



Original Article

Comparison of Static and Non-Stationary Copula Models in Multivariate Meteorological-Hydrological Drought Analysis (Case Study: Esteghlal Minab Dam Watershed)

Mehdi Moradi¹, Ommolbanin Bazrafshan^{*2}, Hamid Gholami², Hossein Zamani³, Yahya Esmaelpour¹

1- Ph.D., Student, Department of Natural Resources Engineering and Statistics, Faculty of Agricultural and Natural Resources Engineering, University of Hormozgan, Bandar Abbas, Iran

2- Department of Natural Resources Engineering and Statistics, Faculty of Agricultural and Natural Resources Engineering, University of Hormozgan, Bandar Abbas, Iran

3- Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science, University of Hormozgan, Bandar Abbas, Iran

Received:2026-04-18

Accepted:2026-07-19

Revised:2026-09-06

Published online:2026-06-20

*Corresponding Author's Email: o.bazrafshan@hormozgan.ac.ir

ARTICLE INFO

Keywords:

Compound Drought
Non-Stationary Copula
Joint Drought Index (JDI)
SPI and SRI
Rainfall-Runoff
Dependence

ABSTRACT

Introduction

Drought is one of the most significant hydro-climatic hazards affecting water resources, agriculture, and ecosystems worldwide. Traditionally, drought assessment has often been conducted using univariate indices such as the Standardized Precipitation Index (SPI) for meteorological drought or the Standardized Runoff Index (SRI) for hydrological drought. However, drought events are inherently complex phenomena resulting from the interaction of multiple hydro-climatic variables. Therefore, multivariate approaches have gained increasing attention in recent years. Copula functions provide a powerful statistical framework for modeling the dependence structure between variables such as precipitation and runoff. Moreover, many traditional drought analyses assume stationarity in hydrological time series, while growing evidence suggests that climate change and anthropogenic influences have introduced non-stationary behavior in hydrological processes. Ignoring non-stationarity may lead to biased estimation of drought characteristics and associated risks. Accordingly, the main objective of this study is to evaluate and compare the performance of stationary and non-stationary copula models in the analysis of compound meteorological-hydrological drought in the Minab Dam watershed, located in Hormozgan Province, Iran.

Materials and Methods

Monthly precipitation data from 15 rain gauge stations and runoff data from the Bernetin hydrometric station were used in this study. Meteorological and hydrological drought conditions were first quantified using the SPI and SRI indices. To analyze the joint behavior of precipitation and runoff deficits, the Joint Drought Index (JDI) was derived using copula functions. Several probability distributions including Generalized Gamma, exGaussian, Generalized Inverse Gaussian, and Pearson Type VI were tested to model the marginal distributions under both stationary and non-stationary frameworks. Parameter estimation was

How to cite: How to cite:

Moradi, M. Bazrafshan, O.Gholami, H.Zamani, H. Esmaelpour, Y. Comparison of Static and Non-Stationary Copula Models in Multivariate Meteorological-Hydrological Drought Analysis (Case Study: Esteghlal Minab Dam Watershed). Journal of Hydraulics and Water Science, 36 (1):45-64
<https://doi.org/10.22034/hws.2026.71888.1053>



This is an open-access article under the CC BY NC license
(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)



carried out using the maximum likelihood method, and model performance was evaluated using the Akaike Information Criterion (AIC) and Bayesian Information Criterion (BIC).

To characterize the dependence structure between precipitation and runoff, five copula families—Gaussian, Frank, Plackett, Gumbel, and Clayton—were examined in both stationary and time-varying (non-stationary) forms. In the non-stationary framework, copula parameters were modeled as functions of time. Subsequently, drought event characteristics such as duration, severity, magnitude, peak intensity, and frequency were extracted using run theory. Transition probabilities between drought classes were also investigated, and bivariate return periods of compound drought events were estimated under AND and OR scenarios.

Results and Discussion

The results showed that for precipitation data, the Generalized Gamma distribution provided the best fit under the stationary framework with an AIC value of approximately 3489, whereas for runoff data the Generalized Inverse Gaussian (GIG) distribution under the non-stationary framework performed best with an AIC of about 2289. Among the dependence models, the non-stationary Gaussian copula showed the best overall performance with an AIC value of approximately -1336, indicating a better representation of the evolving dependence structure between precipitation and runoff.

The analysis of drought index time series revealed that the non-stationary framework captured larger variability and more pronounced extreme events compared with the stationary approach. In some drought periods, the JDI values in the non-stationary model decreased to around -4.5, whereas the stationary model estimated values close to -3. This suggests that the stationary assumption may underestimate the intensity of severe drought events.

The analysis of drought characteristics further indicated that the number of drought events identified by the JDI increased from 11 events in the stationary model to 16 events in the non-stationary model, while the mean drought duration decreased from about 26 months to nearly 15 months. Similarly, the number of hydrological drought events (SRI) increased from 10 to 13 in the non-stationary framework. In addition, the maximum drought severity for SRI increased from 1.44 in the stationary model to 2.24 in the non-stationary model. These findings demonstrate that the non-stationary approach can detect more frequent but shorter drought events with stronger intensity.

Transition probability analysis between drought categories also showed a higher likelihood of transitions toward more severe drought states under the non-stationary framework. Furthermore, the estimation of bivariate return periods revealed that considering non-stationarity leads to shorter return periods for compound drought events. For example, under a severe threshold level, the joint return period decreased from approximately 50 years in the stationary model to about 32 years in the non-stationary model, indicating a higher risk of extreme compound droughts than previously estimated.

Conclusion

Overall, the results highlight the importance of incorporating non-stationary copula models in multivariate drought analysis. The non-stationary framework provides a more realistic representation of the evolving dependence between precipitation and runoff and improves the identification of extreme compound drought events. In contrast, stationary models may underestimate drought severity and associated risks. The findings suggest that integrating multivariate drought indices such as JDI with non-stationary dependence models can significantly enhance drought risk assessment and water resource management, particularly in regions experiencing climate variability and change. Future research may extend this framework by incorporating additional hydro-climatic variables and developing spatial-temporal copula models to provide a more comprehensive understanding of compound drought dynamics.

Keywords: Compound Drought; Non-Stationary Copula; Joint Drought Index (JDI); SPI and SRI; Rainfall-Runoff Dependence.



نشریه دانش آب و هیدرولیک

شاپا الکترونیکی: 3092-6114

درگاه نشریه: <https://hws.tabrizu.ac.ir/>



مقاله پژوهشی

مقایسه مدل‌های کاپولای ایستا و نایستا در تحلیل خشکسالی چندمتغیره هوا-هیدرولوژیکی (مطالعه موردی: حوضه آبخیز سد استقلال میناب)

مهدی مرادی^۱، ام‌البنین بذرافشان^{۲*}، حمید غلامی^۲، حسین زمانی^۲، یحیی اسماعیل‌پور^۲

۱- دانشجوی دکتری علوم و مهندسی آبخیزداری، گروه مهندسی منابع طبیعی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران

۲- گروه مهندسی منابع طبیعی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران

۳- استادیار گروه آمار، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸

تاریخ دریافت: ۱۴۰۵/۰۱/۱۹

تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۵/۰۳/۳۱

تاریخ ویرایش: ۱۴۰۵/۰۶/۱۵

* نویسنده مسئول: E-mail: o.bazrafsan@hormozgan.ac.ir

چکیده

هدف این پژوهش بررسی عملکرد مدل‌های کاپولای ایستا و نایستا در تحلیل خشکسالی چندمتغیره هوا-هیدرولوژیکی در حوضه آبخیز سد استقلال میناب است. نخست، توزیع‌های حاشیه‌ای با چهار تابع احتمال برازش و وابستگی بین متغیرها با پنج خانواده کاپولای ایستا و نایستا بر بارش و رواناب مدل‌سازی شد. نتایج نشان داد که در داده‌های بارش، توزیع گامای تعمیم‌یافته بهترین برازش را در حالت ایستا و برای رواناب در چارچوب نایستا توزیع GIG و در میان توابع کاپولا، کاپولای گوسی نایستا دقت بالاتری نسبت به سایر مدل‌ها نشان داد. براساس نتایج، در چارچوب نایستا تعداد رخداد‌های خشکسالی در شاخص JDI از ۱۱ رخداد در حالت ایستا به ۱۶ رخداد افزایش یافت و میانگین تداوم خشکسالی از حدود ۲۶ ماه به ۱۵ ماه کاهش پیدا کرد. بیشینه شدت خشکسالی در شاخص SRI از ۱/۴۴ در مدل ایستا به ۲/۲۴ در مدل نایستا افزایش یافت. نتایج تحلیل انتقال بین طبقات خشکسالی نشان داد که احتمال تشدید خشکسالی از طبقه متوسط به شدید در مدل نایستا به حدود ۱/۱۲ درصد رسید که بیشتر از حالت ایستا بود. تحلیل دوره‌های بازگشت دومتغیره با در نظر گرفتن نایستایی موجب کاهش قابل توجه دوره بازگشت رخداد‌های مشترک خشکسالی می‌شود؛ به‌طوری که برای آستانه شدید، دوره بازگشت از حدود ۵۰ سال در مدل ایستا به حدود ۳۲ سال در مدل نایستا کاهش یافت. نتایج این مطالعه نشان می‌تواند تصویر دقیق‌تر و واقع‌بینانه‌تری از وابستگی زمانی بین بارش و رواناب ارائه دهد و ابزاری مؤثر برای مدیریت منابع آب و کاهش ریسک خشکسالی در شرایط تغییر اقلیم فراهم آورد. کلمات کلیدی: خشکسالی مرکب، کاپولای نایستا، شاخص خشکسالی مشترک (JDI)، شاخص‌های SPI و SRI، وابستگی بارش-رواناب



This is an open-access article under the CC BY NC license
(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)



۱- مقدمه

خشکسالی یکی از پیچیده ترین و مخرب ترین مخاطرات طبیعی است که تأثیرات گسترده ای بر منابع آب، کشاورزی، اکوسیستم ها و سیستم های اقتصادی-اجتماعی در سراسر جهان دارد. برخلاف بسیاری از مخاطرات طبیعی، خشکسالی به صورت تدریجی شکل می گیرد، مدت زمان طولانی تری تداوم می یابد و می تواند مناطق وسیعی را تحت تأثیر قرار دهد. این ویژگی ها پایش و پیش بینی خشکسالی را به یکی از چالش های مهم در علوم هیدرولوژی و اقلیم شناسی تبدیل کرده است. در دهه های اخیر، تغییرات اقلیمی و افزایش نوسانات اقلیم موجب افزایش فراوانی و شدت رخداد های خشکسالی در بسیاری از مناطق جهان شده است و این موضوع ضرورت توسعه روش های دقیق تر برای پایش و ارزیابی خشکسالی را افزایش داده است (Vicente-Serrano et al., 2010; Spinoni et al., 2015).

برای پایش و کمی سازی خشکسالی، شاخص های متعددی توسعه یافته اند. در میان این شاخص ها، شاخص بارش استاندارد شده (SPI^1) یکی از پرکاربردترین شاخص ها برای ارزیابی خشکسالی هواشناسی محسوب می شود. این شاخص بر اساس داده های بارش محاسبه شده و امکان تحلیل شرایط خشکسالی در مقیاس های زمانی مختلف را فراهم می کند (McKee et al., 1993). به دلیل سادگی محاسبات و نیاز به داده های محدود، SPI به طور گسترده در مطالعات منطقه ای و جهانی خشکسالی مورد استفاده قرار گرفته است (Spinoni et al., 2015). با این حال، از آنجا که SPI تنها بر اساس داده های بارش محاسبه می شود، نمی تواند به طور کامل اثرات خشکسالی بر سامانه های هیدرولوژیکی مانند جریان رودخانه ها و منابع آب سطحی را نشان دهد.

به منظور رفع این محدودیت، شاخص های هیدرولوژیکی برای ارزیابی خشکسالی توسعه یافته اند. یکی از مهم ترین این شاخص ها شاخص جریان استاندارد شده (SRI^2) است که با استفاده از داده های رواناب یا دبی رودخانه محاسبه می شود و پاسخ سیستم هیدرولوژیکی به تغییرات اقلیمی را بهتر منعکس می کند (Shukla & Wood, 2008). مطالعات اخیر نشان داده اند که SRI می تواند شرایط کم آبی و خشکسالی هیدرولوژیکی را با دقت بیشتری نسبت به شاخص های صرفاً مبتنی بر بارش نشان دهد (Das et al., 2022; Wu et al., 2018). همچنین ترکیب تحلیل SRI و SPI امکان بررسی بهتر فرآیند انتقال خشکسالی از مرحله هواشناسی به مرحله هیدرولوژیکی را فراهم می کند (Moreira et al., 2006).

با وجود کاربرد گسترده شاخص های تک متغیره مانند SPI و SRI ، این شاخص ها قادر به توصیف کامل ماهیت چندبعدی خشکسالی نیستند. خشکسالی در واقع نتیجه تعامل پیچیده میان متغیرهای مختلف هیدروکلیماتیک است و تحلیل آن تنها بر اساس یک متغیر

می تواند اطلاعات محدودی ارائه دهد. به همین دلیل در سال های اخیر توجه پژوهشگران به توسعه شاخص های چندمتغیره خشکسالی معطوف شده است. این شاخص ها با ترکیب اطلاعات چند متغیر هیدرولوژیکی و اقلیمی، تصویر جامع تری از شرایط خشکسالی ارائه می دهند. در این میان، شاخص خشکسالی مشترک (JDI^3) به عنوان یکی از روش های مؤثر برای ترکیب اطلاعات بارش و رواناب معرفی شده است. مطالعات نشان داده اند که شاخص های چندمتغیره قادرند شدت و گستره خشکسالی را دقیق تر از شاخص های تک متغیره شناسایی کنند (Hao et al., 2018a). همچنین نتایج برخی تحقیقات نشان می دهد که شاخص JDI در شناسایی رخداد های خشکسالی شدید عملکرد بهتری نسبت به شاخص های منفرد دارد (Li et al., 2024).

در تحلیل خشکسالی های چندمتغیره، مدل سازی وابستگی بین متغیرهای هیدروکلیماتیک از اهمیت ویژه ای برخوردار است. در این زمینه، توابع کاپولا به عنوان ابزاری قدرتمند برای مدل سازی ساختار وابستگی بین متغیرهای تصادفی با توزیع های حاشیه ای متفاوت مورد استفاده قرار می گیرند. کاپولاها امکان ساخت توزیع مشترک متغیرها را با استفاده از توزیع های حاشیه ای آن ها فراهم می کنند (Nelsen, 2006). به دلیل این انعطاف پذیری، کاپولاها به طور گسترده در مطالعات هیدرولوژی برای تحلیل رخداد های حدی مانند سیلاب ها، خشکسالی ها و رخداد های مرکب هیدروکلیماتیک مورد استفاده قرار گرفته اند (Serinaldi et al., 2009; Salvadori et al., 2007).

بسیاری از مطالعات پیشین از مدل های کاپولای ایستا استفاده کرده اند که در آن ها فرض می شود ساختار وابستگی بین متغیرها در طول زمان ثابت است. با این حال، شواهد فزاینده نشان می دهد که فرآیندهای هیدروکلیماتیک در بسیاری از مناطق ماهیت ناپایدار دارند و تحت تأثیر تغییرات اقلیمی، تغییر کاربری اراضی و نوسانات اقلیم بزرگ مقیاس قرار می گیرند. در چنین شرایطی، فرض ایستایی ممکن است منجر به برآورد نادرست احتمال وقوع رخداد های حدی و دوره بازگشت آن ها شود. به همین دلیل، در سال های اخیر استفاده از مدل های کاپولای ناپایستا یا متغیر در زمان مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است (Soltaninia & Eskandaripour, 2025).

مطالعات جدید نشان داده اند که مدل های کاپولای ناپایستا قادرند تغییرات دینامیکی در ساختار وابستگی بین متغیرهای هیدروکلیماتیک را بهتر توصیف کنند. به عنوان مثال، Song et al. (2024) نشان دادند که استفاده از کاپولا های متغیر در زمان می تواند برآورد دقیق تری از ریسک خشکسالی های مرکب ارائه دهد. همچنین Chen et al. (2024) گزارش کردند که مدل های ناپایستا در مقایسه

1. Standardized Precipitation Index
2. Standardized Runoff Index
3. Joint Drought Index

۲- روش‌ها

۲-۱- معرفی منطقه مورد مطالعه و داده‌ها

حوضه آبخیز میناب در جنوب شرق ایران و استان هرمزگان واقع شده و یکی از منابع اصلی تأمین آب سطحی منطقه محسوب می‌شود. این حوضه تحت تأثیر اقلیم خشک و نیمه خشک قرار دارد و بارش در آن دارای نوسانات زمانی و مکانی قابل توجهی است. به همین دلیل وقوع دوره‌های خشکسالی می‌تواند به طور مستقیم موجب کاهش شدید رواناب و محدودیت در دسترسی به منابع آب سطحی شود. در نتیجه، خشکسالی یکی از مهم‌ترین چالش‌های هیدرولوژیکی و مدیریتی در این حوضه به شمار می‌رود (Meimandi et al., 2024).

داده‌های مورد استفاده در این تحقیق شامل دو دسته اصلی داده‌های مشاهداتی هیدرولوژیکی شامل بارش از ایستگاه‌های تبخیرسنجی و باران‌سنجی (۱۵ ایستگاه) داده‌های رواناب (یک ایستگاه) از ایستگاه‌های هیدرومتری است. به منظور برآورد بارش متوسط حوضه، از اطلاعات ۱۵ ایستگاه باران‌سنجی فعال در منطقه طی دوره‌ی آماری ۱۳۶۵ تا ۱۴۰۴ (۳۷ سال) استفاده گردید و با به کارگیری روش میانگین وزنی حوضه‌ای، بارش نماینده کل حوضه محاسبه شد. ایستگاه هیدرومتری برنطین نیز به دلیل قرارگیری در پایین دست حوضه و ثبت جریان تجمعی، به عنوان نماینده تغییرات رواناب حوضه انتخاب شد (جدول ۱).

به منظور اطمینان از کیفیت داده‌ها، ابتدا کنترل کیفی اولیه بر روی داده‌های بارش و رواناب انجام شد. در مواردی که داده‌های مفقوده در سری‌های زمانی مشاهده شد، بازسازی داده‌ها با استفاده از روش همبستگی با ایستگاه‌های مجاور انجام گرفت. این روش یکی از روش‌های متداول در بازسازی داده‌های هیدرولوژیکی بوده و به حفظ پیوستگی و سازگاری سری‌های زمانی کمک می‌کند (Jonson et al., 1995).

برای بررسی وابستگی زمانی داده‌ها، نمودار خودهمبستگی (ACF) برای سری‌های زمانی بارش و رواناب ترسیم گردید که نتایج آن در شکل ۱ ارائه شده است. همان گونه که در این شکل مشاهده می‌شود، مقادیر خودهمبستگی در وقفه‌های ابتدایی دارای مقادیر نسبتاً بالا بوده و به تدریج با افزایش وقفه کاهش می‌یابد. این الگو نشان‌دهنده وجود وابستگی زمانی در داده‌ها است و بیانگر آن است که مقادیر سری زمانی در دوره‌های مختلف تا حدی به مقادیر دوره‌های قبل وابسته هستند.

با مدل‌های ایستا عملکرد بهتری در پیش‌بینی رخداد‌های حدی هیدروکلیماتیک در شرایط تغییر اقلیم دارند.

با وجود پیشرفت‌های قابل توجه در این زمینه، هنوز مطالعات محدودی به بررسی هم‌زمان شاخص‌های SPI، SRI و JDI در چارچوب مدل‌های کاپولای ایستا و نایستا برای تحلیل وابستگی بین بارش و رواناب پرداخته‌اند. علاوه بر این، تأثیر ناپستایی بر ویژگی‌های مشترک خشکسالی مانند فراوانی وقوع، انتقال بین طبقات خشکسالی و دوره بازگشت رخداد‌های مشترک به طور کامل بررسی نشده است. درک این روابط برای ارزیابی دقیق تر ریسک خشکسالی و مدیریت پایدار منابع آب در شرایط تغییر اقلیم از اهمیت بالایی برخوردار است.

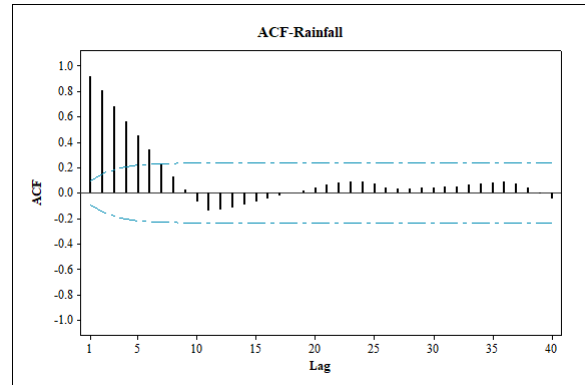
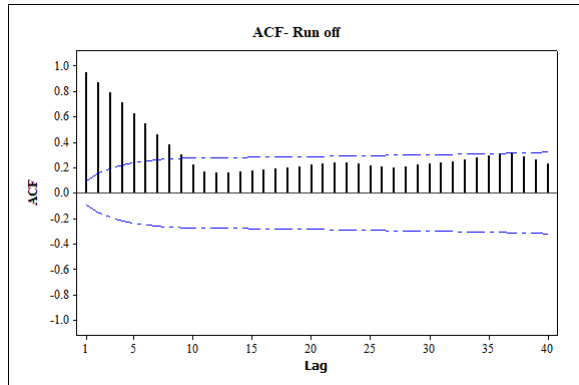
با وجود مطالعات انجام شده در زمینه تحلیل خشکسالی چندمتغیره و کاربرد کاپولای نایستا، هنوز خلأهای پژوهشی مهمی وجود دارد. بخش عمده مطالعات پیشین یا بر شاخص‌های تک‌متغیره تمرکز داشته‌اند و یا صرفاً از مدل‌های کاپولای ایستا برای تحلیل وابستگی بین متغیرهای هیدروکلیماتیک استفاده کرده‌اند. همچنین، مطالعات محدودی به مقایسه هم‌زمان عملکرد کاپولای ایستا و نایستا در تحلیل ارتباط بین شاخص‌های SPI و SRI و توسعه شاخص خشکسالی مشترک (JDI) پرداخته‌اند. علاوه بر این، در بسیاری از حوضه‌های خشک و نیمه خشک ایران، به ویژه حوضه میناب، اثر تغییرات اقلیمی و نوسانات هیدروکلیماتیک بر ساختار وابستگی بین بارش و رواناب هنوز به صورت جامع بررسی نشده است. حوضه میناب به دلیل اقلیم خشک، وابستگی شدید به منابع آب سطحی، وقوع مکرر خشکسالی و حساسیت بالا نسبت به تغییرات اقلیمی، یکی از حوضه‌های مهم برای مطالعه رفتار دینامیکی خشکسالی محسوب می‌شود. از این رو، این پژوهش تلاش می‌کند با به کارگیری هم‌زمان مدل‌های کاپولای ایستا و نایستا، تحلیل مشترک شاخص‌های SPI و SRI و توسعه JDI، درک دقیق تری از رفتار زمانی وابستگی بین بارش و رواناب و ریسک خشکسالی در این حوضه ارائه دهد.

بر این اساس، پژوهش حاضر با هدف پر کردن خلأ موجود در تحلیل ناپستای وابستگی بین بارش و رواناب در حوضه میناب، به بررسی رفتار مشترک شاخص‌های خشکسالی هواشناسی و هیدرولوژیکی با استفاده از مدل‌های کاپولای ایستا و نایستا می‌پردازد. به طور مشخص، اهداف این مطالعه عبارت‌اند از: تحلیل خشکسالی هواشناسی و هیدرولوژیکی با استفاده از شاخص‌های SPI و SRI؛ توسعه شاخص خشکسالی چندمتغیره بر اساس رفتار مشترک بارش و رواناب؛ مقایسه عملکرد مدل‌های کاپولای ایستا و نایستا در برآورد احتمال رخداد مشترک خشکسالی و دوره بازگشت آن؛ بررسی تأثیر ناپستایی بر ارزیابی ریسک خشکسالی و قابلیت پیش‌بینی آن. نتایج این پژوهش می‌تواند به درک بهتر پویایی خشکسالی و ارائه ابزارهای دقیق تر برای پایش و مدیریت منابع آب در شرایط تغییرات اقلیمی کمک کند.

جدول ۱- مشخصه های توصیفی داده های بارش و رواناب

Table 1. Descriptive statistics of precipitation and runoff data

متغیر	میانگین	انحراف معیار	ضریب چولگی	ضریب کشیدگی	حداکثر	حداقل
رواناب سالانه (m^3/s)	۳۶۰	۱۲۸	۲	۵/۸	۳۱۴	۹/۵
بارش سالانه (mm)	۶۶	۶۱	۰/۸۵	۰/۵۴	۵۹۱	۴۱



شکل ۱- نمودار خودهمبستگی داده های بارش (راست) و رواناب (چپ)

Fig. 1. Autocorrelation plots of precipitation data (right) and runoff data (left)

بیانگر خشکسالی هستند. بر اساس طبقه‌بندی McKee et al. (1993) مقادیر شاخص به صورت ترسالی بسیار شدید (بیش از ۲)، ترسالی شدید (۱/۵ تا ۲)، ترسالی متوسط (۱ تا ۱/۵)، شرایط نرمال (۱- تا ۱)، خشکسالی متوسط (۱- تا -۱/۵)، خشکسالی شدید (۱/۵- تا -۲) و خشکسالی بسیار شدید (کمتر از -۲).

۳-۲- مشخصه های خشکسالی

برای توصیف کمی رخدادهای خشکسالی، علاوه بر محاسبه شاخص های خشکسالی (مانند SPI، SRI و JDI)، مشخصه های اصلی رخدادها با استفاده از نظریه دوره ها (*Run Theory*) استخراج می شوند. در این روش، یک رخداد خشکسالی زمانی آغاز می شود که مقدار شاخص از آستانه تعیین شده (معمولاً $Z = -1$) کمتر شود و تا زمانی که مقدار شاخص دوباره از این آستانه عبور کند ادامه می یابد. پس از شناسایی رخدادها، چهار مشخصه اصلی شامل مدت، شدت، بزرگی و پیک شاخص محاسبه می شود (Meimandi et al., 2024).

۲-۲- شاخص های خشکسالی تک متغیره

برای ارزیابی خشکسالی از شاخص های SPI (بر پایه بارش) (McKee et al., 1993) و SRI (بر پایه رواناب) (Shukala and Wood, 2008) استفاده شد. در این روش، داده های ماهانه بارش یا رواناب ابتدا در مقیاس های زمانی مختلف به صورت تجمعی محاسبه شده و سپس به آن ها توزیع گاما برازش داده می شود. تابع چگالی احتمال توزیع گاما به صورت زیر است:

$$g(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} \quad (1)$$

پس از محاسبه احتمال تجمعی $H(x)$ ، این احتمال با استفاده از تابع معکوس توزیع نرمال استاندارد به مقدار شاخص تبدیل می شود:

$$Z = \Phi^{-1}(H(x)) \quad (2)$$

مقدار Z به عنوان شاخص خشکسالی (SPI یا SRI) در نظر گرفته می شود؛ به طوری که مقادیر مثبت نشان دهنده ترسالی و مقادیر منفی

جدول ۲ - مشخصه های خشکسالی

Table 2. Characteristics of the droughts

$D = t_2 - t_1 + 1$	مدت خشکسالی (Duration)
$S = \sum_{i=1}^D Z_i $	شدت خشکسالی (Severity)
$I = \frac{S}{D}$	سختی خشکسالی (Intensity)
$Z_{min} = \min(Z_1, Z_2, \dots, Z_D)$	پیک خشکسالی

و دنباله‌های کشیده در بسیاری از مطالعات هیدرولوژیکی و اقلیمی کاربرد دارند (Johnson et al., 1995; Embrecht, 2025).

برازش توزیع‌ها در دو چارچوب ایستا و نایستا انجام شد. در حالت ایستا فرض می‌شود پارامترهای توزیع در طول زمان ثابت هستند، در حالی که در چارچوب نایستا برای انعکاس تغییرات اقلیمی و روندهای زمانی، یکی از پارامترهای توزیع به صورت تابعی از زمان مدل‌سازی می‌شود (Coles et al., 2001; Katz et al., 2002). در این مطالعه، پارامتر مکان به صورت تابعی از زمان در نظر گرفته شد. برآورد پارامترها با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی (MLE) انجام شد و کیفیت برازش مدل‌ها با معیارهای AIC و BIC ارزیابی گردید (Akaike, 1974).

در روابط فوق، D مدت رخداد خشکسالی بر حسب تعداد دوره‌های زمانی (ماه)، t_1 زمان شروع خشکسالی، t_2 زمان پایان خشکسالی، S شدت تجمعی خشکسالی، I بزرگی رخداد، Z_i مقدار شاخص خشکسالی در دوره زمانی i ، Z_{min} بیک خشکسالی می‌باشند.

۴-۲- توابع توزیع حاشیه‌ای ایستا و نایستا

به منظور مدل‌سازی رفتار آماری متغیرهای هیدرولوژیکی مانند بارش و رواناب، استفاده از توزیع‌های احتمالی انعطاف‌پذیر ضروری است. در این پژوهش از چهار توزیع Generalized Gamma (GG)، Generalized Inverse Gaussian (ex-Gaussian (exGAUS) و (GIG) و Pearson Type VI (PE) استفاده شد (جدول ۳). این توزیع‌ها به دلیل توانایی مناسب در نمایش داده‌های مثبت، چولگی بالا

جدول ۳- معرفی توابع چگالی احتمال ایستای مورد استفاده

Table 3. Introduction of the stationary probability density functions used.

Distribution	Probability Distribution Function (PDF)	Parameter
Generalized Gamma (GG)	$f(x) = \frac{v}{\sigma^\mu \Gamma(\mu/v)} x^{\mu-1} \exp[-(x/\sigma)^v], x > 0$	μ : location parameter; σ : scale parameter; v : shape parameter
ex-Gaussian (exGAUS)	$f(x) = \frac{1}{v} \exp\left(\frac{\sigma^2}{2v^2} - \frac{x-\mu}{v}\right) \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma} - \frac{\sigma}{v}\right)$	μ : mean of the normal component; σ : standard deviation of the normal component; v : exponential parameter
Generalized Inverse Gaussian (GIG)	$f(x) = \frac{(\mu/\sigma)^v}{2K_v(\sqrt{\mu\sigma})} x^{v-1} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mu x + \sigma/x)\right], x > 0$	μ : scale parameters; v : shape parameter; K_v : modified Bessel function
Pearson Type VI (PE)	$f(x) = \frac{1}{\sigma B(\mu, v)} \left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\mu-1} \left(1 + \frac{x}{\sigma}\right)^{-(\mu+v)}, x > 0$	μ : shape parameters; σ : scale parameter; $B(\cdot)$: beta function

حاشیه‌ای و ساختار وابستگی بین متغیرها را فراهم می‌کنند (Khaledi et al., 2024) و به همین دلیل ابزار قدرتمندی در تحلیل داده‌های چندمتغیره هیدرولوژیکی محسوب می‌شوند (Sklar 1959; Nelsen 2006). بر اساس قضیه اسکالر، تابع توزیع مشترک دو متغیر با استفاده از کاپولا به صورت زیر بیان می‌شود:

$$F_{XY}(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y); \theta) \quad (4)$$

که در آن، C تابع کاپولا و θ پارامتر وابستگی است. در این پژوهش پنج خانواده کاپولا شامل Gaussian، Frank، Plackett، Gumbel و Clayton در دو چارچوب ایستا و نایستا بررسی شدند. فرمول کاپولاها و پارامترهای آن‌ها در جدول ۴ ارائه شده است.

در مدل نایستا، پارامتر مکان توزیع‌ها به صورت تابعی از زمان مدل‌سازی شد تا تغییرات ساختار آماری داده‌ها در طول زمان لحاظ شود:

$$\mu(t) = \exp(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3) \quad (3)$$

که در آن t زمان و a_i ضرایب مدل هستند که با روش حداکثر درست‌نمایی برآورد می‌شوند.

۵-۲- توابع کاپولای ایستا و نایستا

برای مدل‌سازی وابستگی بین متغیرهای هیدرواقلمی از توابع کاپولا استفاده شد. کاپولاها امکان مدل‌سازی مستقل توزیع‌های

جدول ۴- معرفی توابع کاپولای ایستای مورد استفاده

Table 4. Introduction of the stationary copula functions used.

Copula	Function	Parameter
Gaussian	$C(u_1, u_2) = \Phi_\rho(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2))$	ρ : Correlation Coefficient
Plackett	$C(u_1, u_2) = \frac{1 + (\delta - 1)(u_1 + u_2) - \sqrt{[1 + (\delta - 1)(u_1 + u_2)]^2 - 4\delta(\delta - 1)u_1u_2}}{2(\delta - 1)}$	$\delta > 0$: Correlation Parametr
Frank	$C(u_1, u_2) = -\frac{1}{\theta} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\theta u_1} - 1)(e^{-\theta u_2} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right]$	θ : Correlation Parametr
Gumbel	$C(u_1, u_2) = \exp\{-[(-\ln u_1)^\theta + (-\ln u_2)^\theta]^{1/\theta}\}$	$\theta \geq 1$: admissible parameter range
Clayton	$C(u_1, u_2) = (u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$	$\theta > 0$: lower-tail dependence

$$u_{JDI,t} = C(u_{P,t}, u_{R,t}; \theta_t), JDI_t \quad (۸)$$

$$= \Phi^{-1}(u_{JDI,t})$$

۷-۲- دوره بازگشت دومتغیره (AND, OR) JDI بر پایه توابع کاپولا

برای برآورد احتمال وقوع همزمان یا مستقل رخدادهای خشکسالی در دو متغیر بارش و رواناب، از مفهوم دوره‌ی بازگشت دومتغیره در چارچوب توابع کاپولا استفاده شد. فرض شود $U = F_P(P)$ و $V = F_R(R)$ توابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای استاندارد شده برای بارش و رواناب باشند که مقادیر آن‌ها در بازه $[0, 1]$ قرار دارند. تابع توزیع مشترک دو متغیر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C(u, v) = \Pr(U \leq u, V \leq v) \quad (۹)$$

که در آن، $C(\cdot)$ تابع کاپولا منتخب (مانند Gumbel, Clayton, Frank و ...) با پارامتر وابستگی θ است. احتمال وقوع همزمان یا مستقل شرایط کم‌مقدار در هر دو متغیر از روی این تابع قابل محاسبه است. در تحلیل دومتغیره خشکسالی، دو حالت اصلی از وابستگی در حالت همزمانی (شرط AND)؛ یعنی هر دو متغیر در وضعیت خشک قرار دارند و حالت جامع (شرط OR)؛ یعنی حداقل یکی از متغیرها در وضعیت خشک است. احتمال و دوره بازگشت هر یک از این حالات از روابط زیر به دست می‌آید:

$$P_{AND} = \Pr(U \leq u, V \leq v)$$

$$= C(u, v); T_{AND}$$

$$= \frac{1}{1 - P_{AND}} \quad (۱۰)$$

$$P_{OR} = \Pr(U \leq u \text{ or } V \leq v) = u + v -$$

$$C(u, v); T_{OR} = \frac{1}{1 - P_{OR}} \quad (۱۱)$$

که در آن، u و v صدک‌های متناظر با آستانه‌ی مشخص (مثلاً صدک بیستم برای دوره خشکسالی) هستند.

در چارچوب نایستا، پارامتر وابستگی کاپولا به صورت تابعی از زمان مدل‌سازی می‌شود، که در آن زمان و a_i ضرایب مدل هستند. این ساختار امکان بررسی تغییرات زمانی وابستگی بین متغیرهای هیدرولوژیکی را فراهم می‌کند.

$$\theta(t) = \exp(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3) \quad (۵)$$

۷-۲- شاخص خشکسالی ترکیبی (JDI)

به منظور ارزیابی همزمان خشکسالی هواشناسی و هیدرولوژیکی، شاخص خشکسالی ترکیبی (JDI) بر پایه دو متغیر بارش و رواناب محاسبه شد. در گام نخست، داده‌های خام بارش P و رواناب R در مقیاس‌های زمانی موردنظر به شاخص‌های استاندارد شده SPI و SRI تبدیل شدند. این تبدیل از طریق برازش توزیع‌های حاشیه‌ای مناسب در دو حالت ایستا و نایستا انجام گرفت. با استفاده از توابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای، مقادیر استاندارد شده به فضای یکنواخت منتقل شدند و پس از استانداردسازی حاشیه‌ای، ساختار وابستگی بین u_P و u_R با استفاده از تابع کاپولا مدل‌سازی شد. بر اساس قضیه اسکالر، توزیع مشترک دو متغیر به صورت زیر بیان می‌شود:

$$u_P = F_P(P), u_R$$

$$= F_R(R); H(u_P, u_R)$$

$$= C(u_P, u_R; \theta) \quad (۶)$$

که در آن $C(\cdot)$ تابع کاپولا و θ پارامتر وابستگی است. در حالت ایستا، پارامترهای کاپولا ثابت فرض شده و با روش حداکثر درستنمایی برآورد شدند. در حالت نایستا، پارامتر وابستگی به صورت تابعی از زمان مدل‌سازی شد:

$$\theta(t) = g^{-1}(a_0 + a_1 t + a_2 t^2) \quad (۷)$$

که در آن، $g^{-1}(\cdot)$ تابع لینک مناسب برای رعایت قیود پارامترهای کاپولا است. پس از برازش کاپولا، احتمال مشترک وقوع همزمان مقادیر مشاهده شده بارش و رواناب در هر گام زمانی محاسبه و در نهایت، این احتمال مشترک با استفاده از تابع معکوس توزیع نرمال استاندارد به شاخص خشکسالی ترکیبی تبدیل شد:

وارپانس و شکل توزیع داده‌های رواناب ثابت نباشد و در نتیجه با در نظر گرفتن زمان به عنوان متغیر توضیحی در مدل‌های نایستا، ساختار آماری داده‌ها بهتر بازنمایی شود. بنابراین تغییر توزیع بهینه از GG در حالت ایستا به GIG در حالت نایستا را می‌توان ناشی از تغییرات تدریجی در رفتار هیدرولوژیکی حوضه دانست (Milly et al., 2008; Salas & Obeysekera, 2014).

کاهش قابل توجه مقدار AIC در مدل‌های نایستا نیز نشان می‌دهد که فرض ایستایی برای این داده‌ها چندان واقع‌بینانه نیست. در دهه‌های اخیر پژوهشگران متعددی نشان داده‌اند که بسیاری از سری‌های زمانی هیدرولوژیکی تحت تأثیر تغییر اقلیم، نوسانات اقلیمی و تغییر کاربری اراضی دچار تغییرات تدریجی در میانگین و واریانس می‌شوند (Milly et al., 2008; Salas & Obeysekera, 2014). به همین دلیل استفاده از مدل‌های نایستا که اجازه می‌دهند پارامترهای توزیع در طول زمان تغییر کنند، به عنوان رویکردی مناسب برای تحلیل داده‌های هیدرولوژیکی پیشنهاد شده است. (Serinaldi and Kilsby (2015) نیز نشان داده‌اند که مدل‌های نایستا می‌توانند ساختار واقعی تغییرات هیدروکلیماتیک را بهتر بازنمایی کنند و از بروز خطا در برآورد احتمال رخداد رویدادهای حدی جلوگیری نمایند.

نتایج محققین در حوضه میناب نشان می‌دهد، این حوضه در دهه‌های اخیر با تغییرات قابل توجه در الگوی بارش، افزایش دما و وقوع دوره‌های خشکسالی مکرر مواجه بوده است که به عنوان نشانه‌هایی از اثرات تغییر اقلیم در مناطق خشک و نیمه‌خشک جنوب ایران گزارش شده‌اند. افزایش دما می‌تواند از طریق افزایش تبخیر و تعرق و کاهش رطوبت خاک، پاسخ هیدرولوژیکی حوضه را تغییر داده و در نتیجه منجر به تغییر در رفتار آماری رواناب شود. علاوه بر این، تغییرات کاربری اراضی، توسعه فعالیت‌های کشاورزی و بهره‌برداری از منابع آب در حوضه میناب نیز می‌تواند در تغییر رژیم جریان و ایجاد رفتار نایستا در سری‌های زمانی هیدرولوژیکی نقش داشته باشد. مطالعات انجام‌شده در این منطقه نشان داده‌اند که تغییر کاربری اراضی و فشارهای انسانی بر منابع آب می‌تواند الگوی جریان رودخانه و پاسخ هیدرولوژیکی حوضه را دستخوش تغییر کند (Abbaszadeh et al., 2023).

بنابراین، مشاهده عملکرد بهتر مدل‌های نایستا در این پژوهش را می‌توان علاوه بر ویژگی‌های آماری داده‌ها، ناشی از تغییرات اقلیمی و انسانی مؤثر بر سیستم هیدرولوژیکی حوضه میناب نیز دانست.

در این تحقیق، برای بررسی روند تغییرات سری‌های زمانی از آزمون ناپارامتری من-کندال (Mann 1945; Kendall and Gibbons 1962) استفاده شد و معنی‌داری روند بر اساس آماره استاندارد شده Z در سطح معنی‌داری ۰/۰۵ ارزیابی گردید. به منظور شناسایی تغییرات ناگهانی در سری‌های زمانی نیز از آزمون نقطه تغییر پتی (Pettitt, 1979) استفاده شد.

۳- نتایج و بحث

۳-۱- برازش توابع حاشیه‌ای ایستا و نایستا بر مقادیر

بارش و رواناب

نتایج حاصل از توابع حاشیه‌ای ایستا و نایستا به ترتیب در جدول ۵ و ۶ ارائه شده است. برتری توزیع گامای تعمیم‌یافته (GG) برای داده‌های بارش در حالت ایستا را می‌توان با ماهیت آماری بارش توضیح داد. داده‌های بارش معمولاً دارای چولگی مثبت، کشیدگی بالا و پراکندگی زیاد هستند؛ ویژگی‌هایی که در بسیاری از مطالعات هیدرولوژیکی گزارش شده و سبب شده توزیع‌های انعطاف‌پذیری مانند گامای تعمیم‌یافته عملکرد مناسبی در مدل‌سازی آن داشته باشند. به عنوان مثال، (Katz (2012 و Wilks (2011 نشان داده‌اند که توزیع‌های خانواده گاما به دلیل توانایی در بازنمایی عدم تقارن و تغییرپذیری زیاد، برای داده‌های بارش بسیار مناسب هستند. در مقابل، تغییر مدل بهینه برای رواناب از GG در حالت ایستا به GIG در حالت نایستا بیانگر پیچیدگی بیشتر فرآیندهای تولید رواناب است. برخلاف بارش که یک متغیر اقلیمی مستقیم محسوب می‌شود، رواناب حاصل برهم‌کنش چندین فرآیند هیدرولوژیکی از جمله نفوذ، ذخیره رطوبت خاک، تبخیر و تعرق و ویژگی‌های فیزیوگرافی حوضه است. به همین دلیل، بسیاری از پژوهشگران تأکید کرده‌اند که توزیع رواناب اغلب رفتاری پیچیده‌تر و غیرخطی‌تر نسبت به بارش دارد (Blöschl et al., 2017). در چنین شرایطی، توزیع‌هایی مانند GIG که انعطاف‌پذیری بیشتری در شکل و پراکندگی دارند، می‌توانند بهتر تغییرات زمانی در داده‌های رواناب را توصیف کنند.

در مدل‌های ایستا فرض می‌شود که ویژگی‌های آماری سری زمانی در طول زمان ثابت هستند، در حالی که در بسیاری از حوضه‌های آبخیز این فرض برقرار نیست. تغییرات تدریجی در شرایط اقلیمی (مانند تغییر الگوی بارش و افزایش دما) و همچنین عوامل انسانی مانند تغییر کاربری اراضی و بهره‌برداری از منابع آب می‌تواند فرآیندهای تولید رواناب را در طول زمان تغییر دهد. این تغییرات سبب می‌شود میانگین،

جدول ۵- برازش توزیع های حاشیه ای با پارمتر ثابت بر مقادیر بارش و رواناب

Table 5. Fitting of marginal distributions with constant parameters to precipitation and runoff values

Variables	Models	Parameters			Criteria	
		mu	sigma	nu	AIC	BIC
Rainfall	GG	22.7	0.667	1.5489	3489.184	3501.485
	exGAUS	4.768	3.41	15.58	3523.574	3535.875
	GIG	20.31	21.19	1.8789	3495.523	3507.824
	PE	19.63	13.84	1.62	3610.813	3623.114
	GG	5.58	1.06	0.97	2439.26	2451.56
Runoff	exGAUS	0.27	1.15	4.57	2475.22	2491.62
	GIG	5.66	78.10	0.89	2439.34	2451.63
	PE	3.21	6.17	0.76	2747.31	2759.60

جدول ۶- برازش توزیع های حاشیه ای نایستا بر مقادیر بارش و رواناب

Table 6. Fitting of non-stationary marginal distributions to precipitation and runoff values

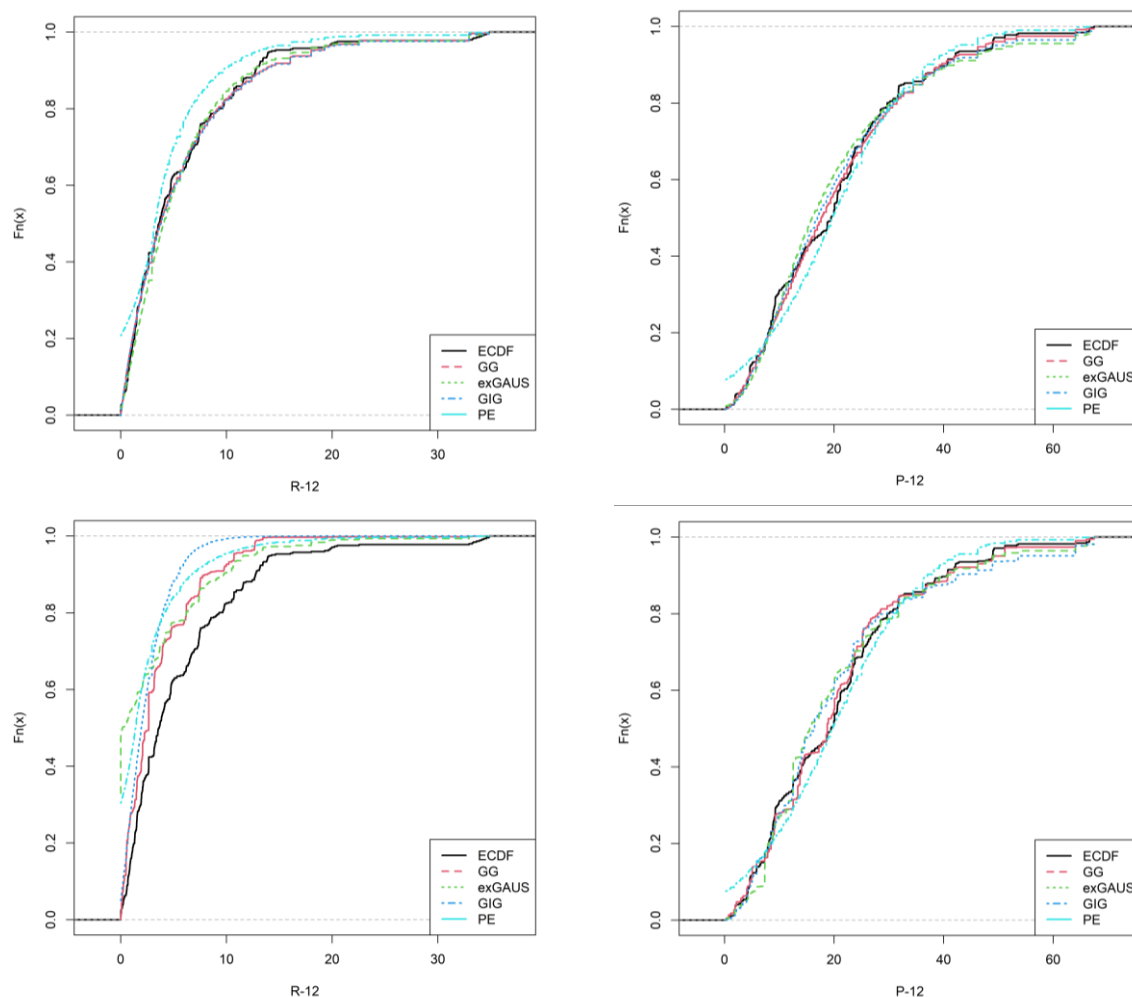
Variables	Model	Parameters			Criteria	
		mu	sigma	nu	AIC	BIC
Rainfall	GG	$\exp(2.810 + 0.01457t - 8.552 \times 10^{-5}t^2 - 1.319 \times 10^{-7}t^3)$	0.49	3.57	3441.97	3491.66
	exGAUS	$10.48 - 0.1180t + 0.0005995t^2 - 8.844 \times 10^{-7}t^3$	1.81	16.07	3491.66	3516.26
	GIG	$\exp(2.915 + 0.0044t - 3.68 \times 10^{-5}t^2 + 6.375 \times 10^{-8}t^3)$	13.76	1.94	3485.23	3501.83
	PE	$18.73 + 0.08872t - 6.779 \times 10^{-4}t^2 + 1.196 \times 10^{-6}t^3$	13.56	1.83	3601.52	3621.52
	GG	$\exp(1.938 + 0.01435t - 1.145 \times 10^{-4}t^2 - 1.872 \times 10^{-7}t^3)$	0.85	1.43	2290.12	2313.20
Runoff	exGAUS	$4.385 - 0.025t + 3.401 \times 10^{-5}t^2 - 3.204 \times 10^{-10}t^3$	0.30	4.6	2319.10	2343.70
	GIG	$5.467 - 0.03413t + 6.183 \times 10^{-5}t^2 - 2.568 \times 10^{-8}t^3$	0.66	4.47	2289.60	2311.25
	PE	$6.221 + 0.04633t - 4.403 \times 10^{-4}t^2 + 7.759 \times 10^{-7}t^3$	5.27	0.71	2576.20	2588.90

۲-۳- برازش توابع کاپولای ایستا و نایستا بر بارش و رواناب

شکل ۲ به روشنی نشان می دهد که در مدل ایستا، ساختار وابستگی بارش-رواناب به صورت یک الگوی ثابت و میانگین گیرانه بازنمایی می شود و تنها یک شدت کلی از وابستگی (مانند ρ ثابت در کاپولای گوسی) ارائه می دهد. این موضوع سبب می شود تغییرات تدریجی یا دوره ای در شدت وابستگی در طول زمان پنهان بماند. در مقابل، مدل نایستا با اجازه دادن به تغییر زمانی پارامتر وابستگی، انحرافات سیستماتیک از حالت تقارن/استقلال را آشکار می کند و نشان می دهد که شدت وابستگی در دوره های مختلف یکسان نیست.

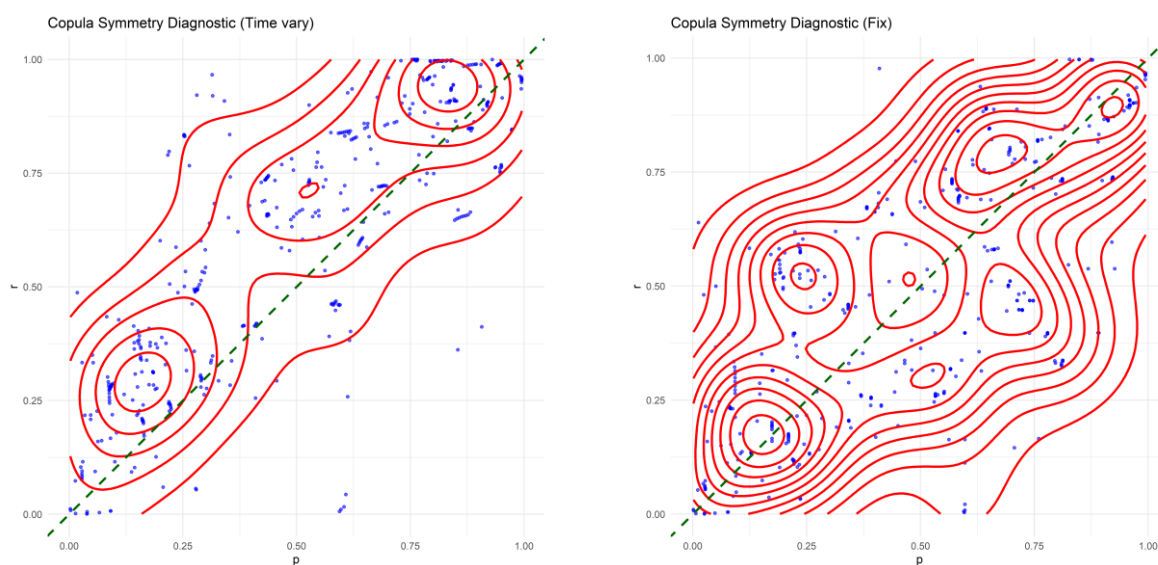
کاهش تدریجی پارامتر وابستگی در کاپولای گوسی نایستا (مطابق رابطه $\logit(\theta_t)$) بیانگر تضعیف وابستگی بارش-رواناب در طول زمان

است. این رفتار از دیدگاه فیزیکی با نتایج پژوهش های اخیر هم راستا است که نشان می دهند تغییر اقلیم، تغییر کاربری اراضی و تغییرات هیدرولوژیکی حوضه می توانند باعث کاهش پیوستگی مستقیم بین بارش و رواناب شوند. AghaKouchak et al. (2023) و Kilsby and Serinaldi (2015) گزارش کرده اند که وابستگی بین متغیرهای هیدرولوژیکی اغلب ماهیتی زمان متغیر و غیرایستا دارد و استفاده از کاپولاهای ثابت می تواند به برآورد نادرست شدت وابستگی منجر شود. در مقایسه با مطالعات پیشین، نتایج تأیید می کند که اگرچه کاپولاهای متقارن مانند Gaussian و Frank قادر به توصیف ساختار کلی وابستگی هستند، اما تنها در چارچوب نایستا می توان روند و تحول وابستگی را شناسایی کرد. این نتیجه با یافته های (2007) Salvadori et al همخوانی دارد و نشان داده اند کاپولاهای زمان متغیر در تحلیل وابستگی بارش-رواناب، دقت برازش بالاتر و تفسیر فیزیکی واقع بینانه تری نسبت به مدل های ایستا ارائه می دهند (شکل ۳).



شکل ۲- نمودارهای نیکویی برازش توابع توزیع حاشیه‌ای ایستا و نایستا بر داده های بارش (چپ) و رواناب (راست)

Fig. 2. Goodness –of-fit plots of stationary and non-stationary marginal distribution functions for precipitation data (left) and runoff data (right).



شکل ۳- نمودار تشخیص تقارن وابستگی در کاپولای ایستا (راست) و در کاپولای نایستا (چپ)

Fig. 3. Diagnostic plot of dependence symmetry in the stationary copula (right) and the non-stationary copula (left).

ایستا قادر به توضیح کامل وابستگی نیست. چنین محدودیتی در مدل های ایستا در مطالعات پیشین نیز برای داده های محیطی و اقتصادی گزارش شده است (Patton, 2006; Dias & Embrechts, 2010).

جدول ۷ تفاوت عملکرد کاپولاهای ایستا و نایستا را به وضوح نشان می دهد. در حالت ایستا اگرچه کاپولای Gaussian کمترین مقدار AIC (حدود ۰/۸-۳۲۵) را دارد، اما مقادیر بسیار کوچک p-value در آزمون های K-S و CvM برای برخی خانواده ها نشان می دهد که فرض وابستگی ثابت در طول زمان با ساختار داده ها سازگار نیست و مدل

جدول ۷- نتایج برازش توابع مفصل ایستا و نایستا بر داده ها

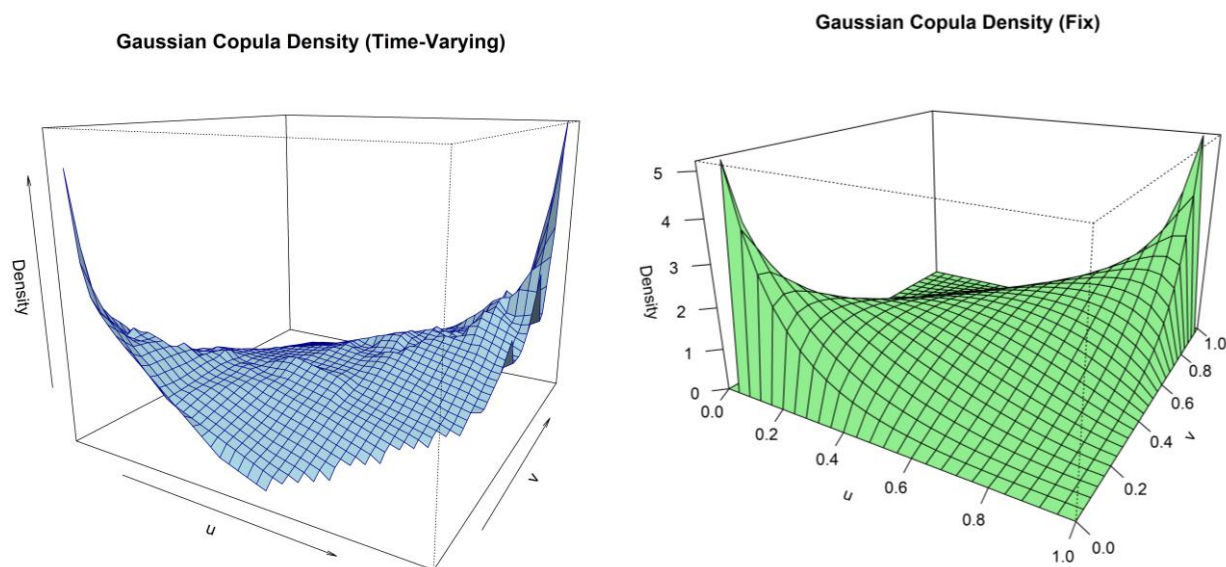
Table 7. Results of fitting stationary and non-stationary copula functions to the data.

Type	Copula	Family	Parameter	AIC	BIC	KS p-value (Stat)	CvM p-value (Stat)
Stationary	Gaussian		$\rho = 0.7204$	-325.08	-320.98	0.16 (0.86)	0.27 (0.087)
	Plackett	Symmetric	$\alpha = 10.23$	-300.57	-296.47	0.00 (1.11)	0.04 (0.20)
	Frank		$\alpha = 6.063$	-307.78	-303.68	0.00 (1.21)	0.01 (1.18)
	Gumbel	Asymmetric	$\alpha = 1.901$	-287.5	-283.399	0.02 (1.16)	0.04 (0.20)
	Clayton		$\alpha = 2.268$	-143.696	-139.596	0.00 (1.66)	0.00 (0.62)
Non- Stationary	Gaussian		$\text{logit}(\theta_t) = 1.077 - 0.0022 t$	-1336.15	-1344.36	0.21 (1.21)	0.30 (0.87)
	Plackett	Symmetric	$\theta_t = 1 + \exp(2.17 - 0.00002 t)$	-337.72	-329.52	0.04 (1.41)	0.068 (0.25)
	Frank		$\theta_t = 6.92 - 0.002 t$	-375.87	-367.67	0.00 (2.3)	0.02 (2.19)
	Gumbel	Asymmetric	$\theta_t = 1 + \log(1 + \exp(0.0312 - 0.002 t))$	-176.39	-168.19	0.03 (1.84)	0.06 (0.42)
	Clayton		$\theta_t = -1 + \exp(1.160 - 0.001 t)$	-272.21	-264.08	0.00 (2.53)	0.00 (0.97)

۳-۳- نمودار سری زمانی SPI، SRI و JDI در حالت ایستا و نایستا

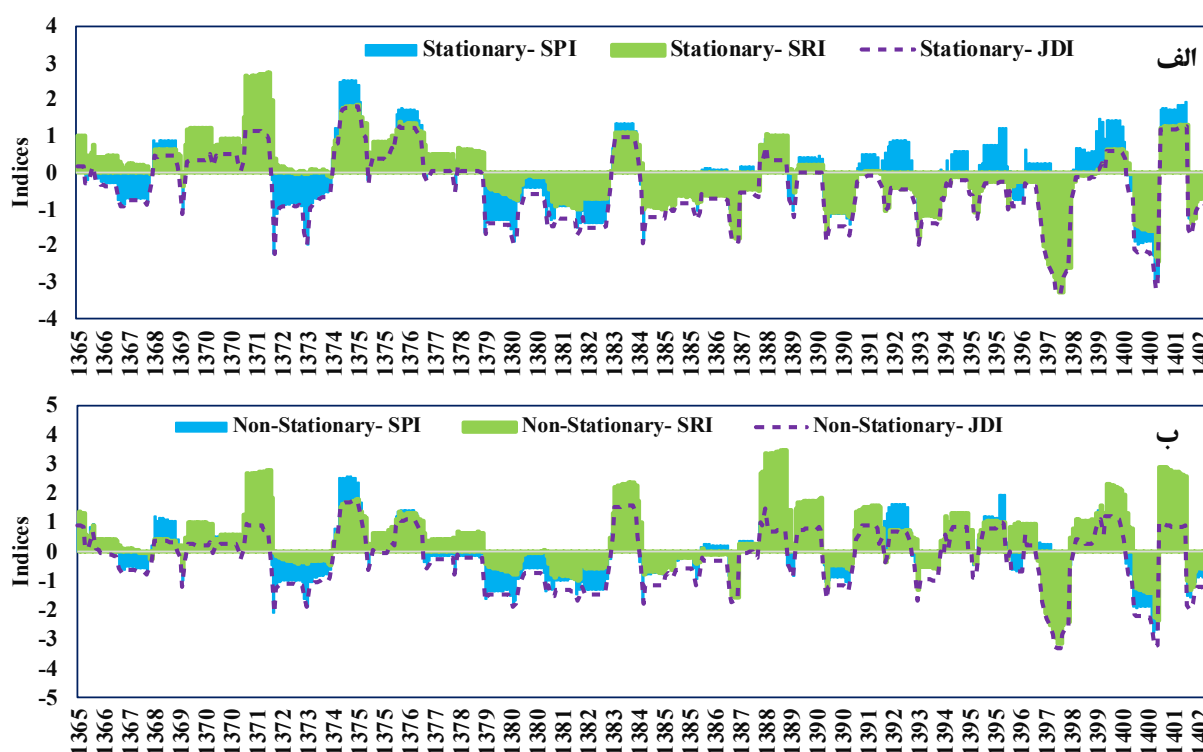
نتایج سری زمانی شاخص های SPI، SRI و JDI در دو حالت ایستا و نایستا (شکل ۵) نشان می دهد که در مدل ایستا دامنه نوسانات شاخص ها محدودتر بوده و رفتار آن ها عمدتاً مشبیه و میانگین گیرانه است. در این حالت دوره های ترسالی مهم در سال های ۱۳۷۱-۱۳۷۴ و خشکسالی ها در ۱۳۷۵-۱۳۷۶، ۱۳۸۷-۱۳۹۱ و ۱۳۹۸-۱۴۰۰ مشاهده می شود و مقادیر شاخص ها عمدتاً در بازه حدود ± 3 تا ± 4 قرار دارند. در مقابل، در مدل نایستا به دلیل در نظر گرفتن تغییرات زمانی، ناهنجاری ها واضح تر شده و شدت خشکسالی ها و ترسالی ها با دامنه بزرگ تری نمایان می شود. همان طور که در شکل ۵ (ب) دیده می شود، دوره های خشکسالی مهم در سال های ۱۳۷۶، ۱۳۸۷، ۱۳۹۰ و به ویژه ۱۳۹۹ با مقادیر حدود ۴- تا ۴/۵- در شاخص JDI مشخص شده اند، در حالی که در حالت ایستا (شکل ۵ الف) همین رخدادها معمولاً حدود ۲/۵- تا ۳- برآورد شده اند. همچنین دوره های ترسالی مانند ۱۳۹۲-۱۳۹۵ در مدل نایستا با وضوح بیشتری در هر سه شاخص قابل تشخیص است.

در مقابل، با در نظر گرفتن نایستایی پارامتر وابستگی، بهبود قابل توجهی در شاخص های برازش مشاهده شد؛ به طوری که کاپولای Gaussian نایستا با $AIC \sim -1336$ و $BIC \sim -1344$ بهترین عملکرد را نشان داد و مقادیر آزمون های K-S (۰/۲۱) و CvM (۰/۳۰) نیز برازش قابل قبول آن را تأیید می کند. شکل ۴ نیز نشان می دهد که در حالت نایستا، تغییر شکل چگالی کاپولا بیانگر تغییر در احتمال رخداد های همزمان حدی در طول زمان است، در حالی که مدل ایستا این تغییرات را به صورت میانگین هموار می کند. این نتیجه با یافته های (Manner and Reznikova, 2012) همخوانی دارد، زیرا کاپولاهای زمان متغیر امکان تغییر پارامتر وابستگی در طول زمان را فراهم می کنند. در بسیاری از سیستم های طبیعی مانند بارش-رواناب، ساختار وابستگی تحت تأثیر عواملی مانند تغییر اقلیم، تغییر کاربری اراضی، تنظیم جریان توسط مخازن و نوسانات اقلیمی ثابت نمی ماند. در نتیجه، مدل های ایستا که یک پارامتر وابستگی ثابت فرض می کنند، این تغییرات را به صورت یک میانگین هموار نشان می دهند و ممکن است رخداد های حدی یا دوره های تغییر رژیم را به درستی بازتاب ندهند. در مقابل، کاپولاهای زمان متغیر با اجازه دادن به تغییر تدریجی یا ساختاری در وابستگی می توانند تغییرات واقعی در شدت همبستگی و احتمال رخداد های همزمان را بهتر ثبت کنند و در نتیجه برازش واقع بینانه تری از رفتار سیستم ارائه دهند.



شکل ۴- مقایسه چگالی کاپولای گوسی در حالت ایستا (راست) و نایستا (چپ)

Fig. 4. Comparison of the Gaussian copula density in the stationary (right) and non-stationary (left) cases.



شکل ۵- مقایسه SPI و SRI، JDI در حالت ایستا (الف) و نایستا (ب)

Fig. 5. Comparison of JDI, SPI and SRI in the stationary (a) and non-stationary (b) cases.

روند شاخص های SPI، SRI و JDI در دو چارچوب ایستا و نایستا با آزمون های من-کندال و پتیت بررسی شد (جدول ۸). در حالت ایستا هیچ روند معناداری برای شاخص ها مشاهده نشد ($SPI: Z=0.19$ ، $SRI: Z=-0.63$ ، $JDI: Z=-1.08$)، با این حال آزمون پتیت وجود تغییرات ساختاری را در سال های ۱۳۸۶ برای SPI، ۱۳۸۷ برای SRI و ۱۳۷۷ برای JDI نشان داد. در مقابل، در چارچوب نایستا اگرچه SPI همچنان فاقد روند معنادار بود ($Z=0.01$)، اما شاخص های $SRI (Z=-10.56)$ و $JDI (Z=-5.56)$ روند کاهشی معناداری نشان دادند و هر دو دارای نقطه تغییر مشترک در دی ۱۳۷۸ بودند (جدول ۸). این نتایج بیانگر آن است که در نظر گرفتن نایستایی می تواند تغییرات هیدرولوژیکی و تشدید شرایط خشکسالی را واقع بینانه تر آشکار کند. این یافته ها با نتایج مطالعات Hao et al (2018b) و AghaKouchak et al (2023) همخوانی دارد که نشان می دهند تحلیل های نایستا و شاخص های ترکیبی قادرند تغییرات بلندمدت و تشدید خشکسالی های هیدروکلیماتیک را بهتر شناسایی کنند.

به طور کلی، نتایج نشان می دهد که شاخص ترکیبی JDI در چارچوب نایستا هماهنگی بیشتری با تغییرات همزمان بارش و رواناب دارد و می تواند رخداد های شدید را دقیق تر شناسایی کند. این موضوع با یافته های مطالعات اخیر همخوانی دارد؛ به طوری که پژوهش های Hao and Singh (2020) و AghaKouchak et al (2023) نشان داده اند شاخص های مرکب خشکسالی که چند متغیر هیدرولوژیکی را به صورت همزمان در نظر می گیرند، توانایی بیشتری در آشکارسازی شدت واقعی خشکسالی دارند. همچنین Kilsby & Serinaldi تأکید کرده اند که استفاده از چارچوب های نایستا در تحلیل شاخص های هیدروکلیماتیک می تواند نوسانات شدیدتر و تغییرات تدریجی سیستم اقلیمی را واقع بینانه تر بازنمایی کند. بنابراین، نتایج این مطالعه نیز نشان می دهد که مدل نایستا و شاخص JDI می توانند تصویر دقیق تری از تغییرات زمانی خشکسالی در مقایسه با مدل ایستا ارائه دهند.

جدول ۸- روند JDI، SPI و SRI در حالت زمان ثابت و زمان متغیر

Table 8. Trends of JDI, SPI and SRI in the time-invariant and time-varying cases

Index	Model	Z-Kendall	Pettitt K	Pettitt p-value	Change Point Year	Change Point Month	Trend
SPI	Stationary	0.19	8803	0.01	1386	December	No trend
SRI		-0.63	10002	0.00	1387	January	Decreasing
JDI		-1.08	10346	0.00	1377	November	Decreasing
SPI	Non-Stationary	0.01	12052	0.00	1378	January	No trend
SRI		-10.56	35002	0.00	1378	January	Decreasing
JDI		-5.56	24392	0.00	1378	January	Decreasing

Significant at 99%

۱۳/۲۳ ماه کاهش یافته است که نشان می دهد مدل نایستا به جای ادغام چند خشکسالی در قالب یک رخداد بلند، آن ها را به رخدادهای کوتاه تر و واقعی تر تفکیک می کند. از نظر شدت نیز مقادیر حدی در مدل نایستا بیشتر است؛ به طوری که بیشینه شدت در SRI از ۱/۴۴ در حالت ایستا به ۲/۲۴ در حالت نایستا افزایش یافته و در JDI نیز از ۱/۹۷ به ۲/۱۱ رسیده است. بیشینه پیک خشکسالی در JDI نایستا ۳/۳۴- و در حالت ایستا ۳/۳۵- است، اما در مدل نایستا رخدادهای تفکیک بهتری دارند. همچنین بیشینه مدت رخداد در JDI از ۱۰۸ ماه در حالت ایستا به ۷۴ ماه در حالت نایستا کاهش یافته است.

۴-۳- مشخصه های خشکسالی در شاخص های تک و چندمتغیره

ویژگی های رخدادهای خشکسالی شامل تعداد رخداد، شدت، مدت، بزرگی و پیک خشکسالی برای شاخص های تک متغیره (SPI) و SRI و شاخص چندمتغیره (JDI) در دو چارچوب ایستا و نایستا بررسی شد (جدول ۹). در مدل نایستا، تعداد رخدادهای خشکسالی در JDI از ۱۱ رخداد در حالت ایستا به ۱۶ رخداد افزایش یافته و در SRI نیز از ۱۰ به ۱۳ رخداد رسیده است. همزمان، میانگین مدت رخدادهای JDI از ۲۶/۱۸ ماه به ۱۵/۸۱ ماه و در SRI از ۲۲/۶۰ به

دارد، به طوری که تعداد رخدادها افزایش یافته و در مقابل مدت و بزرگی آن‌ها واقع‌بینانه‌تر برآورد شده است. این موضوع به این دلیل است که مدل‌های ایستا با فرض ثابت بودن ویژگی‌های آماری، تمایل دارند چند دوره خشکسالی را به صورت یک رخداد طولانی و هموار نشان دهند، در حالی که مدل نایستا با در نظر گرفتن تغییرات زمانی سیستم هیدروکلیماتیک، رخدادها را دقیق‌تر تفکیک می‌کند. همچنین شاخص چندمتغیره JDI به دلیل در نظر گرفتن همزمان اثر بارش و رواناب توانست رخدادهای شدیدتر را بهتر آشکار کند. این الگو با نتایج مطالعات پیشین که بر برتری مدل‌های نایستا و شاخص‌های چندمتغیره در توصیف واقع‌بینانه‌تر ویژگی‌های خشکسالی تأکید دارند، همخوانی دارد (Hao et al., 2018b; Serinaldi & Kilsby, 2015; AghaKouchak et al., 2023).

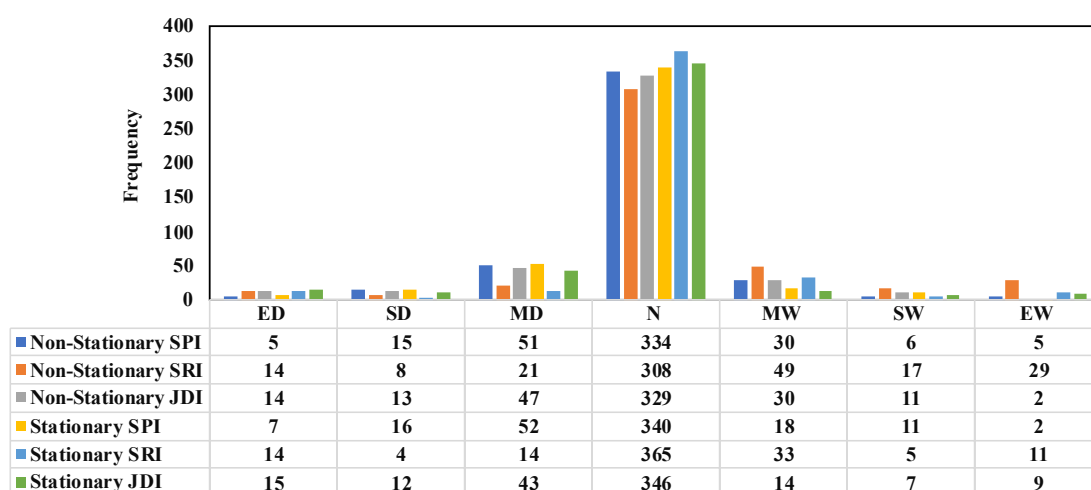
فراوانی طبقات خشکسالی (شکل ۶) نیز این الگو را تأیید می‌کند. رخدادهای نرمال بیشترین فراوانی را دارند (برای مثال در JDI نایستا ۳۲۹ مورد و در JDI ایستا ۳۴۶ مورد). با این حال در طبقات شدید (SW) و بسیار شدید (EW) تفاوت قابل توجهی مشاهده می‌شود؛ در JDI نایستا ۱۱ رخداد شدید و ۲ رخداد بسیار شدید ثبت شده، در حالی که در حالت ایستا این مقادیر ۷ و ۹ مورد بوده است. برای SRI نیز در مدل نایستا ۱۷ رخداد SW و ۲۹ رخداد EW شناسایی شده، در حالی که در حالت ایستا ۵ رخداد SW و ۱۱ رخداد EW گزارش شده است. این نتایج نشان می‌دهد که مدل نایستا شدت‌های حادی خشکسالی و فراوانی واقعی طبقات شدید را بهتر بازنمایی می‌کند.

نتایج این پژوهش نشان داد که چارچوب نایستا نسبت به حالت ایستا توانایی بیشتری در شناسایی و تفکیک رخدادهای خشکسالی

جدول ۹- آماره‌های توصیفی مشخصه‌های خشکسالی

Table 9. Descriptive statistics of drought characteristics

Non-Stationary-JDI	Non-Stationary-SRI	Non-Stationary-SPI	Stationary-JDI	Stationary-SRI	Stationary-SPI	Characteristics stat
16.00	13.00	15.00	11.00	10.00	17.00	Number of droughts
2.11	2.24	1.78	1.97	1.44	1.76	Maximum Severity
74.00	25.00	74.00	108.00	85.00	50.00	Maximum Duration
72.04	29.11	60.96	96.48	65.74	54.35	Maximum Magnitude
-3.34	-3.18	-2.82	-3.35	-3.29	-3.03	Maximum Peak
0.88	0.69	0.78	0.85	0.56	0.74	Mean Severity
15.81	13.23	14.27	26.18	22.60	11.76	Mean Duration
15.72	9.18	12.07	25.88	17.24	10.59	Mean Magnitude
-1.46	-1.17	-1.31	-1.66	-1.19	-1.27	Mean Peak
0.04	0.11	0.32	0.15	0.01	0.09	Minimum Severity
2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	Minimum Duration
0.21	0.58	0.64	0.46	0.02	0.18	Minimum Magnitude
-0.05	-0.29	-0.49	-0.26	-0.02	-0.13	Minimum Peak



شکل ۶- فراوانی خشکسالی در هر دسته، (EW: ترسالی بسیار شدید، SW: ترسالی شدید، MW: ترسالی متوسط، N: شرایط نرمال، MD: خشکسالی ملایم، SD: خشکسالی شدید و ED: خشکسالی بسیار شدید)

Fig. 6. Frequency of drought in each category (EW:Extremly Wet, SW: Severely Wet, MW: Moderately Wet, N: Normal conditions, MD:Mild Drought, SD: Severe Drought and ED: Extreme Drought)

۵-۳- تحلیل انتقال بین طبقات خشکسالی و مقایسه عملکرد شاخص های ایستا و نایستا

نتایج تحلیل انتقال بین طبقات خشکسالی (جدول ۱۰) نشان داد که تفاوت بین حالت ایستا و نایستا در شاخص SPI نسبتاً محدود است؛ به طوری که احتمال انتقال از شرایط نرمال به خشکسالی متوسط ($N \rightarrow MD$) در حالت نایستا ۰/۹۰ درصد (۴ رخداد) و در حالت ایستا ۰/۴۵ درصد (۲ رخداد) بوده است. در انتقال $MD \rightarrow SD$ نیز مقادیر ۰/۹۰ درصد برای حالت نایستا و ۱/۱۲ درصد برای حالت ایستا به دست آمد و در مرحله $SD \rightarrow ED$ این مقادیر به ترتیب ۰/۴۵ درصد و ۰/۹۰ درصد ثبت شد. در شاخص SRI نیز الگوی مشابهی مشاهده شد، به طوری که احتمال انتقال $N \rightarrow MD$ در حالت ایستا ۱/۱۲ درصد (۵ رخداد) و در حالت نایستا ۰/۶۷ درصد (۳ رخداد) بود، در حالی که در انتقال $MD \rightarrow SD$ مقادیر به ۰/۴۵ درصد در حالت ایستا و ۰/۲۲ درصد در حالت نایستا کاهش یافت. در مقابل، شاخص چندمتغیره JDI تفاوت واضح تری بین دو چارچوب نشان داد؛ به گونه ای

که احتمال تشدید خشکسالی از $MD \rightarrow SD$ در حالت نایستا ۱/۱۲ درصد (۵ رخداد) و در حالت ایستا ۰/۹۰ درصد (۴ رخداد) بود و در انتقال $SD \rightarrow ED$ نیز مقادیر ۰/۹۰ درصد در حالت نایستا و ۰/۶۷ درصد در حالت ایستا به دست آمد.

این نتایج نشان می دهد که نسخه نایستای JDI توانایی بیشتری در نمایش روند تشدید خشکسالی دارد. به طور کلی نتایج نشان می دهد که تفاوت بین حالت ایستا و نایستا در شاخص های تک متغیره SPI و SRI محدود است، اما در شاخص چندمتغیره JDI انتقال به طبقات شدیدتر خشکسالی در حالت نایستا بیشتر مشاهده می شود. این موضوع بیانگر آن است که در نظر گرفتن نایستایی زمانی و استفاده از شاخص های چندمتغیره می تواند پویایی و تشدید خشکسالی را واقع بینانه تر نشان دهد؛ نتیجه ای که با مطالعات Hao et al. (2018b)، AghaKouchak et al. (2023) و Serinaldi & Kilsby (2015) نیز همخوانی دارد.

جدول ۱۰- فراوانی و احتمال انتقال بین طبقات متوالی خشکسالی برای شاخص های SPI، SRI و JDI در شرایط ایستا و نایستا

Table 10. Frequency and transition probability between successive drought classes for the SPI, SRI and JDI indices under stationary and non-stationary conditions

Index	$N \rightarrow MD$ (Number)	$N \rightarrow MD$ (Prob %)	$MD \rightarrow SD$ (Number)	$MD \rightarrow SD$ (Prob %)	$SD \rightarrow ED$ (Number)	$SD \rightarrow ED$ (Prob %)
Non-Stationary SPI	4	0.9	4	0.9	2	0.45
Non-Stationary SRI	3	0.67	1	0.22	3	0.67
Non-Stationary JDI	2	0.45	5	1.12	4	0.9
Stationary SPI	2	0.45	5	1.12	4	0.9
Stationary SRI	5	1.12	2	0.45	4	0.9
Stationary JDI	1	0.22	4	0.9	3	0.67

۶-۳- دوره های بازگشت شرطی

نتایج محاسبه دوره های بازگشت مشترک خشکسالی بارش-رواناب در شکل ۷ و جدول ۱۱ ارائه شده است. براساس شکل ۷، در نظر گرفتن نایستایی در مدل کاپولا باعث کاهش دوره بازگشت و افزایش ریسک وقوع رخداد های مشترک خشکسالی می شود. در هر دو حالت AND و OR، خطوط هم دوره بازگشت در مدل نایستا به سمت

مقادیر کوچکتر جابه جا شده اند که بیانگر افزایش احتمال همزمانی کم بارشی و کم روانابی است. برای مثال، در حالت AND و آستانه ۰/۱ دوره بازگشت از حدود ۲/۱ سال در مدل ایستا به ۱/۶ سال در مدل نایستا کاهش یافته و ریسک از ۰/۴۷۶ به ۰/۶۲۵ افزایش یافته است. همین روند در آستانه های بالاتر نیز مشاهده می شود؛ به طوری که برای آستانه ۰/۵ دوره بازگشت از ۱۰/۸ به ۷/۹ سال و برای آستانه ۰/۹ از ۵۰ به ۳۲ سال کاهش یافته است (جدول ۱۱).

جدول ۱۱- مقایسه دوره‌های بازگشت AND و OR در کاپولای ایستا و نایستا

Table 11. Comparison of AND and OR return periods under stationary and non-stationary copulas

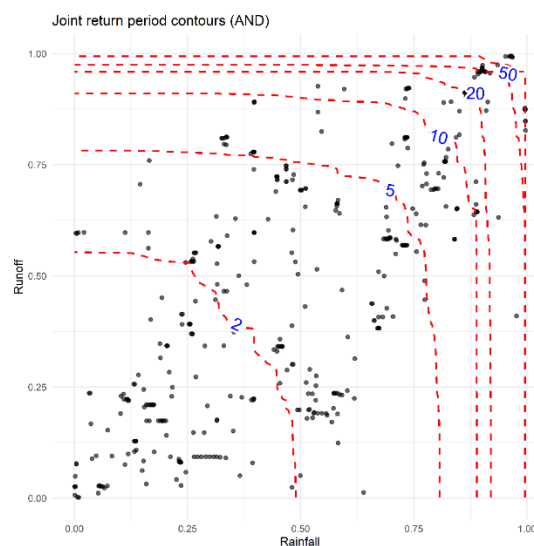
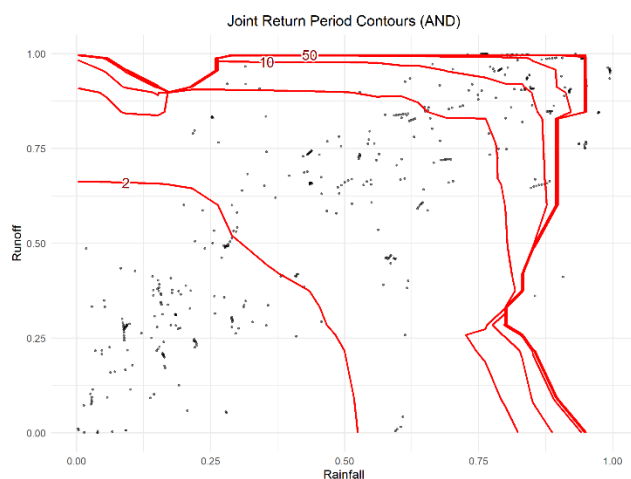
P (mm)	R (m ³ /s)	T(S)	Risk(S)	T(NS)	Risk (NS)	Ratio (NS/S)
AND						
0.3	0.036	2.1	0.476	1.6	0.625	0.76
14.6	6.362	5.4	0.185	4.2	0.238	0.78
20.6	10.5	10.8	0.093	7.9	0.127	0.73
31.8	7.8	20.2	0.049	13.5	0.074	0.67
53.5	13.5	50	0.02	32	0.031	0.64
OR						
4.46	0.31	2	0.5	1.6	0.625	0.8
8.82	0.94	5	0.2	4.1	0.244	0.82
13.8	4.42	10	0.1	7.8	0.128	0.78
32.7	6.97	20	0.05	13.2	0.076	0.66
36.4	7.03	50	0.02	31	0.032	0.62

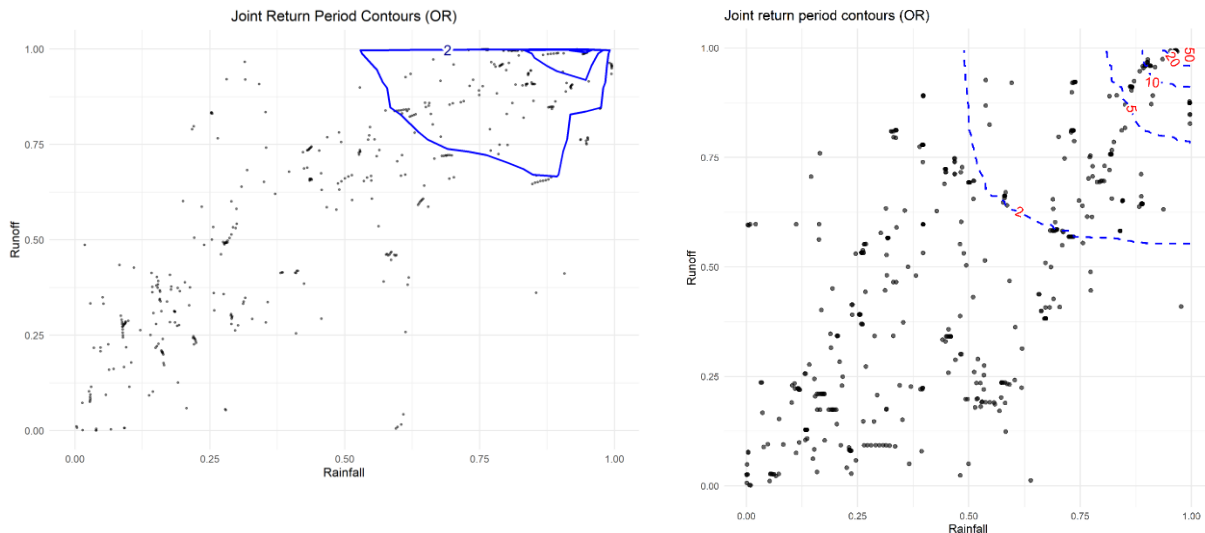
T: دوره بازگشت؛ S: ایستا؛ NS: نایستا؛ Ration (NA/S): نسبت دوره بازگشت نایستا به ایستا

T: Return period; S: Stationary; NS: Non- stationary; Ratio: Ratio of the non-stationary return period to the stationary return period

این پژوهش با مطالعات (Zscheischler et al, Hao et al. (2018a) و (2020) و (Bevacqua et al (2024) همسو است؛ زیرا این پژوهش‌ها نیز نشان داده‌اند که در تحلیل رخدادهای مرکب، استفاده از مدل‌های چندمتغیره نایستا و کاپولاهای پویا می‌تواند افزایش ریسک و کوتاه‌تر شدن دوره بازگشت رخدادهای حدی را بهتر آشکار کند.

این نتایج نشان می‌دهد که فرض ایستایی می‌تواند خطر رخدادهای مرکب خشکسالی را کمتر از مقدار واقعی برآورد کند، زیرا تغییرات زمانی در وابستگی بین بارش و رواناب را در نظر نمی‌گیرد. در مقابل، مدل‌های نایستا با لحاظ تغییرات اقلیمی و هیدرولوژیکی، وابستگی پویا بین متغیرها را بهتر بازنمایی کرده و بنابراین احتمال رخدادهای حدی را واقع‌بینانه‌تر برآورد می‌کنند. به همین دلیل، نتایج





شکل ۷- مقایسه دوره بازگشت شرطی در حالت AND و OR در کاپولای ایستا (الف) و نایستا (ب)

Fig. 7. Comparison of conditional return periods in the AND and OR cases for stationary (a) and non-stationary (b) copulas

خشکسالی از مراحل متوسط به شدید و بسیار شدید را آشکار کند؛ موضوعی که در تحلیل های ایستا تا حد زیادی هموار می شود. کاهش قابل توجه دوره های بازگشت دومتغیره در مدل نایستا نیز بیانگر آن است که ریسک خشکسالی های مشترک در صورت نادیده گرفتن نایستایی، کمتر از مقدار واقعی برآورد خواهد شد.

دستآورد علمی اصلی این مطالعه تأکید بر ضرورت استفاده همزمان از شاخص های چندمتغیره و مدل های کاپولای نایستا در تحلیل خشکسالی های مرکب است؛ رویکردی که می تواند تصویر دقیق تری از رفتار حدی سیستم های هیدروکلیماتیک ارائه دهد. نتایج این پژوهش کاربرد مستقیم در ارزیابی ریسک خشکسالی، برنامه ریزی بهره برداری از مخازن و مدیریت پایدار منابع آب در مناطق خشک و نیمه خشک دارد. در مطالعات آینده می توان با گسترش این چارچوب به متغیرهای دیگر مانند دما، تبخیر-تعرق و رطوبت خاک، و همچنین استفاده از کاپولاهای فضایی-زمانی، درک جامع تری از خشکسالی های مرکب در مقیاس های مختلف مکانی و زمانی به دست آورد.

۴- نتیجه گیری نهایی

در این پژوهش، تحلیل خشکسالی چندمتغیره هوا-هیدرولوژیکی با مقایسه مدل های کاپولای ایستا و نایستا در حوضه آبخیز سد استقلال میناب انجام شد و نتایج نشان داد که فرض ایستایی، توانایی محدودی در بازنمایی پویایی واقعی سیستم بارش-رواناب دارد. به کارگیری توزیع های حاشیه ای و کاپولاهای نایستا امکان شناسایی تغییرات تدریجی و ساختاری در رفتار آماری متغیرها و وابستگی آن ها را فراهم کرد و منجر به برآورد دقیق تر شاخص های خشکسالی و ریسک رخداد های مرکب شد.

یافته ها نشان داد که شاخص چندمتغیره JDI، به ویژه در چارچوب نایستا، نسبت به شاخص های تک متغیره SPI و SRI توانایی بیشتری در شناسایی رخداد های شدید، تفکیک رخداد های متوالی و نمایش روند تشدید خشکسالی دارد. همچنین تحلیل انتقال بین طبقات خشکسالی نشان داد که مدل نایستا قادر است گذار واقعی تر

منابع

- Abbaszadeh M, Bazrafshan O, Mahdavi R, Sardooi ER, and Jamshidi S, 2023. Modeling future hydrological characteristics based on land use/land cover and climate changes using the SWAT model. *Water Resources Management*, 37(10), 4177-4194, [doi:10.1007/s11269-023-03545-6](https://doi.org/10.1007/s11269-023-03545-6).
- AghaKouchak A, Cheng L, Mazdiyasni O, and Farahmand A, 2023. Climate change, nonstationarity, and hydrologic design, *Nature Reviews Earth & Environment*, 4, 577-589, [doi:10.1038/XST37J](https://doi.org/10.1038/XST37J).
- Akaike, H, 1974. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716-723, [doi:10.1109/TAC.1974.1100705](https://doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705).
- Bevacqua E, Rakovec O, Schumacher DL, Kumar R, Thober S, Samaniego L, and Zscheischler J, 2024. Direct and lagged climate change effects intensified the 2022 European drought, *Nature Geoscience*, 17(11), 1100-1107, [doi:10.1038/s41561-024-01559-2](https://doi.org/10.1038/s41561-024-01559-2).
- Blöschl G, Hall J, Parajka J, Perdigão RA, Merz B, Arheimer B, and Živković N, 2017. Changing climate shifts timing of European floods, *Science*, 357(6351), 588-590, [doi: 10.1126/science.aan25](https://doi.org/10.1126/science.aan25).

- Chen C, Peng T, Singh VP, Wang Y, Zhang T, Dong, X, and Wang G, 2024. Assessment of dynamic hydrological drought risk from a non-stationary perspective, *Hydrological Processes*, 38(8), e15267, [doi:10.1002/hyp.15267](https://doi.org/10.1002/hyp.15267).
- Coles S, Bawa J, Trenner L, and Dorazio P, 2001. An introduction to statistical modeling of extreme values (Vol. 208, p. 208). London: Springer, [doi:10.1007/978-1-4471-3675-0](https://doi.org/10.1007/978-1-4471-3675-0).
- Das S, Das J, and Umamahesh NV, 2022. Copula-based drought risk analysis on rainfed agriculture under stationary and non-stationary settings, *Hydrological Sciences Journal*, 67(11), 1683-1701, [doi:10.1080/02626667.2022.2079416](https://doi.org/10.1080/02626667.2022.2079416).
- Dias A, and Embrechts P, 2010. Modeling exchange rate dependence dynamics at different time horizons, *Journal of International Money and Finance*, 29(8), 1687-1705, [doi:10.1016/j.jimonfin.2010.06.004](https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2010.06.004).
- Embrechts P, 2025. Quantitative risk management. In *International Encyclopedia of Statistical Science* (pp. 2050-2054). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, [doi:10.1007/978-3-662-69359-9_499](https://doi.org/10.1007/978-3-662-69359-9_499).
- Hao Z, and Singh VP, 2020. Compound events under global warming: a dependence perspective, *Journal of Hydrologic Engineering*, 25(9), 03120001, [doi:10.3390/w10060718](https://doi.org/10.3390/w10060718).
- Hao Z, Hao F, Singh VP, Xia Y, Shi C, and Zhang X, 2018a. A multivariate approach for statistical assessments of compound extremes, *Journal of hydrology*, 565, 87-94, [doi:10.1016/j.jhydrol.2018.08.025](https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2018.08.025).
- Hao Z, Singh VP, and Hao F, 2018b. Compound extremes in hydroclimatology: a review, *Water*, 10(6), 718, [doi:10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0001968](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0001968).
- Johnson NL, Kotz S, and Balakrishnan N, 1995. Continuous univariate distributions (Vol. 2). Wiley.
- Katz, R. W. 2012. Statistical methods for nonstationary extremes. In *Extremes in a changing climate: Detection, analysis and uncertainty* (pp. 15-37). Dordrecht: Springer Netherlands, [doi:10.1007/978-94-007-4479-0_2](https://doi.org/10.1007/978-94-007-4479-0_2).
- Katz RW, Parlange MB, and Naveau P, 2002. Statistics of extremes in hydrology, *Advances in water resources*, 25(8-12), 1287-1304, [doi:10.1016/S0309-1708\(02\)00056-8](https://doi.org/10.1016/S0309-1708(02)00056-8).
- Kendall MG, and Gibbons JD, 1962. Rank correlation methods.
- Khaledi lamdari M, Fakherifard A, and Majnooni-Heris A, 2024. Probabilistic Analysis of Drought Effects on Rainfed Wheat Yield Using Copula Functions (Case Study: Tabriz Plain), *Hydraulics and Water Science*, 34(1), 55-69, [doi: 10.22034/hws.2024.21104](https://doi.org/10.22034/hws.2024.21104).
- Li X, Wang S, Wang F, Wang D, and Huang Y, 2024. Heterogeneity of Compound Drought-Heat Events in the Eastern and Western Regions of Northwest China. Available at SSRN 4917009, [doi:10.2139/ssrn.4917009](https://doi.org/10.2139/ssrn.4917009).
- Mann HB, 1945. Nonparametric tests against trend. *Econometrica, Journal of the econometric society*, 245-259, [doi:10.2307/1907187](https://doi.org/10.2307/1907187).
- Manner H, and Reznikova O, 2012. A survey on time-varying copulas: specification, simulations, and application, *Econometric reviews*, 31(6), 654-687, [doi:10.1080/07474938.2011.606869](https://doi.org/10.1080/07474938.2011.606869).
- McKee TB, Doesken NJ, and Kleist J, 1993. The relationship of drought frequency and duration to time scales. In *Proceedings of the 8th Conference on Applied Climatology* (pp. 179-184). American Meteorological Society.
- Meimandi JB, Bazrafshan O, Esmailpour Y, Zamani H, and Shekari M, 2024. Risk assessment of meteo-groundwater drought using copula approach in the arid region, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 38(4), 1523-1540, [doi:10.1007/s00703-024-04118-5](https://doi.org/10.1007/s00703-024-04118-5).
- Milly PCD, Betancourt J, Falkenmark M, Milly PC, Betancourt J, Falkenmark M, Hirsch RM, Kundzewicz ZW, Lettenmaier DP, and Stouffer RJ, 2008. Stationarity is dead: Whither water management? *Science*, 319(5863), 573-574, [doi:10.1126/science.1152714](https://doi.org/10.1126/science.1152714).
- Moreira EE, Paulo AA, Pereira LS, and Mexia JT, 2006. Analysis of SPI drought class transitions using loglinear models, *Journal of Hydrology*, 331(1-2), 349-359, [doi:10.1016/j.jhydrol.2006.05.011](https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2006.05.011).
- Nelsen RB, 2006. An introduction to copulas. New York, NY: Springer New York, [doi:10.1007/978-0-387-28652-1](https://doi.org/10.1007/978-0-387-28652-1).
- Patton AJ, 2006. Modelling asymmetric exchange rate dependence, *International economic review*, 47(2), 527-556, [doi:10.1111/j.1468-2354.2006.00129.x](https://doi.org/10.1111/j.1468-2354.2006.00129.x).
- Pettitt AN, 1979. A non-parametric approach to the change-point problem. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 28(2), 126-135, [doi:10.1111/j.2517-6161.1979.tb01328.x](https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1979.tb01328.x).
- Salas JD, and Obeysekera J, 2014. Revisiting the concepts of return period and risk for nonstationary hydrologic extreme events, *Journal of hydrologic engineering*, 19(3), 554-568, [doi:10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0000614](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000614).
- Salvadori G, Durante F, and De Michele C, 2025. Advances in copula-based and nonstationary modeling of hydroclimatic extremes, *Journal of Hydrology*, 643, 131045, [doi:10.1016/j.jhydrol.2024.131045](https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2024.131045).
- Salvadori G, Michele CD, Kottegoda NT, and Rosso R, 2007. Extremes in nature: an approach using copulas. Dordrecht: Springer Netherlands, [doi:10.1007/978-94-011-1735-0](https://doi.org/10.1007/978-94-011-1735-0).
- Serinaldi F, and Kilsby CG, 2015. Stationarity is undead: Uncertainty dominates the distribution of extremes, *Advances in Water Resources*, 77, 17-36.

- [doi:10.1016/j.advwatres.2015.03.004](https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2015.03.004) (In Persian with English Abstract).
- Serinaldi F, Bonaccorso B, Cancelliere A, and Grimaldi S, 2009. Probabilistic characterization of drought properties through copulas, *Physics and Chemistry of the Earth*, Parts a/B/C, 34(10-12), 596-605, [doi:10.1016/j.pce.2009.05.004](https://doi.org/10.1016/j.pce.2009.05.004).
 - Shukla S, and Wood AW, 2008. Use of a standardized runoff index for characterizing hydrologic drought. *Geophysical research letters*, 35(2), [doi:10.1029/2007GL032111](https://doi.org/10.1029/2007GL032111).
 - Sklar A, 1959. Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris, 8, 229–231.
 - Soltaninia S, and Eskandaripour M, 2025. Trivariate flood frequency analysis using copula functions: assessing non-stationary hydrological risks under climate change. *Journal of Water and Climate Change*, 16(10), 3130-3156, [doi:10.2166/j.wcc.2025.3130](https://doi.org/10.2166/j.wcc.2025.3130).
 - Song M, Zhang J, Liu Y, Liu C, Bao Z, Jin J, Song M, Zhang J, Liu Y, Liu C, Bao Z, Jin J, He R, Bian G, and Wang G, 2024. Time-varying copula-based compound flood risk assessment of extreme rainfall and high water level under a non-stationary environment. *Journal of Flood Risk Management*, 17(4), e13032, [doi:10.1111/jfrm.13032](https://doi.org/10.1111/jfrm.13032).
 - Spinoni J, Naumann G, Vogt J, and Barbosa, P, 2015. European drought climatologies and trends based on a multi-indicator approach, *Global and Planetary Change*, 127, 50-57, [doi:10.1016/j.gloplacha.2015.03.002](https://doi.org/10.1016/j.gloplacha.2015.03.002).
 - Vicente-Serrano SM, Beguería S, and López-Moreno JI, 2010. A multiscalar drought index sensitive to global warming: the standardized precipitation evapotranspiration index. *Journal of climate*, 23(7), 1696-1718, [doi:10.1175/2010JCLI.3013.1](https://doi.org/10.1175/2010JCLI.3013.1).
 - Wilks DS, 2011. Statistical methods in the atmospheric sciences (Vol. 100). Academic press, [doi:10.1016/C2009-0-06774-1](https://doi.org/10.1016/C2009-0-06774-1).
 - Wu J, Miao C, Tang X, Duan Q, and He X, 2018. A nonparametric standardized runoff index for characterizing hydrological drought on the Loess Plateau, China. *Global and Planetary Change*, 161, 53-65, [doi:10.1016/j.gloplacha.2017.11.008](https://doi.org/10.1016/j.gloplacha.2017.11.008).
 - Zscheischler J, Van Den Hurk B, Ward PJ, and Westra S, 2020. Multivariate extremes and compound events. In *Climate extremes and their implications for impact and risk assessment* (pp. 59-76). Elsevier, [doi:10.1016/B978-0-12-815330-8.00004-2](https://doi.org/10.1016/B978-0-12-815330-8.00004-2).