

تحلیل شکست نمونه‌های کششی حاوی شیارهای لبه‌ای متقارن تولیدشده با چاپگر سه‌بعدی از جنس پلی‌لاکتیک اسید با بهره‌گیری از مفاهیم ماده همسانگرد مجازی و ماده معادل

سروش صادقی

دانشجوی کارشناسی‌ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

علیرضا ترابی

استاد، دانشکده علوم و فناوری‌های میان‌رشته‌ای، دانشگاه تهران، تهران، ایران

مجیدرضا آیت‌اللهی*

استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

چکیده

در این پژوهش، رفتار شکست نمونه‌های کششی حاوی شیارهای لبه‌ای متقارن از جنس پلی‌لاکتیک اسید ساخته‌شده به روش ساخت افزایشی با آرایش لایه‌ای متقاطع $[0/90]_s$ تحت بارگذاری مود یک مورد بررسی قرار گرفت. بر اساس رویکرد مفهوم ماده همسانگرد مجازی و بدون در نظر گرفتن مستقیم ناهمسانگردی ذاتی قطعات تولیدشده به روش مدل‌سازی رسوبات ذوب‌شونده، چقرمگی شکست مؤثر شیار برای نمونه‌های دارای شیار U شکل و V شکل نوک گرد با استفاده از معیارهای تنش میانگین، بیشینه تنش مماسی و چگالی انرژی کرنشی میانگین، همچنین با بهره‌گیری از روش المان محدود توسعه‌یافته، پیش‌بینی شد. نمونه‌ها دارای سه شعاع مختلف نوک شیار (1، 2 و 4 میلی‌متر) بودند. افزون بر این، مفاهیم ماده معادل و ماده معادل اصلاح‌شده با در نظر گرفتن رفتار غیرخطی مشاهده‌شده به کار گرفته شدند. نتایج نشان داد که دقت معیارهای مورد بررسی به شکل شیار وابسته است. به‌طوری که برای شیار U شکل، معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین و برای شیار V شکل نوک گرد، معیار بیشینه تنش مماسی تطابق بهتری با نتایج تجربی ارائه می‌دهند. نوآوری این پژوهش، به‌کارگیری هم‌زمان مفاهیم ماده همسانگرد مجازی و ماده معادل اصلاح‌شده برای پیش‌بینی رفتار شکست نمونه‌های چاپ سه‌بعدی با آرایش لایه‌ای متقاطع $[0/90]_s$ و ارزیابی اثر شکل و شعاع نوک شیار بود. در مجموع، ترکیب مفاهیم ساده ساز با معیارهای کلاسیک مکانیک شکست، رویکردی کارآمد برای پیش‌بینی چقرمگی شکست مؤثر نمونه‌های کششی حاوی شیارهای لبه‌ای متقارن تولیدشده به روش ساخت افزایشی فراهم می‌کند.

واژه‌های کلیدی: شکست، ساخت افزایشی، چقرمگی شکست مؤثر شیار، مفهوم ماده همسانگرد مجازی، مفهوم ماده معادل، پلی‌لاکتیک اسید

Fracture Analysis of Double-Edge Notched Tensile Specimens Additively Manufactured From Polylactic Acid Using the Virtual Isotropic Material Concept and Equivalent Material Concept

Soroush Sadeghi

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

Ali Reza Torabi

College of Interdisciplinary Science and Technology, University of Tehran, Tehran, Iran

Majid Reza Ayatollahi*

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

Abstract

In this study, the fracture behavior of double-edge notched tension (DENT) specimens additively manufactured from polylactic acid (PLA) with a symmetrical cross-ply stacking sequence of $[0/90]_s$ under Mode I loading was investigated. Based on the virtual isotropic material concept (VIMC), and without directly considering the inherent anisotropy of parts fabricated by the fused deposition modeling (FDM) process, the notch fracture toughness (NFT) of specimens containing U-shaped and rounded V-shaped (RV) notches was predicted using the mean stress (MS), maximum tangential stress (MTS), and averaged strain energy density (ASED) criteria, as well as the extended finite element method (XFEM). The specimens were fabricated with three different notch tip radii (1, 2, and 4 mm). In addition, the equivalent material concept (EMC) and modified equivalent material concept (MEMC) were employed to account for the observed nonlinear behavior. The results showed that the accuracy of the employed criteria depends on the notch geometry; specifically, the ASED criterion provided better agreement with experimental results for U-notches, while the MTS criterion showed superior performance for RV-notches. The novelty of this study lies in the simultaneous application of the VIMC and MEMC to predict the fracture behavior of additively manufactured PLA specimens with a cross-ply layout and to evaluate the effects of notch shape and notch tip radius. Overall, the combination of material simplification concepts with classical linear elastic fracture mechanics criteria provides an efficient approach for predicting the fracture toughness of additively manufactured DENT specimens.

Keywords: fracture, additive manufacturing, notch fracture toughness (NFT), virtual isotropic material concept (VIMC), equivalent material concept (EMC), polylactic acid (PLA)

۱- مقدمه

ساخت افزایشی در سال‌های اخیر به یکی از روش‌های محبوب تولید قطعات مهندسی تبدیل شده است. در میان روش‌های مختلف فناوری مدل‌سازی رسوبات ذوب‌شونده^۱ به دلیل سادگی فرآیند، هزینه نسبتاً پایین و قابلیت ساخت هندسه‌های پیچیده، کاربرد گسترده‌ای در صنایع مختلف یافته است (۱، ۲). در این روش، قطعه از طریق رسوب‌دهی لایه‌به‌لایه رشته‌های مذاب پلیمری ساخته می‌شود که این ساختار لایه‌ای، وابستگی قابل‌توجهی میان رفتار مکانیکی قطعه و پارامترهای فرآیندی ایجاد می‌کند. پلی‌لاکتیک اسید به دلیل سهولت چاپ و کاربرد گسترده، یکی از پرکاربردترین مواد در این فرآیند است؛ با این حال، خواص مکانیکی آن علاوه بر ویژگی‌های ذاتی ماده، به شدت تحت تأثیر شرایط چاپ قرار دارد (۳).

مطالعات پیشین نشان می‌دهد که آرایش لایه‌چینی و جهت‌گیری رشته‌ها تأثیر قابل‌توجهی بر رفتار مکانیکی و شکست قطعات ساخته‌شده به روش مدل‌سازی رسوبات ذوب‌شونده دارند. به عنوان مثال، تغییر آرایش لایه‌چینی می‌تواند مقاومت شکست و شکل‌پذیری را تغییر دهد، درحالی‌که پارامترهایی مانند سرعت چاپ، ضخامت لایه و دمای چاپ نیز نقش مهمی در تعیین خواص مکانیکی ایفا می‌کنند. به‌ویژه، هم‌راستایی مسیر رشته با جهت بارگذاری منجر به بیشینه استحکام می‌شود که بیانگر نقش تعیین‌کننده جهت‌گیری رشته‌ها در تحمل بار است (۴-۶). با این حال، ساختار لایه‌ای این قطعات منجر به ناهمسانگردی ذاتی در رفتار مکانیکی آن‌ها می‌شود که در حضور ناپیوستگی‌هایی مانند شیار و ترک، اهمیت بیشتری می‌یابد. در چنین شرایطی، توزیع تنش به شدت به پارامترهایی نظیر راستای لایه‌ها، کیفیت اتصال بین‌لایه‌ای و شعاع نوک شیار وابسته بوده و پیش‌بینی دقیق شکست مستلزم به‌کارگیری رویکردهای مناسب برای در نظر گرفتن این اثرات است.

برای ساده‌سازی تحلیل شکست در مواد ناهمسانگرد، مفهوم ماده همسانگرد مجازی معرفی شده است که در آن ماده واقعی با یک ماده همسانگرد معادل جایگزین شده و امکان به‌کارگیری معیارهای کلاسیک مکانیک شکست الاستیک خطی فراهم می‌گردد (۷). بر این اساس، معیارهایی مانند بیشینه تنش مماسی^۲ و تنش میانگین^۳ برای پیش‌بینی رفتار شکست قابل استفاده هستند. علاوه بر این، مفهوم ماده معادل نیز برای در نظر گرفتن رفتار غیرخطی مواد از طریق جایگزینی آن‌ها با یک ماده الاستیک خطی معادل توسعه یافته است (۸). کارایی این رویکرد در پیش‌بینی ظرفیت باربری اجزای شیاردار در مطالعات مختلف تأیید شده است (۹، ۱۰).

در حوزه ساخت افزایشی، مفاهیم ماده همسانگرد مجازی و ماده معادل برای تحلیل شکست به کار گرفته شده‌اند. شهباز و همکاران (۱۱) با استفاده از مفهوم ماده همسانگرد مجازی، بار شکست نمونه‌های شیاردار را در چارچوب مکانیک شکست الاستیک خطی پیش‌بینی کردند. همچنین، ترابی و همکاران (۱۲) رفتار شکست اجزای شیاردار چاپ‌شده از آکریلونیتریل بوتادین استایرن را تحت بارگذاری مود

ترکیبی بررسی کردند. در مطالعات دیگر، شکست نمونه‌های پلی‌لاکتیک اسید دارای شیار ۷ شکل با بهره‌گیری از مفاهیم ماده همسانگرد مجازی، ماده معادل و ماده معادل اصلاح‌شده در شرایط مود یک و مود ترکیبی ارزیابی شده است (۱۳، ۱۴). علاوه بر این، مفهوم ماده معادل اصلاح‌شده برای در نظر گرفتن رفتار غیرخطی توسعه یافته است (۱۵).

با وجود مطالعات انجام‌شده، بررسی هم‌زمان اثر شکل و شعاع نوک شیار بر شکست قطعات پلی‌لاکتیک اسید چاپ سه‌بعدی با آرایش لایه‌چینی $[0/90]_s$ ، به‌ویژه در نمونه‌های کششی حاوی شیارهای لبه‌ای متقارن، کمتر مورد توجه قرار گرفته است. از این رو، در این پژوهش، نمونه‌های دارای شیارهای U و ۷ شکل نوک‌گرد با شعاع‌های مختلف به‌صورت تجربی، تحلیلی و عددی بررسی شدند. مقادیر تجربی چقرمگی شکست مؤثر شیار با پیش‌بینی‌های معیارهای تنش میانگین، بیشینه تنش مماسی، چگالی انرژی کرنشی میانگین^۴ و روش المان محدود توسعه‌یافته^۵ مقایسه شدند. نوآوری پژوهش حاضر، ارزیابی اثر شکل و شعاع نوک شیار در نمونه‌های پلی‌لاکتیک اسید چاپ سه‌بعدی با آرایش $[0/90]_s$ و مقایسه دقت معیارهای تنش میانگین، بیشینه تنش مماسی، چگالی انرژی کرنشی میانگین و روش المان محدود توسعه‌یافته با بهره‌گیری هم‌زمان از مفاهیم ماده همسانگرد مجازی و ماده معادل اصلاح‌شده است.

۲- ساخت و آزمون

۲-۱- ساخت نمونه

همه نمونه‌ها با استفاده از فرایند مدل‌سازی رسوبات ذوب‌شونده، به‌عنوان یکی از پرکاربردترین روش‌های اکستروژن ماده، ساخته شدند. به‌منظور دستیابی به هدف اصلی این مطالعه، نمونه‌ها با چگالی پرشدگی^۶ ۱۰۰ درصد تولید شدند تا حداکثر مقاومت مکانیکی حاصل شود. در این مطالعه، سه گروه نمونه در نظر گرفته شد. گروه اول شامل نمونه‌های استاندارد کشش بود که از آن‌ها استحکام کششی نهایی (σ_{II})، مدول ینگ (E) و ضریب پواسون (ν) به دست آمد. گروه دوم شامل نمونه‌های کششی حاوی ترک‌های لبه‌ای متقارن بود. طول هر یک از ترک‌ها ۱۰ میلی‌متر در نظر گرفته شد. این نمونه‌ها برای ارزیابی چقرمگی شکست مؤثر گذر لایه‌ای ماده مورد استفاده قرار گرفتند. در نمونه‌های کششی ترک‌دار، طول اولیه ترک به میزان ۸ میلی‌متر در نرم‌افزار و به‌صورت یک شیار مستطیلی با ضخامت ۰/۵ میلی‌متر مدل‌سازی شد. پس از ساخت نمونه‌ها، ۲ میلی‌متر باقی‌مانده با استفاده از اره مویی ایجاد شد تا شکل ترک تا حد امکان به یک ترک تیز واقعی نزدیک شود. در نهایت، گروه سوم شامل نمونه‌های کششی حاوی شیارهای لبه‌ای متقارن با هندسه U شکل و ۷ شکل نوک گرد بود که برای تعیین تجربی چقرمگی شکست شیار به کار رفتند.

هندسه نمونه‌های کششی شیاردار چاپ سه‌بعدی شده در شکل ۱ نشان داده شده است. مطابق شکل ۱، زاویه بازشدگی دهانه شیار (2α) برای شیار ۷ شکل نوک گرد برابر با ۹۰ درجه و برای شیار U شکل

^۴ Averaged Strain Energy Density (ASED)

^۵ extended finite element method (XFEM)

^۶ Infill density

^۱ fused deposition modeling (FDM)

^۲ Maximum tangential stress (MTS)

^۳ Mean stress (MS)

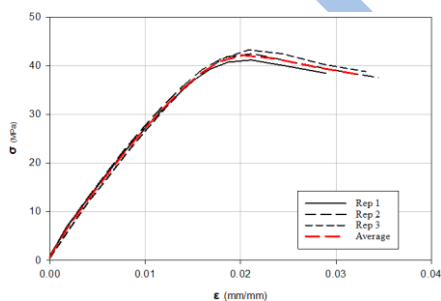
عیوب قابل مشاهده اطمینان حاصل شود. هم‌زمان، شرایط محیطی نیز تا حد امکان با محصور کردن چاپگر در حین ساخت کنترل شد.

جدول ۱- پارامترهای فرآیند مدل‌سازی رسوبات ذوب‌شونده

پارامتر	مقدار
سرعت چاپ (میلی‌متر بر ثانیه)	۴۰
قطر نازل (میلی‌متر)	۰/۵
دمای بستر چاپ (°C)	۵۰
دمای نازل (°C)	۲۲۰
ضخامت لایه (میلی‌متر)	۰/۲
آرایش لایه‌چینی	[۰/۹۰]s

۲-۲- آزمون شکست

آزمون‌های مکانیکی با استفاده از دستگاه آزمون سننم کشش- فشار^۲ انجام شد. تمامی آزمون‌ها تحت شرایط کنترل جابه‌جایی و با نرخ ۲ میلی‌متر بر دقیقه اجرا شدند. در مرحله نخست، آزمون‌های کشش انجام شد که طی آن‌ها روش همبستگی تصویر دیجیتال نیز به طور هم‌زمان به کار گرفته شد. داده‌های حاصل از روش همبستگی تصویر دیجیتال در نرم‌افزار گام^۳ پردازش شدند تا میدان‌های کرنش و ضریب پواسون استخراج شود. در نهایت، نمودارهای تنش-کرنش حاصل از سه تکرار و نیز میانگین آن‌ها در شکل ۳ ارائه شده است. همچنین، شکل ۴ نمونه‌های استاندارد کشش مورد استفاده و نیز فرآیند انجام آزمون را نشان می‌دهد.

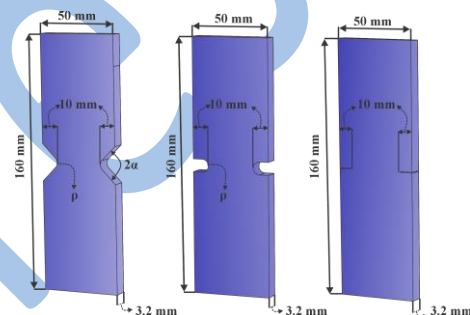


شکل ۳- نمودارهای تنش-کرنش مهندسی حاصل از آزمون کشش

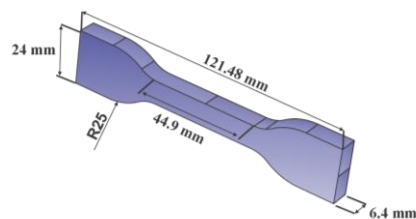


شکل ۴- نمایی از فرآیند انجام آزمون کشش بر روی نمونه‌های استاندارد

برابر با صفر درجه است. همچنین، طول ترک و طول شیار یکسان فرض شده و برابر با ۱۰ میلی‌متر در نظر گرفته شد. طول، عرض و ضخامت نمونه‌های کششی شیاردار نیز به ترتیب ۱۶۰، ۵۰ و ۳/۲ میلی‌متر در نظر گرفته شدند. همان‌گونه که در شکل ۱ نیز مشخص است، پارامتر (ρ) نشان‌دهنده شعاع نوک شیار است. همچنین، ابعاد نمونه آزمون کشش بر اساس هندسه‌های به‌کاررفته در مطالعات پیشین برای قطعات پلیمری ناهمسانگرد چاپ سه‌بعدی شده انتخاب شد (۱۶). ابعاد کامل این نمونه در شکل ۲ ارائه شده است. در این مطالعه، آرایش لایه‌چینی [۰/۹۰]s انتخاب شد و نمونه‌ها با استفاده از رشته‌های پلی‌لاکتیک اسید شرکت ایسان^۱ چاپ شدند. شایان‌ذکر است که ضخامت نمونه‌های کشش استاندارد و نمونه‌های کششی شیاردار بر اساس ضخامت لایه انتخابی تعیین شد. این انتخاب به‌منظور دستیابی به آرایش لایه‌چینی متقارن [۰/۹۰]s انجام گرفت. برای روشن‌تر شدن موضوع، به‌عنوان مثال، با در نظر گرفتن ضخامت لایه ۰/۲ میلی‌متر، ضخامت کل ۶/۴ میلی‌متر (معادل ۳۲ لایه) برای نمونه‌های استاندارد کشش انتخاب شد. این ضخامت، تحقق آرایش لایه‌چینی متقارن [۰/۹۰]s مورد نظر را تضمین می‌کند.



شکل ۱- هندسه نمونه‌های کششی شیاردار شامل شیار U شکل، شیار V شکل نوک گرد و ترک‌دار



شکل ۲- ابعاد و هندسه نمونه استاندارد کشش

برنامه آزمایشگاهی این مطالعه شامل سه تکرار برای هر پیکربندی بود. دو هندسه شیار، شامل شیارهای U شکل و V شکل نوک گرد، و سه شعاع نوک شیار برابر با ۱، ۲ و ۴ میلی‌متر در نظر گرفته شد. علاوه بر این، نمونه‌های پیش‌ترک‌دار و نمونه‌های استاندارد کشش نیز آزمایش شدند. در مجموع، ۲۴ نمونه مورد بررسی قرار گرفت. پارامترهای اصلی چاپ، شامل قطر نازل، ضخامت لایه، دمای نازل و بستر چاپ، سرعت چاپ و راستای مسیر چاپ، در جدول ۱ خلاصه شده‌اند. همچنین، تمامی نمونه‌های چاپ‌شده به‌صورت چشمی بررسی شدند تا از نبود

² SANTAM STM-150

³ GOM Correlate 2020

¹ eSun PLA

جدول ۲- بار شکست نمونه‌های کششی شیاردار و نمونه‌های پیش ترک‌دار

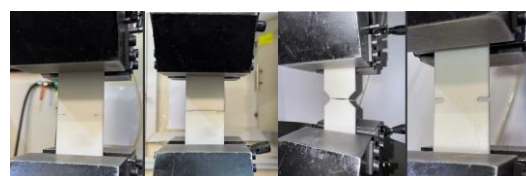
هندسه شیار	شعاع نوک شیار (میلی‌متر)	تکرار	بار شکست (نیوتن)	میانگین (نیوتن)	انحراف معیار	ضریب تغییرات
U شکل	۱	۱	۴۲۲۹	۴۱۲۲	۱۵۴/۰	۳/۷
		۲	۳۹۴۶			
		۳	۴۱۹۲			
	۲	۱	۳۷۷۴	۳۹۸۳	۳۲۲/۹	۸/۱
		۲	۳۸۲۱			
		۳	۴۳۵۵			
	۴	۱	۴۰۰۰	۳۹۴۲	۹۴/۲	۲/۴
		۲	۳۸۳۳			
		۳	۳۹۹۲			
۷ شکل نوک گرد	۱	۱	۴۱۰۵	۴۱۴۰	۱۱۶/۲	۲/۸
		۲	۴۲۶۹			
		۳	۴۰۴۵			
	۲	۱	۴۰۱۸	۳۹۵۰	۲۰۷/۶	۵/۳
		۲	۴۱۱۶			
		۳	۳۷۱۸			
	۴	۱	۴۳۴۵	۴۲۵۶	۱۱۵/۴	۲/۷
		۲	۴۱۲۶			
		۳	۴۲۹۸			
ترک‌دار		۱	۳۰۷۴	۳۰۰۷	۱۵۲/۵	۵/۱
		۲	۳۱۱۴			
		۳	۲۸۳۲			

۳- مفاهیم ساده‌کننده

۳-۱- مفهوم ماده همسانگرد مجازی

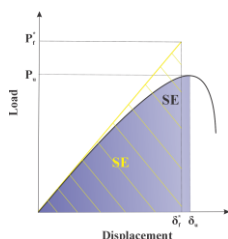
مفهوم ماده همسانگرد مجازی توسط ترابی و پیرهادی (۷) ارائه شد. این مفهوم همراه با معیارهای مبتنی بر مکانیک شکست الاستیک خطی برای پیش‌بینی بار شکست لایه آخر در مواد ناهمسانگرد مانند کامپوزیت‌های لایه‌ای مورد استفاده قرار گرفت. بر اساس این مفهوم، یک ماده ناهمسانگرد مانند کامپوزیت لایه‌ای با یک ماده همسانگرد مجازی جایگزین می‌شود. ماده ناهمسانگرد واقعی دارای پارامترهای متعددی از جمله مدول طولی (E_x)، مدول عرضی (E_y)، مدول برشی (G_{xy})، ضریب پواسون درون صفحه‌ای (ν_{xy})، استحکام ماده در راستای الیاف (X)، استحکام ماده عمود بر راستای الیاف (Y) و چقرمگی شکست گذرلایه‌ای (K_{TL}) است. در مقابل، ماده همسانگرد مجازی تنها با دو ویژگی اساسی، یعنی استحکام کششی نهایی (σ_u) و چقرمگی شکست (K_{IC}) توصیف می‌شود. این هم‌ارزی باعث می‌شود تحلیل شکست مواد ناهمسانگرد به مراتب ساده‌تر شود. شکل ۶ به صورت طر‌ح‌واره مفهوم ماده همسانگرد مجازی را نشان می‌دهد. همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، نمونه‌های چاپ سه‌بعدی به دلیل فرآیند ساخت لایه‌به‌لایه ذاتی، رفتار ناهمسانگرد از خود نشان می‌دهند؛ بنابراین، به‌کارگیری مفهوم ماده همسانگرد مجازی پیچیدگی‌های مرتبط با

در مرحله بعد، نمونه‌های کششی دارای ترک اولیه مطابق شکل ۵ مورد آزمون قرار گرفتند. شرایط مرزی و بارگذاری این نمونه‌ها با شرایط به‌کاررفته برای نمونه‌های کششی شیاردار یکسان بود. بارهای شکست متناظر ثبت شدند تا مقدار چقرمگی شکست مؤثر گذرلایه‌ای در مود یک به دست آید. در نهایت، نمونه‌های شیاردار تحت شرایط بارگذاری مود یک خالص مورد آزمون قرار گرفتند تا بارهای شکست تجربی ارزیابی شود. بارهای شکست متناظر ثبت شدند. سپس، از این مقادیر برای محاسبه چقرمگی شکست شیار در مود یک استفاده شد. همچنین، تعدادی از تصاویر منتخب نمونه‌های کششی شیاردار و ترک‌دار قبل و حین آزمون در شکل ۵ ارائه شده است.



شکل ۵- نمونه ترک‌دار (الف) بعد، (ب) قبل از آزمون، نمونه‌های شیاردار (ج) قبل و (د) بعد از آزمون

جابه‌جایی میانگین نمونه‌های ترک‌دار با نمونه مجازی ترد ترک‌دار یکسان است، مقدار بار شکست معادل (P_f^*) تعیین شد. برای وضوح بیشتر، شکل ۸ بار شکست معادل را نشان می‌دهد.



شکل ۸- نمایش طرحواره تعیین بار شکست معادل برای نمونه ترک‌دار در چارچوب مفهوم ماده معادل اصلاح‌شده

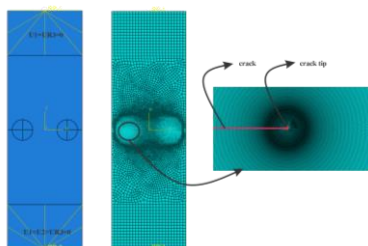
نهایتاً مقادیر استحکام کششی و بار شکست نمونه‌های پیش ترک‌دار واقعی و مقادیر معادل در جدول ۳ خلاصه شده‌اند.

جدول ۳- خواص مکانیکی نمونه‌های چاپ سه‌بعدی با آرایش [۰/۹۰]s

آرایش لایه‌چینی	σ_u (MPa)	σ_f^* (MPa)	P_u (N)	P_f^* (N)	E (GPa)
[۰/۹۰]s	۴۲/۱۷	۵۹/۱۳	۳۰۰۷	۳۲۷۱	۲/۶۲۷۸

۴- تحلیل اجزای محدود

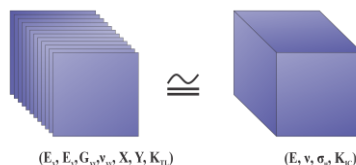
در این مطالعه، از روش اجزای محدود برای استخراج چقرمگی شکست مؤثر گذرلایه‌ای (K_{TL}) استفاده شد که بر اساس مفهوم ماده همسانگرد مجازی، معادل چقرمگی شکست مؤثر مود یک (K_{IC}) در نظر گرفته می‌شود. بدین منظور، نمونه‌های کششی پیش‌ترک‌دار مطابق شکل ۹ در نرم‌افزار ABAQUS به‌صورت مدل دوبعدی الاستیک خطی و با فرض همسانگردی، تحت شرایط تنش‌صفحه‌ای شبیه‌سازی شدند. ترک اولیه به‌صورت ترک درزی^۱ مدل‌سازی و شرایط مرزی از طریق تعریف نقاط مرجع و قید کوپلینگ مطابق شرایط آزمون اعمال گردید. پس از تحلیل حساسیت مش، اندازه امان در ناحیه تمرکز تنش برابر با ۰/۰۲ میلی‌متر انتخاب شد. سپس، با اعمال میانگین بار شکست معادل به مدل، مقدار چقرمگی شکست مؤثر گذرلایه‌ای از طریق ضریب شدت تنش مود یک و با استفاده از روش کانتور انگرال استخراج شد. در نهایت، مقدار چقرمگی شکست مؤثر مود یک برای نمونه مورد بررسی برابر با ۳/۹۵ مگاپاسکال ریشه متر به دست آمد.



شکل ۹- مدل اجزای محدود نمونه کششی پیش ترک‌دار

^۱ Seam crack

ناهمسانگردی ناشی از لایه‌ها را برطرف کرده و امکان استفاده از معیارهای متداول مکانیک شکست الاستیک خطی برای مواد همسانگرد را در ارزیابی شکست فراهم می‌کند؛ مشابه حالتی که در کامپوزیت‌های لایه‌ای ذکر شد.



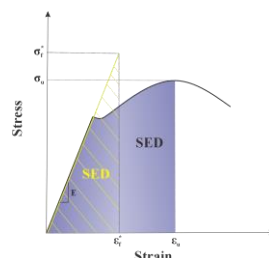
شکل ۶- نمایش طرحواره مفهوم ماده همسانگرد مجازی

۲-۳- مفهوم ماده معادل و مفهوم ماده معادل اصلاح‌شده

مفهوم ماده همسانگرد مجازی ناهمسانگردی ماده را در نظر می‌گیرد، در حالی که مفهوم ماده معادل برای در نظر گرفتن رفتار مکانیکی غیرخطی به کار می‌رود. مفهوم ماده معادل توسط ترابی (۸) ارائه شد تا امکان استفاده از مکانیک شکست الاستیک خطی برای مواد با رفتار مکانیکی غیرخطی فراهم شود. این مفهوم برای برآورد بار شکست در قطعات دارای شیار که رفتار غیرخطی نشان می‌دهند، به دو پارامتر استحکام کششی (σ_u) و چقرمگی شکست (K_{IC}) نیاز دارد. بر اساس این مفهوم، یک ماده غیرخطی می‌تواند با یک ماده خطی با مدول الاستیسیته یکسان (E) اما با تنش نهایی متفاوت جایگزین شود. این تنش جدید، تنش نهایی معادل (σ_f^*) نامیده می‌شود و با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌گردد (۸):

$$\sigma_f^* = \sqrt{2E \times SED} \quad (1)$$

در این رابطه، پارامتر (SED) چگالی انرژی کرنشی کششی است. طبق مفهوم ماده معادل، مقدار چگالی انرژی کرنشی ماده غیرخطی تا نقطه بیشینه تنش محاسبه می‌شود. سپس، این مقدار برابر با چگالی انرژی کرنشی یک ماده خطی مجازی با همان مدول الاستیسیته (E) در نظر گرفته می‌شود. در این مطالعه، مقدار SED به‌صورت مساحت زیر نمودار تنش-کرنش تا تنش بیشینه محاسبه شده است. شکل ۷ مقدار SED و ارزیابی هم‌ارزی ذکرشده را نشان می‌دهد.



شکل ۷- هم‌ارزی بین ماده واقعی غیرخطی و ماده خطی معادل در مفهوم ماده معادل

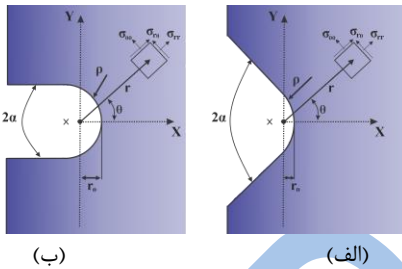
لازم به ذکر است که علاوه بر محاسبه (σ_f^*)، بر اساس مفهوم ماده معادل اصلاح‌شده (۱۵)، بار شکست معادل (P_f^*) نیز به دلیل رفتار غیرخطی نمونه‌های دارای ترک اولیه محاسبه شد؛ بنابراین، مشابه مفهوم ماده معادل و با فرض اینکه شیب خطی اولیه نمودار بار-

۲-۵- شیار U شکل

به عنوان یک حالت خاص از شیار V شکل نوک گرد، توزیع تنش اطراف شیار U شکل را می توان با در نظر گرفتن زاویه بازشدگی دهانه شیار (2α) که در شکل ۱۰ نشان داده شده است برابر صفر به دست آورد. بر این اساس، در شرایط بارگذاری مود یک خالص، فاکتور شدت تنش شیار برای شعاع های مختلف نوک شیار در شیار U شکل از رابطه زیر محاسبه می شود (۱۹، ۲۰):

$$K_I^{U,\rho} = \frac{\sqrt{\pi\rho}}{2} \sigma_{\theta\theta} \left(\frac{\rho}{2}, 0 \right) \quad (۵)$$

پارامتر ρ نشان دهنده شعاع نوک شیار است و $K_I^{U,\rho}$ نیز مشابه شیار V شکل نوک گرد، بیانگر فاکتور شدت تنش شیار در مود یک برای قطعات دارای شیار U شکل است. روابط مربوط به ضریب شدت تنش شیار که در این بخش ارائه شدند، در ادامه برای ارزیابی مقادیر تجربی ضریب شدت تنش بحرانی شیار و همچنین مقادیر نظری چقرمگی شکست مؤثر شیار مورد استفاده قرار می گیرند.



شکل ۱۰- نمایش طرحواره پارامترهای هندسی و مختصات در شیار (الف) V شکل نوک گرد و (ب) U شکل

۶- معیارهای شکست

در این بخش، چهار معیار مورد بررسی معرفی شده اند. بر اساس مفهوم ماده همسانگرد مجازی که در بخش ۳ معرفی شد، مقدار K_{TL} معادل K_C در نظر گرفته می شود. همچنین با توجه به مفهوم ماده معادل و ماده معادل اصلاح شده در محاسبات مربوط به معیارها، پارامترهای (K_C و σ_u) با (K_{TL}^* و σ_f^*) جایگزین شده اند.

۶-۱- معیار تنش میانگین

معیار تنش میانگین یکی از رویکردهای کلاسیک در حوزه مکانیک شکست الاستیک خطی مبتنی بر تنش است. این معیار بیان می کند که شکست ترد زمانی رخ می دهد که تنش مماسی میانگین در طول فاصله بحرانی (d_c) در روبه روی نوک شیار، به تنش بحرانی ماده (σ_c) برسد. برای مواد ترد، پارامتر (σ_c) بحرانی معمولاً به عنوان یک خاصیت ماده در نظر گرفته می شود و برابر با استحکام کششی نهایی (σ_u) فرض می شود (۲۱). معیار پیشینه تنش مماسی در ابتدا برای پیش بینی رشد ترک در قطعات ترک دار ارائه شد. با این وجود، این معیار بعدها توسط ترابی و همکاران برای تحلیل شکست قطعات دارای شیارهای نوک گرد توسعه یافت. بر همین اساس، در پژوهش حاضر از فرم توسعه یافته این معیار برای ارزیابی و پیش بینی چقرمگی شکست شیار در نمونه های دارای شیار U شکل و V شکل نوک گرد استفاده شده است (۲۲). همچنین در شرایط بارگذاری مود یک و با توجه به تقارن هندسه و

برای اعتبارسنجی مقدار چقرمگی شکست مؤثر، ضریب شدت تنش مود یک نمونه ترک دار با استفاده از رابطه تحلیلی موجود در مرجع (۱۷) نیز محاسبه شد. با قرار دادن بار شکست تجربی در این رابطه تحلیلی، مقدار $4/0.2$ مگاپاسکال ریشه متر به دست آمد. این مقدار با نتیجه روش کانتور انتگرال در تحلیل اجزای محدود (۳/۹۵ مگاپاسکال ریشه متر) اختلافی حدود $1/7\%$ دارد و نشان دهنده اعتبار مناسب مقدار استخراج شده از تحلیل عددی است.

۵- توزیع تنش الاستیک اطراف شیار

توزیع تنش الاستیک در اطراف شیارها از عوامل کلیدی در معیارهای شکست مبتنی بر تنش و انرژی است که در این مطالعه به کار رفته اند؛ بنابراین، در ادامه توزیع تنش الاستیک اطراف شیارهای U شکل و V شکل نوک گرد ارائه می شود.

۵-۱- شیار V شکل نوک گرد

بر اساس حل معروف ویلیامز برای شیار V شکل نوک تیز (۱۸) فیلیپی و همکاران (۱۹) برای اولین بار میدان تنش الاستیک خطی در ناحیه مجاور یک شیار V شکل نوک گرد را تحت شرایط بارگذاری ترکیبی مود یک و دو بسط دادند. بر همین اساس، تحت بارگذاری خالص مود یک، تنش الاستیک در دستگاه مختصات قطبی به صورت زیر بیان می شود (۱۹):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{rr} \\ \sigma_{r\theta} \end{Bmatrix}^{(I)} = \frac{K_I^{V,\rho}}{\sqrt{2\pi r^{1-\lambda_1}}} \begin{Bmatrix} m_{\theta\theta}(\theta) \\ m_{rr}(\theta) \\ m_{r\theta}(\theta) \end{Bmatrix}^{(I)} + \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\mu_1 - \lambda_1} \begin{Bmatrix} n_{\theta\theta}(\theta) \\ n_{rr}(\theta) \\ n_{r\theta}(\theta) \end{Bmatrix}^{(I)} \quad (۲)$$

در این رابطه، $K_I^{V,\rho}$ فاکتور شدت تنش شیار در مود یک بارگذاری است. همچنین پارامترهایی 2α ، ρ ، r_0 به ترتیب عبارتند از زاویه بازشدگی دهانه شیار، شعاع نوک شیار و فاصله نوک شیار از مبدأ دستگاه مختصات قطبی که مقدار r_0 از رابطه زیر به دست می آید:

$$r_0 = \frac{\pi - 2\alpha}{2\pi - 2\alpha} \rho \quad (۳)$$

برای وضوح بیشتر، شکل ۱۰ پارامترهای فوق را به صورت طرحواره نشان می دهد. برای اختصار و پرهیز از تکرار روابط، فرم کامل معادلات مربوط به توابع $n_{rr}(\theta)$ ، $n_{r\theta}(\theta)$ ، $n_{\theta\theta}(\theta)$ ، $m_{rr}(\theta)$ ، $m_{r\theta}(\theta)$ ، $m_{\theta\theta}(\theta)$ در مرجع (۱۹) ارائه شده است و در اینجا از ذکر آنها صرف نظر می شود.

نهایتاً در شرایط بارگذاری خالص مود یک، فاکتور شدت تنش شیار برای شعاع های مختلف نوک شیار و زاویه های بازشدگی دهانه متفاوت از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$K_I^{V,\rho} = \sqrt{2\pi} \frac{\sigma_{\theta\theta}(r_0, 0)}{1 + \omega_1} r_0^{1-\lambda_1} \quad (۴)$$

پارامترهای μ_1 ، λ_1 و ω_1 مقادیر ویژه ای هستند که به زاویه بازشدگی و هندسه شیار بستگی داشته و در مرجع (۲۰) گزارش شده اند.

کشی نهایی (σ_u) در نظر گرفته می‌شود (۲۵، ۲۶). شایان ذکر است که r_c نقش مشابهی با فاصله بحرانی d_c تعریف شده در معیار تنش میانگین دارد. فاصله بحرانی (r_c) را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد (۲۷):

$$r_c = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_c}{\sigma_u} \right)^2 \quad (11)$$

بنابراین، بر اساس معیار بیشینه تنش مماسی، شکست در یک نمونه حاوی شیار U شکل زمانی رخ می‌دهد که (۲۸):

$$\sigma_{\theta\theta}(r_c^*, 0) = \sigma_c = \sigma_u \quad (12)$$

بر اساس بخش ۵، با جاگذاری تنش مماسی ($\sigma_{\theta\theta}$) در فاصله (r_c^*) در رابطه ۲ داریم:

$$\sigma_u = \frac{K_{N,C}^{U,\rho}}{\sqrt{2\pi r_c^*}} \left(1 + \frac{\rho}{2r_c^*} \right) \quad (13)$$

که در آن r_c^* را می‌توان از رابطه ۱۴ محاسبه کرد (۱۱). برای شفافیت بیشتر، شکل ۱۱ پارامترهای r_c و r_c^* را برای هر دو نوع شیار U شکل و V شکل نوک گرد نشان می‌دهد.

$$r_c^* = r_c + \frac{\rho}{2} \quad (14)$$

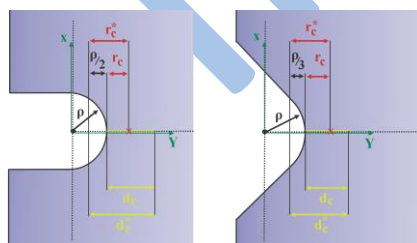
در نهایت، بر اساس معیار بیشینه تنش مماسی، مقدار چقرمگی شکست مؤثر شیار برای یک نمونه حاوی شیار U شکل را می‌توان به صورت زیر بیان کرد (۱۱):

$$K_{N,C}^{U,\rho} = \frac{\sqrt{\pi(\rho + 2r_c)} \sigma_u}{\left[1 + \frac{\rho}{\rho + 2r_c} \right]} \quad (15)$$

به طور مشابه، برای یک قطعه حاوی شیار V شکل نوک گرد، مقدار چقرمگی شکست مؤثر شیار بر اساس معیار بیشینه تنش مماسی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد (۱۳):

$$K_{N,C}^{V,\rho} = \frac{\sqrt{2\pi} \sigma_u (r_c + r_0)^{1-\lambda_1}}{1 + \left(1 + \frac{r_c}{r_0} \right)^{\mu_1 - \lambda_1} n_{\theta\theta}(0)} \quad (16)$$

به طور خلاصه، مشابه معیار تنش میانگین، بر اساس معیار بیشینه تنش مماسی شکست ترد زمانی رخ می‌دهد که فاکتورهای شدت تنش شیار برای شیارهای U شکل یا V شکل نوک گرد ($K_I^{V,\rho}$ یا $K_I^{U,\rho}$) با مقادیر متناظر چقرمگی شکست مؤثر شیار ($K_{N,C}^{V,\rho}$ یا $K_{N,C}^{U,\rho}$) برابر شوند.



شکل ۱۱- نمایش طرحواره فاصله‌های بحرانی r_c و d_c

۳-۶- معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین

بر اساس معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین، شکست در یک نمونه دارای شیار زمانی رخ می‌دهد که چگالی انرژی کرنشی میانگین که در یک حجم کنترل با شعاع (R_c) محاسبه می‌شود، به چگالی انرژی کرنشی بحرانی ماده (W_c) برسد (۲۹). شکل ۱۲ حجم کنترل را نشان

شرایط بارگذاری، شکست از نوک شیار آغاز شده و در امتداد خط نیمساز شیار گسترش می‌یابد. در نهایت، بر اساس معیار تنش میانگین، شکست ترد در یک نمونه‌ی حاوی شیار U شکل زمانی رخ می‌دهد که (۲۲):

$$\frac{1}{d_c} \int_{\rho/2}^{d_c} \sigma_{\theta\theta}(r, 0) dr = \sigma_c = \sigma_u \quad (6)$$

در این رابطه، حد پایین انتگرال متناظر با موقعیت نوک شیار نسبت به مبدأ دستگاه مختصات است و حد بالایی نشان‌دهنده فاصله بحرانی در جلوی شیار است که با d_c^* نمایش داده می‌شود و می‌توان آن را از رابطه زیر محاسبه کرد (۲۲):

$$d_c^* = d_c + r_0 \quad (7)$$

در رابطه ۷، پارامتر d_c نشان‌دهنده فاصله بحرانی است که می‌توان آن را با استفاده از رابطه ۸ محاسبه کرد (۲۳). برای روشن‌تر شدن موضوع، پارامترهای d_c و d_c^* در شکل ۱۱ به صورت طرحواره نشان داده شده‌اند.

$$d_c = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_c}{\sigma_u} \right)^2 \quad (8)$$

در نهایت، بر اساس تنش مماسی ارائه شده در بخش ۵ و رابطه ۲، با انجام محاسبات مربوطه می‌توان چقرمگی شکست مؤثر شیار ($K_{N,C}^{U,\rho}$) در مود یک را از رابطه زیر به دست آورد (۱۱):

$$K_{N,C}^{U,\rho} = \frac{\sqrt{2\pi} \sigma_u d_c}{2\sqrt{d_c^*} - \frac{\rho}{\sqrt{d_c^*}}} \quad (9)$$

به طور مشابه برای شیار V شکل نوک گرد، بر اساس معیار تنش میانگین و در شرایط بارگذاری مود یک، چقرمگی شکست مؤثر شیار ($K_{N,C}^{V,\rho}$) از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد (۱۳):

$$K_{N,C}^{V,\rho} = \frac{\sqrt{2\pi} d_c \sigma_u}{\frac{1}{\lambda_1} [d_c^{\lambda_1} - r_0^{\lambda_1}] + \frac{n_{\theta\theta}(0)}{\mu_1 \Gamma_0} [d_c^{\mu_1} - r_0^{\mu_1}]} \quad (10)$$

به طور خلاصه، بر اساس این معیار، شکست ترد زمانی رخ می‌دهد که فاکتور شدت تنش شیار برای شیار U شکل یا V شکل نوک گرد ($K_I^{U,\rho}$ یا $K_I^{V,\rho}$) با مقادیر متناظر چقرمگی شکست مؤثر شیار ($K_{N,C}^{U,\rho}$ یا $K_{N,C}^{V,\rho}$) برابر شوند.

۲-۶- معیار بیشینه تنش مماسی

یکی دیگر از معیارهای شکست مبتنی بر تنش در چارچوب مکانیک شکست الاستیک خطی، یعنی معیار بیشینه تنش مماسی، بیان می‌کند که شکست زمانی رخ می‌دهد که تنش مماسی در فاصله‌ای بحرانی (r_c) به تنش بحرانی ماده (σ_c) برسد (۲۴). در حالت کلی، در معیار بیشینه تنش مماسی، علاوه بر شرط رسیدن تنش مماسی به مقدار بحرانی ماده، جهت آغاز شکست نیز از محل بیشینه شدن تنش مماسی تعیین می‌شود. بنابراین، در مسائل مود ترکیبی، زاویه بحرانی آغاز شکست باید محاسبه شود. با این حال، در پژوهش حاضر، به دلیل تقارن هندسی نمونه‌ها و بارگذاری مود یک خالص، بیشینه تنش مماسی در راستای نیمساز شیار رخ می‌دهد؛ از این رو، زاویه بحرانی آغاز شکست برابر با صفر بوده و مسیر آغاز شکست در امتداد نیمساز شیار است. برای مواد ترد، مقدار (σ_c) برابر با استحکام

اساس روش اجزای محدود توسعه یافته بود. لازم به ذکر است که مشابه معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین، در این رویکرد ابتدا بار شکست برآورد می‌شود و سپس به چقرمگی شکست مؤثر تبدیل می‌گردد که هدف اصلی این مطالعه است.

یکی از ویژگی‌های این روش آن است که شروع ناپیوستگی و رشد آن در داخل المان‌ها قابل مشاهده است و همچنین این روش به استفاده از المان‌های بسیار ریز در نزدیکی نوک ترک یا اطراف شیار به عنوان یک ناپیوستگی حساس نیست. در این مطالعه، این روش با مدل ناحیه چسبناک ترکیب شد. در چارچوب مدل ناحیه چسبناک، پیش از تشکیل یک ترک مشخص، ناحیه فرآوری شکست رشد می‌کند؛ زیرا ماده به دلیل کاهش تدریجی خواص مکانیکی از حالت سالم به یک ترک کامل گذار می‌کند. در نهایت، برای یک ماده ترد، زمانی که نیروی کششی^۱ به استحکام نهایی ماده (σ_u) برسد، شرط شکست برقرار می‌شود.

برای شبیه‌سازی نمونه‌های شیاردار مورد بررسی در این مطالعه، از مدل آسیب مبتنی بر بیشینه تنش اصلی^۲ و همچنین قانون نرم‌شدگی خطی پیش‌فرض موجود در نرم‌افزار ABAQUS استفاده شد. در این مدل، مدول الاستیسیته و نسبت پواسون به عنوان خواص الاستیک ماده معادل به نرم‌افزار وارد شدند. همچنین، استحکام کششی نهایی ماده به عنوان تنش بحرانی آغاز آسیب در معیار بیشینه تنش اصلی در نظر گرفته شد. پارامترهای مربوط به تکامل آسیب نیز شامل انرژی شکست و جدایی بحرانی بودند که به ترتیب بر اساس روابط (۲۰) و (۲۱) و تحت شرایط تنش صفحه‌ای محاسبه و در مدل ناحیه چسبناک وارد شدند.

لازم به ذکر است که با توجه به ضخامت نمونه‌ها، همان‌گونه که بیان شد، رابطه تنش صفحه‌ای مورد استفاده قرار گرفت. بر اساس تابع نرم‌شدگی خطی، رابطه بین انرژی شکست و جدایی بحرانی^۳ نیز به صورت زیر بیان می‌شود (۳۱):

$$G_F = \frac{K_C^2}{E} \quad (30)$$

$$\delta_c = \frac{2G_F}{\sigma_u} \quad (31)$$

برای کاهش زمان شبیه‌سازی و هزینه محاسباتی، و با توجه به اینکه تحت بارگذاری مود یک خالص، بحرانی‌ترین ناحیه، ناحیه جلوی شیار است، این ناحیه به عنوان ناحیه المان محدود توسعه یافته در نظر گرفته شد.

مشبندی مطابق شکل ۱۴ انجام گرفت و از المان‌های چهارگره‌ای، دوخطی، چهارضلعی با شرایط تنش صفحه‌ای استفاده شد. در نهایت، اعمال یک جابه‌جایی دلخواه و فعال‌سازی گزینه آسیب المان محدود توسعه یافته^۴ در نرم‌افزار، پارامتر آسیب تعیین می‌شود که در شکل ۱۵ نیز قابل مشاهده است. هنگامی که مقدار پارامتر آسیب به یک برسد، بیشینه بار پیش‌بینی شده بر اساس روش المان محدود توسعه یافته در نمودار بار-جابه‌جایی به دست آمده از نرم‌افزار قابل مشاهده خواهد بود.

می‌دهد که متناظر با یک ناحیه دایره‌ای با شعاع (R_c) است و مرکز آن در فاصله r_0 از نوک شیار قرار دارد؛ این شکل حجم کنترل را برای هر دو نوع شیار U شکل و V شکل نوک گرد تحت بارگذاری مود یک نشان می‌دهد. پارامترهای R_c و W_c را می‌توان از رابطه (۱۷) و رابطه (۱۸) محاسبه کرد (۳۰):

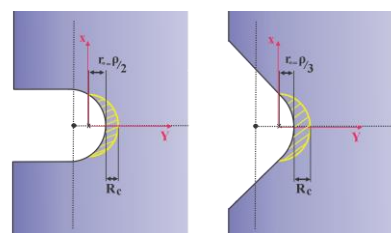
$$R_c = \frac{(5 - 3\theta) \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_c} \right)^2}{4\pi} \quad (17)$$

$$W_c = \frac{\sigma_c^2}{2E} \quad (18)$$

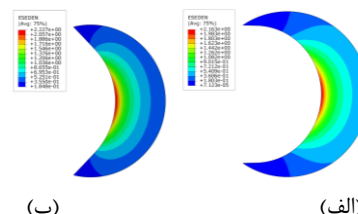
همان‌طور که در رابطه (۱۷) و رابطه (۱۸) مشاهده می‌شود، مقدار R_c به پارامترهایی مانند ضریب پواسون، استحکام نهایی و چقرمگی شکست مؤثر وابسته است و به شعاع شیار، شکل شیار یا شرایط بارگذاری وابسته نیست. در نتیجه، روابط بیان شده در بالا برای هر دو نوع نمونه دارای شیار U شکل و V شکل نوک گرد معتبر هستند.

شایان ذکر است که به دلیل پیچیدگی‌های ریاضی مرتبط با استخراج چقرمگی شکست مؤثر شیار برای قطعات شیاردار با استفاده از معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین، در منابع علمی معمولاً بار شکست پیش‌بینی می‌شود و سپس این بار شکست به چقرمگی شکست مؤثر شیار تبدیل می‌گردد. برای این منظور، با کمک روش اجزای محدود و تحت یک بار اعمالی دلخواه (برای مثال ۵۰۰ نیوتن)، مقدار چگالی انرژی کرنشی میانگین متناظر (W_{av}) در داخل حجم کنترل با شعاع (R_c) محاسبه شد. سپس با فرض تناسب مطابق رابطه (۱۹)، بار نهایی شکست محاسبه گردید. همچنین، شکل ۱۳ حجم کنترل اطراف نمونه‌های دارای شیار و همچنین کانتورهای چگالی انرژی کرنشی متناظر با آن‌ها را نشان می‌دهد.

$$\frac{500}{P_u} = \sqrt{\frac{W_{av}}{W_c}} \quad (19)$$



شکل ۱۲- نمایش حجم کنترل هلالی شکل در معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین



شکل ۱۳- کانتور توزیع چگالی انرژی کرنشی در اطراف شیارهای (الف) U شکل و (ب) V شکل نوک گرد

۴-۶- روش اجزای محدود توسعه یافته

آخرین رویکرد برای تخمین بار شکست نمونه‌های شیاردار بر

¹ Traction

² MAXPS

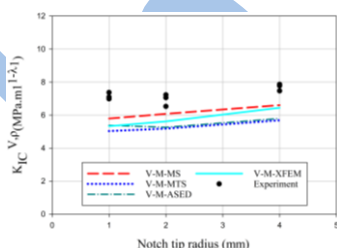
³ Critical separation

⁴ STATUSXFEM

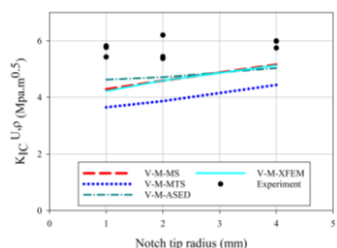
شیار را بر حسب شعاع نوک شیار برای تمامی معیارهای پیشنهادی در کنار نتایج تجربی برای شیارهای U شکل و V شکل نوک گرد را نشان می‌دهند. همچنین، اختلاف بین نتایج تجربی و تئوری برای هر دو نوع شیار و تمامی شعاع‌های نوک شیار، برای کلیه معیارهای مورد بررسی در جدول ۴ و جدول ۵ مربوطه ارائه شده است که امکان ارزیابی کمی دقت هر روش را فراهم می‌سازد.

بر اساس نتایج جداول، چهار معیار مورد بررسی شامل معیار تنش میانگین، معیار بیشینه تنش مماسی، معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین و روش المان محدود توسعه‌یافته از نظر دقت پیش‌بینی عملکرد متفاوتی دارند. در مورد شیار U شکل، معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین با متوسط اختلاف ۱۶/۶ درصد کمترین اختلاف را با نتایج تجربی را نشان داده و پس از آن به ترتیب معیار تنش میانگین، روش المان محدود توسعه‌یافته و معیار بیشینه تنش مماسی قرار می‌گیرند. در مقابل، برای شیار V شکل نوک گرد، معیار بیشینه تنش مماسی با متوسط اختلاف ۱۵/۱ درصد بهترین عملکرد را داشته و معیارهای تنش میانگین، روش المان محدود توسعه‌یافته و چگالی انرژی کرنشی میانگین در رتبه‌های بعدی قرار دارند. این نتایج نشان می‌دهد که کارایی هر معیار به نوع هندسه شیار وابسته است.

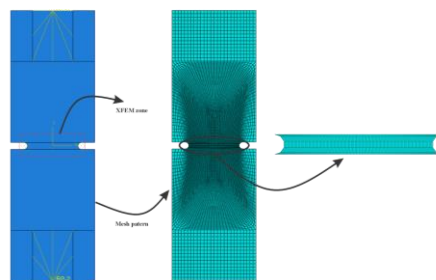
از نظر تفسیر فیزیکی، عملکرد مناسب معیار تنش میانگین برای شیار U شکل را می‌توان به میانگین‌گیری تنش در یک فاصله بحرانی نسبت داد که موجب کاهش حساسیت به تمرکز تنش در همسایگی نزدیک نوک شیار می‌شود. در مقابل، برتری معیار بیشینه تنش مماسی برای شیار V شکل نوک گرد بیانگر نقش مهم توزیع تنش‌های مماسی در این نوع هندسه است. همچنین، معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین که مبتنی بر توزیع انرژی در ناحیه اطراف نوک شیار است، در شیار U شکل عملکرد مناسبی دارد، اما در شیار V شکل نوک گرد با کاستی مواجه می‌شود که می‌تواند ناشی از حساسیت این معیار به نحوه توزیع سطحی انرژی کرنشی باشد.



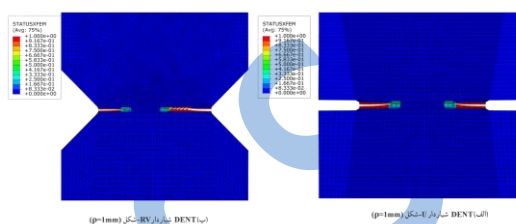
شکل ۱۷- روند تغییرات چقرمگی شکست مؤثر شیار بر حسب شعاع نوک شیار برای شیار V شکل نوک گرد



شکل ۱۸- روند تغییرات چقرمگی شکست مؤثر شیار بر حسب شعاع نوک شیار برای شیار U شکل



شکل ۱۴- مش‌بندی نمونه شیاردار و ناحیه در نظر گرفته‌شده برای تحلیل با روش اجزای محدود توسعه‌یافته

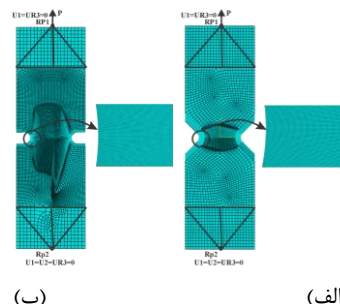


شکل ۱۵- توزیع پارامتر آسیب در نمونه شیاردار و نمایش ناحیه شروع و گسترش ترک

۷- نتایج و بحث

۷-۱- مقادیر تجربی فاکتور شدت تنش بحرانی

هدف این بخش، مقایسه مقادیر چقرمگی شکست مؤثر شیار به‌دست‌آمده از آزمایش با مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط معیارهای تحلیلی است. از آنجا که نتایج تجربی به‌صورت بار شکست و نتایج تئوری به‌صورت فاکتور شدت تنش شیار بحرانی ارائه شده‌اند، برای مقایسه، داده‌های تجربی به مقادیر متناظر فاکتور شدت تنش شیار تبدیل شدند. بدین منظور، بار شکست هر نمونه در مدل عددی متناظر اعمال و تنش مماسی در امتداد نیمساز شیار استخراج شد و با توجه به رابطه (۵) و رابطه (۶)، مقدار فاکتور شدت تنش شیار بحرانی محاسبه شد. همچنین، بارهای شکست پیش‌بینی‌شده توسط معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین و روش المان محدود توسعه‌یافته نیز با استفاده از همین رویکرد به مقادیر متناظر چقرمگی شکست مؤثر شیار تبدیل شدند.



شکل ۱۶- مش‌بندی نمونه‌های کششی حاوی شیار (الف) U شکل و (ب) V شکل نوک گرد

۷-۲- تفسیر نتایج

شکل ۱۷ و شکل ۱۸ ارائه‌شده، تغییرات چقرمگی شکست مؤثر

جدول ۴- مقادیر اختلاف نتایج پیش‌بینی معیارهای مختلف برای شیار

U شکل				
شعاع	MS	MTS	ASED	XFEM
۱	۲۴/۴	۳۵/۶	۱۸/۴	۲۵/۵
۲	۱۹	۳۱/۸	۱۶/۸	۱۹/۰
۴	۱۲/۷	۲۴/۸	۱۴/۷	۱۳/۱
میانگین	۱۸/۷	۳۰/۷	۱۶/۶	۱۹/۲

جدول ۵- مقادیر اختلاف نتایج پیش‌بینی معیارهای مختلف برای شیار

V شکل با نوک گرد				
شعاع	MS	MTS	ASED	XFEM
۱	۲۰/۶	۱۸/۹	۲۶/۵	۲۵/۴
۲	۱۳/۵	۱۳/۲	۲۴/۲	۱۹/۰
۴	۱۵/۴	۱۳/۴	۲۴/۷	۱۶/۳
میانگین	۱۶/۵	۱۵/۱	۲۵/۱	۲۰/۲

کرنشی میانگین کمترین اختلاف را با نتایج تجربی نشان می‌دهد، درحالی‌که در شیار V شکل نوک گرد، معیار بیشینه تنش مماسی تطابق بهتری با داده‌های تجربی دارد. این نتایج بیانگر آن است که عملکرد معیارهای مختلف شکست در هندسه‌های متفاوت یکسان نبوده و انتخاب معیار مناسب باید متناسب با نوع شیار انجام گیرد. ضمناً، توجه به این نکته ضروری است که گرچه برخی مقادیر اختلاف قید شده در جدول‌های ۴ و ۵ مطلوب به نظر نمی‌رسد، این مقادیر از نظر مهندسی کاملاً قابل قبول محسوب می‌شوند، چراکه رویکرد اتخاذ شده در این مطالعه برای پیش‌بینی شکست نمونه‌های شیاردار، رویکردی بسیار ساده شده است که اثرات غیرخطی بودن و ناهمسانگرد بودن ماده را به طور مستقیم در نظر نمی‌گیرد. همچنین، ساده‌سازی حل مسئله و کاهش زمان حل، در عین حفظ دقت مطلوب (با لحاظ همه حالت‌های تحلیل شده)، نتایج این پژوهش را برای مهندسين سازه جذاب می‌سازد.

۳-۷- نتیجه‌گیری

در این مطالعه، توانایی مفاهیم ساده ساز شامل مفهوم ماده همسانگرد مجازی، مفهوم ماده معادل و مفهوم ماده معادل اصلاح‌شده در پیش‌بینی رفتار شکست قطعات ناهمسانگرد ساخته‌شده به روش مدل‌سازی رسوبات ذوب‌شونده مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان داد که این مفاهیم، علی‌رغم نادیده گرفتن صریح ناهمسانگردی ساختاری و رفتار غیرخطی ماده، قادرند با دقت قابل‌قبولی مقادیر چقرمگی شکست مؤثر شیار را پیش‌بینی کنند. همچنین در شیار U شکل، معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین بهترین تطابق عددی را ارائه می‌دهد، درحالی‌که در شیار V شکل نوک گرد، معیار بیشینه تنش مماسی عملکرد برتری دارد. افزون بر این، نتایج تجربی و تحلیلی به طور هم‌سو نشان دادند که افزایش شعاع نوک شیار منجر به کاهش تمرکز تنش و در نتیجه افزایش مقاومت به شکست می‌شود. در مجموع، یافته‌های این مطالعه بیانگر آن است که ترکیب مفاهیم ساده ساز ماده با معیارهای کلاسیک مکانیک شکست الاستیک خطی، رویکردی کارآمد، سریع و کم‌هزینه برای تحلیل شکست قطعات چاپ سه‌بعدی فراهم می‌کند و می‌تواند به‌عنوان جایگزینی مناسب برای تحلیل‌های پیچیده مبتنی بر مدل‌سازی مستقیم مواد ناهمسانگرد و غیر خطی در کاربردهای مهندسی مورد استفاده قرار گیرد.

۸- مراجع

- [1] ASTM International. Standard terminology for additive manufacturing technologies. ASTM F2792-12a. ASTM International; 2012.
- [2] محبوب خواه م، خبازی براب ف، اخباری س. بررسی تجربی کیفیت و مدت زمان چاپ بدون تکیه گاه با دستگاه چاپگر FDM سه بعدی پنج درجه آزادی بر پایه مکانیزم موازی. مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز. ۲۰۲۶، د. ۵۵، ش. ۴، ص ۱۳-۱۸.
- [3] نیکزاد مک، آشنای قاسمی ف، آقداوودی ف. تحلیل خواص مکانیکی نانوکامپوزیت پلیمری زمینه PLA تقویت‌شده با ذرات سیلیکا با مدل‌های میکرومکانیکی بهبودیافته و مولکولی. مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز. ۲۰۲۶، د. ۵۵، ش. ۴، ص ۲۵-۳۲.

از منظر تجربی، نتایج بار شکست نیز روندهای مشاهده‌شده در نمودارهای چقرمگی شکست مؤثر را تأیید می‌کنند. به‌گونه‌ای که نمونه‌های دارای شیار، در مقایسه با نمونه ترک‌دار، بار شکست بالاتری از خود نشان می‌دهند؛ به‌طوری که میانگین بار شکست نمونه ترک‌دار حدود ۳۰۰۰ نیوتن است، درحالی‌که این مقدار برای شیارها به طور قابل‌توجهی بیشتر است. این موضوع بیانگر نقش مهم شعاع نوک شیار در کاهش تمرکز تنش و افزایش مقاومت به شکست است. همچنین، در شیار V شکل نوک گرد با افزایش شعاع نوک شیار از ۱ به ۴ میلی‌متر، افزایش محسوسی در میانگین بار شکست مشاهده می‌شود، درحالی‌که در شیار U شکل این تغییرات ملایم‌تر است؛ این تفاوت، با روند افزایشی چقرمگی شکست مؤثر در نمودارها نیز همخوانی دارد.

بررسی نمودارها نشان می‌دهد که با افزایش شعاع نوک شیار، مقدار چقرمگی شکست مؤثر شیار در تمامی روش‌های پیش‌بینی و نتایج تجربی روندی افزایشی دارد که با کاهش تمرکز تنش در نوک شیار قابل‌توجیه است. در این میان، معیارهای مبتنی بر تنش، به‌ویژه معیار بیشینه تنش مماسی و معیار تنش میانگین، روند تغییرات داده‌های تجربی را بهتر دنبال کرده و از نظر شیب تغییرات، تطابق مناسبی با رفتار واقعی نمونه‌های آزمایشگاهی دارند. در مقابل، اگرچه معیار چگالی انرژی کرنشی میانگین در شیار U شکل کمترین اختلاف را در پیش‌بینی نتایج ارائه می‌دهد، اما از نظر بازتولید دقیق روند تغییرات عملکرد ضعیف‌تری نسبت به معیارهای تنش پایه نشان می‌دهد. در این میان، روش المان محدود توسعه‌یافته در مقایسه با نتایج تجربی و جداول اختلاف پیش‌بینی نتایج نشان می‌دهد که دقت این روش در برخی حالات کمتر از معیارهای تحلیلی بوده و دارای انحرافات است. هزینه محاسباتی بالاتر و پیچیدگی پیاده‌سازی نسبت به معیارهای تحلیلی از دیگر محدودیت‌های این روش محسوب می‌شود. در مجموع، نتایج حاصل از تحلیل نمودارهای چقرمگی شکست مؤثر شیار، جداول اختلاف نتایج و داده‌های تجربی نشان می‌دهد که افزایش شعاع نوک شیار منجر به بهبود مقاومت به شکست می‌شود و درعین‌حال، دقت معیارهای مختلف پیش‌بینی به نوع هندسه شیار وابسته است. به طور مشخص، در شیار U شکل، معیار چگالی انرژی

- extension. *Journal of Applied Mechanics*. 1952;19(4):526-528.
- [19] Filippi S, Lazzarin P, Tovo R. Developments of some explicit formulas useful to describe elastic stress fields ahead of notches in plates. *International Journal of Solids and Structures*. 2002;39(17):4543-65.
- [20] Lazzarin P, Filippi S. A generalized stress intensity factor to be applied to rounded V-shaped notches. *International Journal of Solids and Structures*. 2006;43(9):2461-78.
- [21] Susmel L, Taylor D. The theory of critical distances to predict static strength of notched brittle components subjected to mixed-mode loading. *Engineering Fracture Mechanics*. 2008;75(3-4):534-50.
- [22] Ayatollahi M, Torabi A. Tensile fracture in notched polycrystalline graphite specimens. *Carbon*. 2010;48(8):2255-65.
- [23] Gomez F, Guinea G, Elices M. Failure criteria for linear elastic materials with U-notches. *International Journal of Fracture*. 2006;141(1):99-113.
- [24] Erdogan F, Sih GC. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. *Journal of Basic Engineering*. 1963;85(4):519-525.
- [25] Ayatollahi M, Torabi A. Failure assessment of notched polycrystalline graphite under tensile-shear loading. *Materials Science and Engineering: A*. 2011;528(18):5685-95.
- [26] Ayatollahi M, Torabi A. Experimental verification of RV-MTS model for fracture in soda-lime glass weakened by a V-notch. *Journal of mechanical science and technology*. 2011;25(10):2529-34.
- [27] Seweryn A. Brittle fracture criterion for structures with sharp notches. *Engineering Fracture Mechanics*. 1994;47(5):673-81.
- [28] Ayatollahi M, Torabi A. Investigation of mixed mode brittle fracture in rounded-tip V-notched components. *Engineering Fracture Mechanics*. 2010;77(16):3087-104.
- [29] Lazzarin P, Zambardi R. A finite-volume-energy based approach to predict the static and fatigue behavior of components with sharp V-shaped notches. *International journal of fracture*. 2001;112(3):275-98.
- [30] Yosibash Z, Bussiba A, Gilad I. Failure criteria for brittle elastic materials. *International Journal of Fracture*. 2004;125(3):307-33.
- [31] Irwin GR. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of applied mechanics*. 1957;24(3):361-4.
- [4] Ahmed AA, Susmel L. Static assessment of plain/notched polylactide (PLA) 3D-printed with different infill levels: Equivalent homogenised material concept and Theory of Critical Distances. *Fatigue & fracture of engineering materials & structures*. 2019;42(4):883-904.
- [5] Abeykoon C, Sri-Amphorn P, Fernando A. Optimization of fused deposition modeling parameters for improved PLA and ABS 3D printed structures. *International Journal of Lightweight Materials and Manufacture*. 2020;3(3):284-97.
- [6] Lanzotti A, Grasso M, Staiano G, Martorelli M. The impact of process parameters on mechanical properties of parts fabricated in PLA with an open-source 3-D printer. *Rapid Prototyping Journal*. 2015;21(5):604-17.
- [7] Torabi A, Pirhadi E. Notch failure in laminated composites under opening mode: The Virtual Isotropic Material Concept. *Composites Part B: Engineering*. 2019;172:61-75.
- [8] Torabi AR. Estimation of tensile load-bearing capacity of ductile metallic materials weakened by a V-notch: The equivalent material concept. *Materials Science and Engineering: A*. 2012;536:249-55.
- [9] Torabi A, Habibi R, Mohammad Hosseini B. On the ability of the equivalent material concept in predicting ductile failure of U-notches under moderate-and large-scale yielding conditions. *Physical Mesomechanics*. 47-337(4)18;2015.
- [10] Torabi A, Alaei M. Application of the equivalent material concept to ductile failure prediction of blunt V-notches encountering moderate-scale yielding. *International Journal of Damage Mechanics*. 2016;25(6):853-77.
- [11] Shahbaz S, Ayatollahi M, Petru M, Torabi A. U-notch fracture in additively manufactured ABS specimens under symmetric three-point bending. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2022;119:103318.
- [12] Torabi A, Shahbaz S, Ayatollahi M. Fracture assessment of U-notched diagonally loaded square plates additively manufactured from ABS with different raster orientations. *Engineering Structures*. 2023;292:116537.
- [13] Torabi AR, Shahbaz S, Ayatollahi MR. Tensile fracture prediction of 3D-printed V-notched PLA specimens: Application of VIMC-MEMC in conjunction with brittle fracture criteria. *Engineering Fracture Mechanics*. 2024;310:110497.
- [14] Torabi AR, Louhichi B, Shahbaz S, Ayatollahi MR. Assessment of mixed-mode I/II fracture behavior of blunt V-notched 3D-printed PLA specimens: A strategy of material simplification using VIMC and EMC. *European Journal of Mechanics - A/Solids*. 2026;116:105847.
- [15] Torabi AR, Kamyab M. Notch ductile failure with significant strain-hardening: The modified equivalent material concept. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 2019;42(2):439-53.
- [16] Ayatollahi MR, Nabavi-Kivi A, Bahrami B, Yazid Yahya M, Khosravani MR. The influence of in-plane raster angle on tensile and fracture strengths of 3D-printed PLA specimens. *Engineering Fracture Mechanics*. 2020;237:107225.
- [17] Anderson TL. *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. CRC Press; 2005.
- [18] Williams ML. Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in