدودی زیاد است به منظور انجام فرایند پیش‌بینی از ابعاد محاط 6 تا 12 استفاده گردید تا بهترین پیش‌بینی در بعد محاط مناسب بدست آید. در جدول 2 مقادیر ضریب همبستگی (r) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) مربوط به پیش‌بینی دبی ارائه شده است. همان‌طور که مشخص است، نتایج پیش‌بینی با ضریب همبستگی $0/926$ به ازای مقدار بعد محاط $m=12$ نسبت به سایر مقادیر مطلوب‌تر است؛ بنابراین می‌توان بعد محاط 12 را برای توصیف سری داده‌ها کافی دانست.

فرآیند پیش‌بینی

در این تحقیق، الگوریتم پیش‌بینی موضعی جهت فرآیند پیش‌بینی سری زمانی دبی روزانه بکار برده شده است. لذا کلیه مراحل محاسبات برای سال آخر، به عنوان دوره تست انجام گرفته است. طبق تئوری بعد محاط تاکن (1981) برای سیستم‌های دینامیکی با بعد همبستگی D_2 ، بعد محاط $m \geq 2D_2 + 1$ برای بازسازی فضای حالت کافی است از طرفی فارمر و سیدروبیچ (1987) و آبارنیل (1990) پیشنهاد نمودند که بعد محاط $m > D_2$ مناسب است (کارناسینگه و لیونگ 2006). از آنجایی‌که بعد محاط محاسبه شده در این تحقیق برابر

که در آن X^m ورودی m بعدی شامل متغیرهای x_1, \dots, x_m و x_i, \dots, x_m متغیر خروجی است. در مدل سازی دبی X_i می تواند مقادیر جریان با زمان های تاخیر متفاوت باشد و Y عموماً مقدار جریان در زمان بعدی است. تعداد مقادیر پیشین داخل X^m هنوز به طور کلی شناخته شده نیست (وانگ و همکاران 2009). در این تحقیق مقادیر جریان در پنج ترکیب متفاوت شامل مقادیر جریان یک روز قبل تا جریان پنج روز قبل به صورت ورودی در نظر گرفته شد تا بهترین حالت ممکن انتخاب گردد. به منظور مدل سازی 80% داده ها (از مهر ماه 57 تا مهر ماه 81) جهت آموزش و 20% باقیمانده (از مهر ماه 81 تا مهر ماه 87) جهت امتحان انتخاب گردید. پارامترهای لازم جهت مدل سازی دبی روزانه رودخانه ليقوان در جدول 3 و نتایج حاصل از ترکیب های مختلف در جدول 4 ارائه شده است.

جدول 2- مولفه های آماری مربوط به پیش بینی موضعی دبی روزانه رودخانه ليقوان به ازای ابعاد محاط مختلف.

RMSE	r	m
0/1653	0/9084	6
0/1654	0/8994	7
0/1731	0/8913	8
0/1972	0/8741	9
0/1966	0/8714	10
0/1924	0/8842	11
0/1432	0/9260	12

برنامه ریزی ژنتیک

به طور کلی در برنامه ریزی ژنتیک پیش بینی دبی با استفاده از مقادیر پیشین به صورت زیر می باشد:

$$Y = f(X^m) \quad [22]$$

جدول 3- مقادیر پارامترهای لازم جهت مدل سازی دبی با استفاده از برنامه ریزی ژنتیک

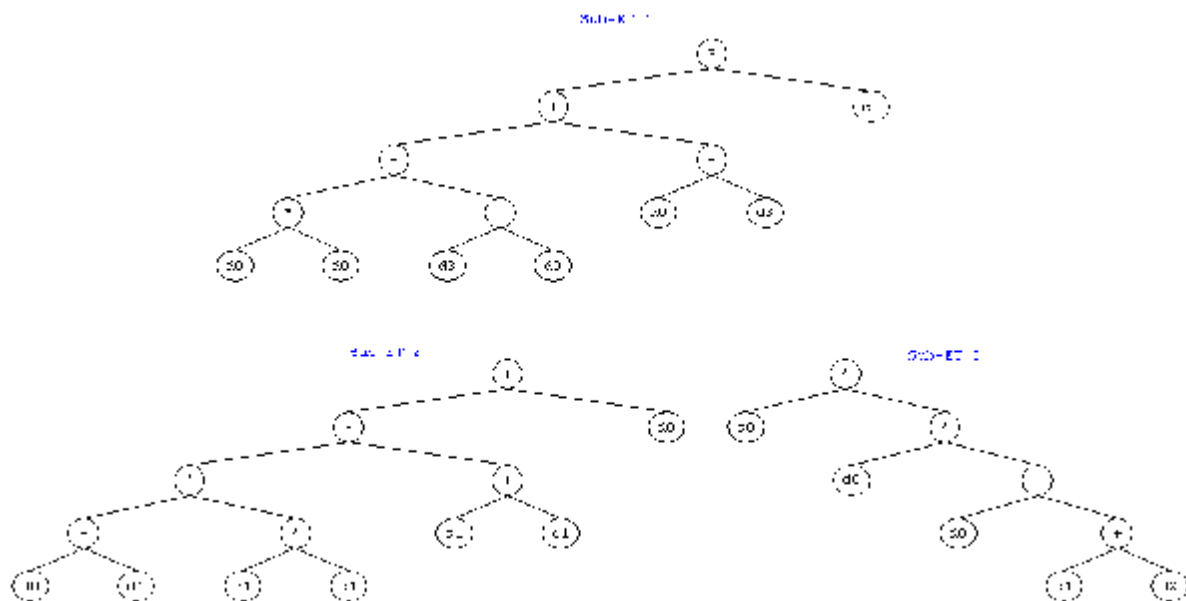
30	تعداد کروموزومها (Chromosomes)
3	تعداد ژن ها (Number of genes)
Addition (+)	عملگر ریاضی بین ژن ها (Linking function)
0/044	سرعت جهش (Mutation rate)
0/1	سرعت وارونگی (Inversion rate)
0/3	سرعت تلاقی تک نقطه ای (One-point recombination rate)
0/3	سرعت تلاقی دو نقطه ای (Two-point recombination rate)
0/1	سرعت تلاقی ژن (Gene recombination rate)
0/1	سرعت جابجایی (Gene transposition rate)

جدول 4- پارامترهای آماری دقت مدل های پیش بینی دبی با استفاده از برنامه ریزی ژنتیک

امتحان		آموزش		الگوهای ورودی
RMSE	r	RMSE	r	
0/2847	0/9432	0/2289	0/9648	Q_{t-1}
0/2787	0/9452	0/2214	0/9671	Q_{t-2} و Q_{t-1}
0/2801	0/9449	0/2223	0/9669	Q_{t-3} ، Q_{t-2} ، Q_{t-1}
0/2779	0/9458	0/2207	0/9675	Q_{t-4} ، Q_{t-3} ، Q_{t-2} ، Q_{t-1}
0/2787	0/9454	0/2207	0/9674	Q_{t-5} ، Q_{t-4} ، Q_{t-3} ، Q_{t-2} ، Q_{t-1}

همان‌طور که از جدول 4 مشخص است بهترین حالت تا 4 روز تاخیر زمانی شامل ورودی‌های Q_{t-1} ، Q_{t-2} ، Q_{t-3} و Q_{t-4} است که مدل درختی حاصل شامل سه زیر درخت (ژن) در شکل 9 نشان داده شده است. در این شکل Sub-ET1، Sub-ET2 و Sub-ET3 به ترتیب ژن 1، 2 و 3 و همچنین پارامترهای مربوط به ژنها به صورت $d_0=Q_{t-1}$ ، $d_1=Q_{t-2}$ ، $d_2=Q_{t-3}$ ، $d_3=Q_{t-4}$ و مقادیر ثابت $G1C0=0.034576$ ، $G2C1=0.124328$ ،

می‌باشند که $G1$ ، $G2$ و $G3$ بیانگر زیردرخت یا ژن 1، ژن 2 و ژن 3 است. فرم ریاضی مدل حاصل به منظور پیش‌بینی دبی روزانه رودخانه ليقوان با قرار دادن مقادیر ثابت و دبی‌های پیشین در زیر درخت‌های شکل 9 و با توجه به عملگر ریاضی مجموع بین سه زیر درخت، در رابطه 23 ارائه شده است.



شکل 9- بیان درختی مدل حاصل برای پیش‌بینی دبی روزانه رودخانه ليقوان.

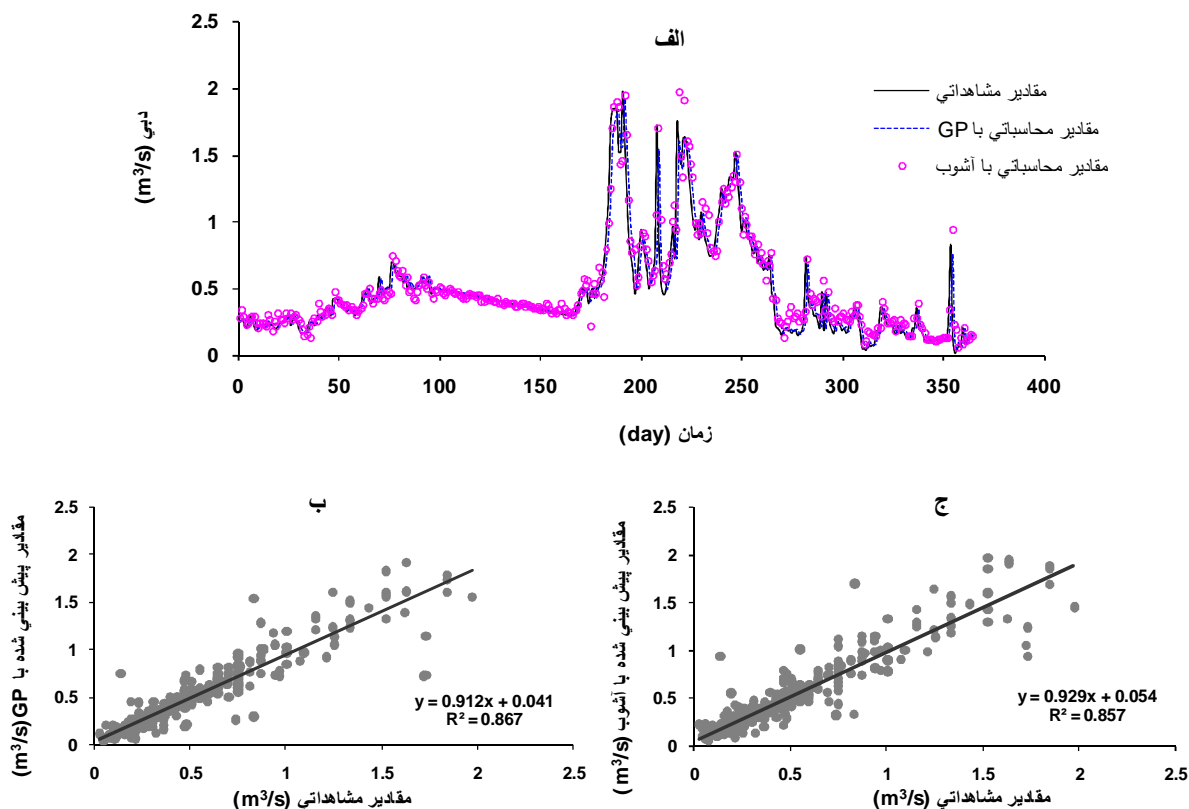
$$Q_t = (-0.034576) \times [Q_{(t-1)}^2 + 2 \times (Q_{(t-1)} - Q_{(t-4)})] + Q_{(t-1)} + 0.248656 \times [0.124328 \times Q_{(t-2)} \times (Q_{(t-1)} - Q_{(t-2)}) - 0.034576 \times Q_{(t-1)} \times [Q_{(t-1)} - Q_{(t-2)} + Q_{(t-3)}] \quad [23]$$

شکل 10- الف و نمودار پراکنش آنها در شکل‌های 10- ب و ج به ترتیب برای دو مدل برنامه‌ریزی ژنتیک و نظریه آشوب ارائه شده است.

جهت مقایسه دقت مدل حاصل از برنامه‌ریزی ژنتیک، با پیش‌بینی انجام گرفته بوسیله نظریه آشوب سال آخر سری داده‌های دبی، به منظور امتحان انتخاب گردید. ضریب همبستگی و جذر میانگین مربعات خطا مربوط به پیش‌بینی دبی روزانه رودخانه ليقوان در سال آبی 87-1386 با دو روش نظریه آشوب و برنامه‌ریزی ژنتیک در جدول 5 ارائه شده است. مقادیر مشاهداتی و محاسباتی دبی بوسیله دو روش مذکور در

جدول 5- مولفه‌های آماری مربوط به پیش‌بینی با دو مدل

نوع مدل	r	RMSE
نظریه آشوب	0/9260	0/1432
برنامه‌ریزی ژنتیک	0/9314	0/1349



شکل 10 - نمودار مقایسه مقادیر محاسباتی و مشاهداتی دبی روزانه رودخانه ليقوان (الف)، پراکنش مقادیر محاسباتی و مشاهداتی بر اساس پیش‌بینی با مدل برنامه‌ریزی ژنتیک (ب) پراکنش مقادیر محاسباتی و مشاهداتی بر اساس پیش‌بینی موضعی با نظریه آشوب (ج) ($m=12$ و $t=67$).

نتیجه‌گیری کلی

همبستگی به عنوان شاخصی جهت تمایز بین رفتار قطعی (آشوبناک) و تصادفی دبی رودخانه استفاده شد. مقدار کم بعد همبستگی بدست آمده ($D_2=5$) نشان دهنده وجود رفتار آشوبناک در دبی روزانه رودخانه ليقوان است که مشابه نتایج ریگوندا و همکاران (2004) است. دو روش پیش‌بینی موضعی (با توجه به فضای حالت آشوبی بازسازی شده) و برنامه‌ریزی ژنتیک در پیش‌بینی دبی جریان استفاده و نتایج آنها با یکدیگر

تحقیق حاضر عملکرد دو روش نظریه آشوب و برنامه‌ریزی ژنتیک را در پیش‌بینی دبی روزانه رودخانه ليقوان در طول 30 سال دوره آماری بررسی و مقایسه نموده است. با استفاده از روش‌های تابع خودهمبستگی و شمارش نزدیکترین همسایگی کاذب، مقادیر زمان تاخیر $\tau=67$ و بعد محاط $m=27$ جهت بازسازی فضای حالت آشوبی، بدست آمد. از روش بعد

ارائه گردید. در پیش‌بینی دبی جریان ضرایب همبستگی بدست آمده برابر با 0/926 از روش آشوب و 0/931 از روش برنامه‌ریزی ژنتیک حاکی از نتایج خوب و تقریباً مشابهی از هر دو روش است. بنابراین جهت پیش‌بینی دبی روزانه رودخانه ليقوان هر دو روش نظریه آشوب و برنامه‌ریزی ژنتیک مناسب تشخیص داده شدند.

مقایسه گردید. جهت مدل‌سازی دبی روزانه رودخانه با روش برنامه‌ریزی ژنتیک، همانند وانگ و همکاران (2009)، دبی‌های پیشین به عنوان ورودی در نظر گرفته شدند. بهترین الگوی ورودی شامل دبی پیشین تا 4 تأخیر زمانی یعنی به صورت Q_{t-1} ، Q_{t-2} ، Q_{t-3} و Q_{t-4} بدست آمد و رابطه ریاضی مدل حاصل جهت پیش‌بینی

منابع مورد استفاده

- پری زنگنه م، عطائی م و معلم پ، 1387. تخمین بعد محاط سری های زمانی حاصل از سیستم‌های آشوبی با بعد بالا توسط شبکه‌های عصبی تاخیر زمانی توزیع یافته. دومین کنگره مشترک سیستم‌های فازی و هوشمند ایران. 7 الی 9 آبان ماه، تهران، دانشگاه صنعتی مالک اشتر.
- فربودنام ن، قربانی م ع و اعلمی م ت، 1388. پیش‌بینی جریان رودخانه با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیک (مطالعه موردی: حوضه آبریز رودخانه ليقوان). مجله دانش کشاورزی. جلد 19. شماره 4. صفحه‌های 107 تا 123.
- عطائی م، 1384. نقش بازسازی فضای حالت در تحلیل سیستم‌های آشوب‌گونه و نحوه تعیین پارامترهای مربوطه. مجموعه مقالات دومین همایش آشوب و سیستم‌های دینامیکی غیرخطی. 27 الی 28 دی ماه. پژوهشگاه هوا و فضا.
- Abarbanel HDI, 1990. Prediction in chaotic nonlinear systems: methods for time series with broadband Fourier spectra. *Physical Review A* 41(4): 1782–1807.
- Aytek A, Asce M and Alp M, 2008. An application of artificial intelligence for rainfall–runoff modeling. *Journal of Earth system science* 117(2): 145-155.
- Elshorbagy A, Simonovic SP and Panu US, 2002. Estimation of missing streamflow data using principles of chaos theory. *Journal of Hydrology* 255: 123–133.
- Farmer JD and Sidorowich JJ, 1987. Predicting chaotic time series. *Physical Review Letters* 59 (8): 845–848.
- Ferreira C, 2001. Gene expression programming: a new adaptive algorithm for solving problems. *Complex Systems* 13(2): 87-129.
- Hegger R, Kantz H and Schreiber T, 1999. Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN Package. *Chaos* 9: 413-435.
- Jayawardena AW, Muttill N and Fernando TMKG, 2005. Rainfall-Runoff modelling using genetic programming. Pp. 1841-1847. International Congress on Modelling and Simulation, Melbourne University.
- Karunasinghe DSK and Liong SY, 2006. Chaotic time series prediction with a global model: Artificial neural network. *Journal of Hydrology* 323: 92–105.
- Khan S, Ganguly AR and Saigal S, 2005. Detection and predictive modeling of chaos in finite hydrological time series. *Nonlinear Processes in Geophysics* 12: 41-53.
- Khu ST, Liong SY, Babovic V, Madsen H and Muttill N, 2001. Genetic programming and its application in real-time runoff forecasting. *Journal of the American Water Resources Association* 37(2): 439-451.
- Kocak K, Bali A and Bektasoglu B, 2007. Prediction of monthly flows by using chaotic approach. Pp 553-559. International Congress on River Basin Management, 22-24 March, Antalya, Turkey.
- Koza J.R, 1992. Genetic Programming: on the Programming of Computers by Means of Natural Selection. Cambridge, MA: MIT Press.

- Liong SY, Gautam TR, Khu ST, Babovic V, Keijzer M and Muttil N, 2002. Genetic programming: A new paradigm in rainfall runoff modeling. *Journal of the American Water Resources Association* 38(3): 705-718.
- Ng WW, Panu US and Lennox WC, 2007. Chaos based Analytical techniques for daily extreme hydrological observations. *Journal of Hydrology* 342: 17– 41
- Porporato A, Ridolfi L, 1997. Nonlinear analysis of river flow time sequences. *Water Resources Research* 33(6): 1353-1367.
- Regonda SK, Sivakumar B and Jain A, 2004. Temporal scaling in river flow: can it be chaotic? *Hydrological Sciences–Journal–des Sciences Hydrologiques*, 49(3): 373- 385.
- Shang P, Na X, Kamae S, 2009. Chaotic analysis of time series in the sediment transport phenomenon. *Chaos, Solitons and Fractals* 41: 368–379.
- Solomatine DP, Velickov S, and Wust JC, 2001. Predicting water levels and currents in the North Sea using Chaos Theory and Neural Networks. Pp 16-21. Proc. 29 th Iahr Congress, Beijing, China.
- Stehlik J, 2003. *Deterministic Chaos In Runoff Series*. Czech Hydrometeorological Institute, Dept of Experimental Hydrology, Prague.
- Takens F, 1981. Detecting strange attractors in turbulence. *Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics* 898: 366–381.
- Wang WC, Chau KW, Cheng CT and Qiu L, 2009. A comparison of performance of several artificial intelligence methods for forecasting monthly discharge time series. *Journal of Hydrology* 374: 294–306.