

EXTENDED ABSTRACT

3D Numerical Comparison of the Behavior of Micropile-Reinforced Rafts under Monotonic Axial Compressive Static Loading

Yazdan Shams Maleki *

Assistant Professor, Faculty of Engineering, Kermanshah University of Technology, Kermanshah 6715685420, Iran

Received: 07 January 2025; **Reviewed:** 17 July 2026; **Accepted:** 25 August 2026**Keywords:**

Micropile group, static loading, displacement, three-dimensional modeling, compressive loading.

1. Introduction

Seismic retrofitting of existing buildings, particularly at the foundation level, is of great importance. Various methods have been employed over the past several decades to improve and strengthen existing or aged foundations. One of the most important methods is the use of micropiles. As a significant innovation of this study, the effects of micropile spacing, the interactions among the micropiles, raft, and soil, as well as different group configurations, are explicitly considered in the three-dimensional numerical models, in contrast to the existing analytical design relationships. Furthermore, unlike analytical approaches, the design criterion adopted in this study is primarily based on the settlement performance of the numerical models. Within the framework of a research program involving three-dimensional numerical simulations using the explicit finite-difference program, the load-bearing capacity of micropile groups in clayey soil under axial compressive loading is first determined. The obtained results are then compared and correlated with those of existing analytical relationships and selected experimental findings.

2. Methodology

2.1. Numerical study

Given the importance and specific application of raft-micropile groups in the seismic retrofitting of the subsoil and foundations of structures, the numerical modeling of micropile groups is investigated in this study. Different micropile group configurations embedded in clayey soil with an undrained cohesion of 50kPa are modeled. Since variations in the groundwater table, water flow, drainage and most importantly, consolidation (long-term time-dependent behavior) of the clay layer defined in this study are not simulated, drained behavior cannot be considered for the clayey soil. Therefore, only short-term static loading (without acceleration and under monotonic loading) is applied to the three-dimensional numerical model. The resulting deformation and settlement of the soil are consequently considered short-term (undrained) responses, accompanied by immediate settlement caused by the instantaneous application of the superstructure load. The elastic modulus of the clayey soil is 25MPa, and its Poisson's ratio is 0.45. In this study, the fully elastoplastic Mohr-Coulomb constitutive model is employed to simulate the clayey soil, while the micropiles are modeled as elastic elements. Owing to the symmetry in the geometry and loading conditions of the problem, and to reduce the computational effort associated with the three-dimensional numerical analysis, only one-quarter (quarter model) of the original model is simulated (Fig. 1). The numerical modeling tool used in this study is the three-

dimensional explicit finite-difference program. The FDM-based software package, was used for the numerical modeling and analysis. The outer diameter of the micropiles modeled in this study is assumed to be 0.15m (half a foot). The center-to-center spacings of the micropiles within the micropile groups are set at 1.00, 1.25, 1.50, 2.00, 2.50 and 3.00m, based on practically feasible construction spacings. The main dimensions of the micropile raft (pile cap) are set at 10×10m in all models. Owing to the symmetry in the geometry and loading conditions of the models, only one-quarter of the raft, measuring 5×5m, is modeled.

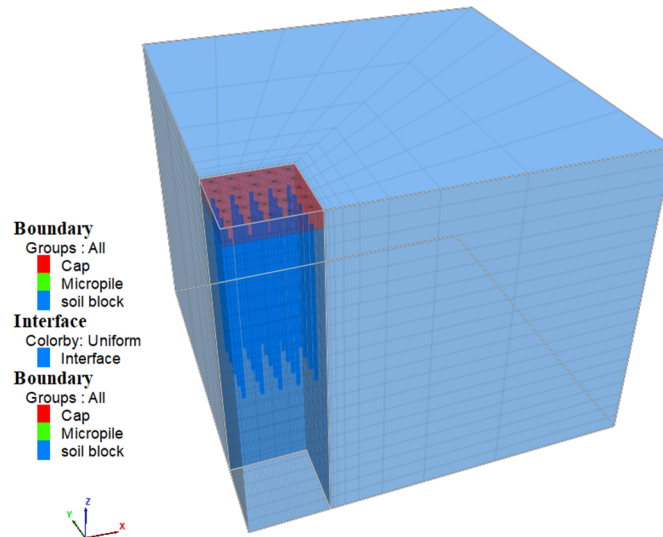


Fig. 1. A three-dimensional finite-difference model of a micropile group representing a quarter of the model, with 5×5 micropiles and a raft

3. Results and discussion

3.1. Comparison of numerical and analytical methods

Fig. 2 presents a simultaneous graphical comparison of the compressive load-bearing capacities of the micropile groups obtained from the numerical models (N) and analytical relationships (A). The graph with solid red squares represents the ultimate compressive load-bearing capacities of the micropile groups obtained from three-dimensional numerical analyses performed using the modeling program, whereas the black graph with solid diamonds represents the results obtained using the analytical relationships. As indicated by this graph, which is based on numerous time-consuming three-dimensional analyses and various analytical calculations using the analytical equations presented previously, the analytical results are generally lower than the numerical results and are therefore considerably conservative in most cases.

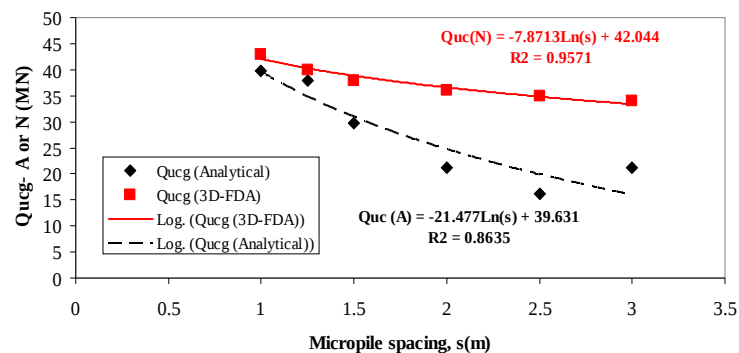


Fig. 2. Simultaneous comparison of the compressive load-bearing capacities of micropile groups obtained from numerical models (N) and analytical relationships (A).

3.2. Displacement Ratios

Fig. 3 shows the normalized displacement (settlement) of the center of the raft along the z-coordinate axis for the three-dimensional numerical models with different micropile spacings, under increasing monotonic compressive loads at four different load levels, from 3MN to ten times this value, i.e., 30MN. The equality line representing identical settlement values for the different micropile configurations is plotted as a dashed line in this figure. According to the results shown in this figure, as the micropile spacing and the surcharge applied to the upper surface of the raft increase, the difference in settlement consistently increases. The reference model, i.e., the denominator used for calculating the settlement ratios, is the quarter model with a micropile spacing of $s=1.0\text{m}$. According to the plotted equality line, only a few combinations of load levels and micropile spacings yield settlement values close to those of the reference model, which has the highest micropile density (i.e., 100 micropiles in the full model and 25 micropiles in the simplified quarter model). The remaining models exhibit substantial increases in settlement differences. The observed range of settlement differences varies from greater than 1 (i.e., more than 100%) to approximately 3 (i.e., 300%). Importantly, considering the range of code-specified allowable settlements for raft foundations with isolated, strip, and spread foundation configurations, a two- to threefold increase in the settlement of the raft-micropile system could pose a major challenge to the superstructure. As evident from the results presented in Fig. 3, an increase in the applied load level independently leads to a further increase in the settlement ratio considered in this comparison.

As an important performance-based design recommendation, when designing and constructing micropile group-raft foundations to control raft settlement, the soil type and properties, foundation type, and allowable settlement should be determined and appropriately coordinated in advance with the nature and magnitude of the superstructure loading. For example, the allowable settlement threshold of a strip foundation cannot be used as the basis for evaluating the performance of a spread raft foundation.

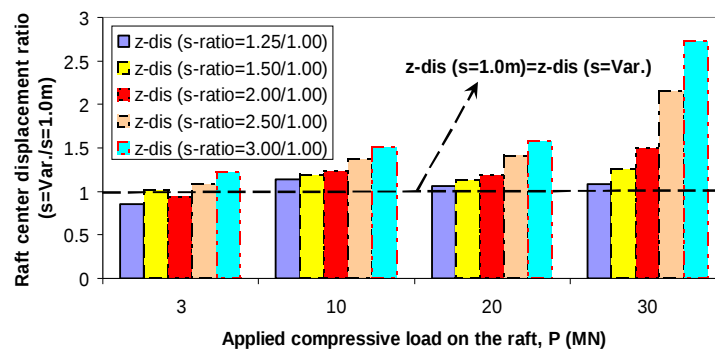


Fig. 3. Normalized displacement (settlement) at the center of the raft for models with different micropile spacings under increasing compressive loads.

4. Conclusions

In this study, the ultimate load-bearing capacity of micropile groups together with the overlying reinforced-concrete raft is evaluated through a simultaneous comparison of the results of three-dimensional numerical analyses performed using the explicit finite-difference program and those obtained from existing analytical relationships. Three-dimensional models of micropile groups with six different spacing configurations and an overlying reinforced-concrete raft are developed in a clayey soil stratum. Axial compressive loads are applied to the raft and micropile groups with different center-to-center spacings. These spacings range from 1 to 3 m and include practically feasible dimensions at full scale. The load-bearing capacities of the raft-micropile groups under compressive loading obtained from the numerical analyses are consistently higher than the conservative results obtained using the existing analytical design relationships. The analytical relationships provide a lower (conservative) and approximate estimate of the ultimate load-bearing capacity, without accounting for the interaction among the micropiles, the soil block, and the raft at the micropile heads, particularly the effects of micropile spacing and group configuration. The difference between the numerical and analytical results ranges from 10% to 50% and increases with increasing micropile spacing within the group.

Furthermore, the existing analytical relationships do not account for performance-based control criteria, such as allowable settlement, when determining the ultimate load-bearing capacity of raft-micropile foundations. This represents a fundamental and non-negligible limitation of these relationships, since the

underlying rationale and primary purpose of using raft-micropile foundations are to control the actual settlements of the substructure and superstructure within the allowable limits specified by design codes, considering the type of foundation soil. In contrast, the existing analytical relationships for estimating the ultimate compressive load-bearing capacity of raft-micropile foundations are not sensitive to settlement and are generally formulated independently of settlement values, settlement relationships, and micropile spacing. The results of this study indicate that the use of a raft supported by a micropile group, whether as an isolated, strip, or raft foundation, leads to variations of 40% (comparison between allowable settlements of 50 and 70 mm) to 100% (comparison between allowable settlements of 50 and 100mm) in the allowable settlement values of the raft-micropile group system.

مقایسه عددی سه بعدی رفتار رادیه‌های - ریزشمع‌دار در بارگذاری‌های استاتیکی مونوتونیک محوری فشاری

یزدان شمس ملکی^{1*}¹ استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه صنعتی کرمانشاه

دریافت: 1403/10/18، بازنگری: 1405/4/26، پذیرش: 1405/6/3، نشر آنلاین: 1405/6/3

چکیده

در حال حاضر، استفاده از ریزشمع‌ها در تسلیح خاک و تقویت پی سازه‌ها به دلیل سهولت در اجرای آن‌ها نسبت به سایر انواع شالوده‌ها، اهمیت زیادی پیدا کرده است. در این مقاله، نتایج مدل‌سازی‌های عددی گروه ریزشمع‌ها در خاک رسی بررسی شده است. مدل‌سازی عددی سه بعدی در قالب روش تفاضل محدود صریح انجام شده است. فاصله‌های مختلف مرکز به مرکز گروه ریزشمع‌ها از 1 تا 3 متر در مدل‌سازی‌های پارامتری عددی منظور شده است. ظرفیت باربری گروه ریزشمع‌ها که به روش عددی به دست آمده، با نتایج حاصل از کاربرد روابط تحلیلی در مراجع معتبر طراحی، مقایسه شده است. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که روابط تحلیلی موجود، ظرفیت باربری محافظه کارانه‌ای نسبت به یافته‌های عددی به دست می‌دهند. درواقع مقادیر تحلیلی برای بارگذاری گروه ریزشمع‌ها در انواع چیدمان‌های گروه، در اغلب موارد کوچک‌تر از نتایج عددی هستند. مقادیر نتایج تحلیلی برای کمیت ظرفیت باربری فشاری نهایی رادیه ریزشمع‌دار به صورت نسبی بین 90% تا 50% یافته‌های عددی متناظر است (اختلاف به ترتیب بین 10% تا 50%) و هرچه تعداد ریزشمع‌ها در گروه بیشتر می‌شود (معادل کاهش فاصله بین ریزشمع‌ها در گروه)، اختلاف نتایج این دو روش نیز کمتر می‌شود.

کلیدواژه‌ها: گروه ریزشمع، بارگذاری استاتیکی، جابه‌جایی، مدل‌سازی سه بعدی، بارگذاری فشاری.

1- مقدمه

دو غاب مصرفی در ریزشمع‌ها کمتر از بتن مورد استفاده در شمع‌ها است. همچنین بر اساس مرور ادبیات فنی موجود، استفاده از ریزشمع‌ها برخلاف شمع‌ها، معمولاً به صورت تکی، صرفه اقتصادی و کارایی فنی کمتری دارد و به طور معمول به صورت گروهی با روش اجرای قائم یا مایل، به کار برده می‌شوند (FHWA، 2005). در سال‌های اخیر، مطالعات عددی جامعی در خصوص رفتار رادیه‌های شمع‌دار در خاک رسی نرم انجام شده است (Ferchat و همکاران، 2021؛ Elsawwaf و همکاران، 2022) که تا حدودی یافته‌های آن‌ها مشابه رادیه‌های ریزشمع‌دار است. مطابق تعاریف موجود ریزشمع نوعی مسلح کننده خاک است، که قطر یا پهنای آن به طور معمول کمتر از یک فوت یا 30 سانتی متر است (FHWA، 2005).

تفاوت‌های عمده ریزشمع‌ها در نوع روش ایجاد آن‌ها یا فلسفه

بهسازی لرزه‌ای ساختمان‌های موجود به ویژه در بخش پی آن‌ها، اهمیت بسیار زیادی دارد. روش‌های مختلفی در دهه‌های متمادی به منظور بهسازی و تقویت پی‌های موجود یا قدیمی به کار گرفته شده‌اند. یکی از مهم‌ترین روش‌ها، استفاده از ریزشمع‌ها یا میکروپایل‌ها¹ می‌باشد. ریزشمع‌ها می‌توانند به صورت تکی یا گروهی به کار گرفته شوند. معمولاً روش اجرای ریزشمع به شکل گروهی به همراه یک رادیه فوقانی (MPR)²، از اقبال بیشتری در بین محققین و مهندسين برخوردار است (FHWA، 2005).

یکی از مهم‌ترین مزیت‌های ریزشمع‌ها در مقایسه با شمع‌ها، سادگی اجرا و نیاز به فضای کمتر می‌باشد. همچنین هزینه‌های مصرفی در زمینه تهیه مصالح فولاد و بتن در ساخت آن‌ها به مراتب کمتر از شمع‌هاست. از سویی به صورت بدیهی مقاومت و سختی

2. Micro Piled-Raft

1. Micropiles



مهمی همانند ظرفیت باربری ژئوتکنیکی و رفتار گروهی مورد بررسی مفصلی قرار گرفته است (Han و Ye، 2014، Alnuaim و همکاران، 2014).

علاوه بر این، ریزشمع‌های از جنس لوله توخالی تحت اثر بارهای فشاری و مونوتونیک⁴ محوری مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند (Drbe و El Naggar، 2014). افزون بر این موارد، مطالعه‌ای میدانی در مورد رفتار یک شالوده متکی بر ریزشمع‌ها توسط Han و Ye (2006) انجام شده است. عملکرد رادیه‌های ریزشمع‌دار در خاک رس طی اجرای یک شبیه‌سازی عددی توسط Alnuaim و همکاران (2018) بررسی گردیده است. محاسبه رفتار بار- تغییر شکل و سختی محوری مجموعه رادیه و ریزشمع‌ها با تغییر سختی رادیه (صفحه سرشمع یا کلاهک فوقانی) در قالب روش عددی و بررسی نتایج سانتریفیوژ ژئوتکنیکی، موضوع اصلی این مطالعه بوده است. افزون بر آن، تعیین ظرفیت باربری برکنش ریزشمع‌های تعبیه شده در خاک و سنگ با در نظر گرفتن شرایط شیب‌داری نصب ریزشمع‌ها، موضوع پژوهش اخیر Abbas و همکاران (2021) است.

در این پژوهش، به‌روش تجربی اثبات می‌شود که اجرای ریزشمع‌ها با زاویه غیر قائم، باعث افزایش ظرفیت باربری کششی آن‌ها می‌شود. عملکرد ریزشمع‌های میله‌ای (لوله‌ای) توخالی با استفاده از دوغاب سبز حاوی ضایعات زباله‌ای ماسه‌ای، موضوع پژوهش تجربی و آزمایشگاهی Aboutabikh و همکاران (2019) بوده است. مطالعه عددی بر روی رفتار گروه میکروپایل‌ها (ریزشمع‌ها) که تکیه‌گاه و باربری لازم برای دستگاه‌های هیدروکینتیک دریایی ثابت شده در بستر دریایی ماسه‌ای را فراهم می‌کنند، موضوع مطالعه Jamaledin و همکاران (2024) بوده است. روش عددی اجزای محدود سه‌بعدی و برنامه تحقیقاتی PLAXIS 3D ابزار اصلی انجام مطالعات آن‌ها بوده است (Jamaledin و همکاران، 2024). کاربرد ترکیب ریزشمع‌ها با تیرهای جفت در ورودی تونل متقاطع با توده‌های ضعیف گسیخته شده، جهت کنترل میزان تغییر شکل‌ها، موضوع مطالعه انجام شده توسط Wu و همکاران (2023) است.

مطابق ارزیابی‌های جامع ادبیات فنی و پژوهش‌های پیشین بررسی شده، در مقالات حال حاضر، کمتر به مقایسه نتایج روش‌های عددی و تحلیلی درخصوص برآورد ظرفیت باربری گروه ریزشمع‌ها تحت اثر بارگذاری‌های محوری فشاری پرداخته شده است. مقالات بسیار اندکی درخصوص موضوع کاربرد روابط تحلیلی و مقایسه نتایج آن با مدل‌سازی‌های عددی سه‌بعدی در زمینه مسئله ریزشمع‌ها- رادیه وجود دارد. دلیل این موضوع نیز عموماً دشواری مدل‌سازی‌های عددی، آزمایشگاهی یا تجربی، برای

بارگذاری روی آن‌ها نهفته است (FHWA، 2005).

از نظر روش اجرایی، بسته به نحوه تزریق دوغاب (ثقیلی یا تحت فشار) چهار نوع ریزشمع A، B، C و D تعریف می‌شود. ریزشمع به‌طور کلی از یک هسته مرکزی فولادی، دوغاب تزریقی اطراف آن و گاهی غلاف³ تشکیل می‌شود. نوع تزریق دوغاب از دیدگاه تزریق یک مرحله‌ای یا دو مرحله‌ای و همچنین تزریق دوغاب با و بدون فشار (ثقیلی)، تفاوتی است که چهار نوع ریزشمع متداول A، B، C و D را برحسب روش اجرا، از یکدیگر متمایز می‌سازد (FHWA، 2005).

ریزشمع‌ها از نظر شکل ظاهری شبیه شمع‌ها هستند، اما با این تفاوت مهم که معمولاً به‌دلیل قطر کوچک ریزشمع‌ها نسبت به شمع‌ها، عموماً از ظرفیت باربری اتکایی بخش انتهایی (نوک) آن‌ها صرف‌نظر می‌کنند و اغلب مزیت‌های مرتبط با ظرفیت باربری اصطکاکی (عملکرد شناور جداری) آن‌ها مدنظر طراحان و محققین قرار می‌گیرد (FHWA، 2005).

در چند سال اخیر، پژوهش‌ها و مقالات ارزشمندی در خصوص موضوع برآورد دقیق ظرفیت باربری و نشست (تغییر شکل) ریزشمع‌ها ارائه شده است. برای مثال، راه‌حل‌های تحلیلی به‌منظور برآورد ظرفیت باربری و تغییر شکل ریزشمع تحت اثر بارهای فشاری و کششی توسط Misra و Chen (2004) پیشنهاد شده است.

در مطالعه‌ای دیگر Alnuaim و همکاران (2015) عملکرد رادیه ریزشمع‌دار در خاک ماسه‌ای تحت اثر بارگذاری‌های هم‌مرکز عمودی (قائم) را مورد بررسی قرار داده‌اند. ریزشمع‌های در خاک رسی تحت اثر بارگذاری‌های محوری فشاری یا کششی در مطالعه دیگری بررسی شده‌اند (Alnuaim و همکاران، 2006). در پژوهش Isam و همکاران (2012) تحلیل‌های ارتجاعی-خمیری سه‌بعدی در خصوص عملکرد لرزه‌ای ریزشمع‌های مایل ارائه شده است.

در تحقیق Salisbury و Davidow (2014) مفاهیم اساسی مرتبط با روش‌های طراحی و ساخت فعلی برای پی‌های نگهداری شده توسط ریزشمع‌ها در سازه‌های انتقال قدرت (الکتریکی) در آمریکای شمالی مطرح شده‌اند.

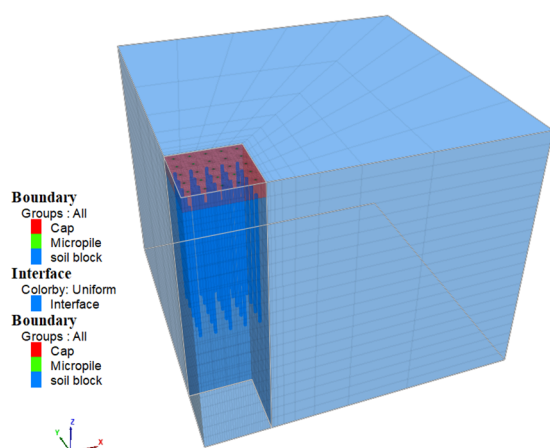
مقاله دیگری نیز توسط Sharma و همکاران (2014) با هدف توسعه مدلی تجربی برای مطالعه عملکرد ریزشمع‌های عمودی و مایل انتشار یافته است. همچنین سازوکار ظرفیت باربری پی‌های گسترده تقویت‌شده با ریزشمع‌ها توسط Tsukada و همکاران (2006) مطالعه شده است.

کاربرد ریزشمع‌های از نوع لوله‌ای توخالی فولادی در خاک‌های چسبنده رسی در دهه اخیر میلادی از دیدگاه‌های

4. Monotonic

3. Casing

کوتاه مدت (زهکشی نشده) و توأم با وقوع "نشست آبی" ناشی از بارگذاری آبی روسازه است. مدول ارتجاعی خاک رسی 25MPa و نسبت پواسون آن 0/45 است. در این مقاله، مدل رفتاری به کار رفته برای مدل سازی خاک رسی مدل ارتجاعی - خمیری کامل مورکولمب و مدل تعریف ریزشمع ها از نوع ارتجاعی است. به جهت وجود تقارن در هندسه و بارگذاری مسئله و به منظور کاهش حجم محاسبات عددی سه بعدی تنها یک چهارم (ربعی) از مدل اصلی مدل سازی شده است (شکل 1). ابزار مدل سازی مسئله تحقیق حاضر، شامل برنامه تفاضل محدود صریح سه بعدی FLAC^{3D} است. قطر خارجی ریزشمع های مدل سازی شده در این مطالعه، معادل 0/15 متر (نیم فوت) در نظر گرفته شده است. فواصل مرکز به مرکز ریزشمع ها در گروه ریزشمع، بر اساس فواصل اجرایی (عملیاتی) قابل انجام 1/00، 1/25، 1/50، 2/00، 2/50 و 3/00 متری، تنظیم شده است. ابعاد اصلی صفحه رادیه (کلاهک) ریزشمع ها در همه مدل ها برابر 10×10 متر منظور شده است، که همواره به دلیل وجود تقارن در هندسه و بارگذاری مدل ها، ربعی از آن شامل 5×5 متر مربع، مدل سازی شده است. علاوه بر آن، طول ریزشمع ها در مدل های عددی برابر 10 متر منظور شده است. براین اساس، نسبت طول به قطر ریزشمع ها (L/D) معادل 66/7 خواهد بود. ضخامت رادیه (کلاهک یا سرشمع) در همه مدل های عددی و تحلیلی ثابت و برابر 1 متر است. جنس رادیه از بتن مسلح با مدول ارتجاعی 24GPa و نسبت پواسون 0/20 است. همچنین وزن مخصوص بتن مسلح برابر 25kN/m³ است. هسته مرکزی ریزشمع ها از یک میلگرد آجدار فولادی (فولاد St37) به قطر 32 میلی متر، نسبت پواسون 0/30 و با چگالی وزنی 78/50kN/m³ تشکیل شده است. از سویی، چگالی مرکب (ادغام شده) کل مدل هریک از ریزشمع ها (شامل هسته مرکزی فولادی و دوغاب محیطی آن) برابر 27kN/m³ است.



شکل 1- نمونه مدل سه بعدی گروه ریزشمع ها به روش تفاضل محدود برای یک چهارم مدل با تعداد 5×5 ریزشمع و رادیه

بررسی نتایج و کنترل میزان دقت و صحت نتایج حاصل از این موضوع بوده است. همچنین با بررسی دقیق تر مطالعات اخیر در خصوص ظرفیت باربری و سختی گروه ریزشمع ها مشخص می شود که اغلب تحقیقات جدید در این زمینه، معطوف به کاربرد روش های مبتنی بر محاسبات نرم (Mukherjee و Borthakur، 2025؛ Das و Borthakur، 2025؛ Golsefidi و همکاران، 2026) یا روش کاملاً شناخته شده اجزای محدود (Elsawwaf و El Naggar، 2024؛ AbdIbrahim و Naggar، 2023) است و کمتر به مدل سازی های عددی سه بعدی تفاضل محدود صریح با لحاظ اندرکنش کامل خاک - ریزشمع ها با تمرکز بر صرفاً ظرفیت باربری فشاری نهایی و مقایسه نتایج عددی - تحلیلی پرداخته شده است.

به عنوان یک نوآوری مهم در این مقاله، در مدل های عددی سه بعدی اثر فاصله بین ریزشمع ها، اندرکنش بین آن ها و رادیه و خاک و نیز تأثیر چیدمان های گروهی مختلف، برخلاف روابط طراحی تحلیلی موجود، منظور شده است. همچنین مخالف روش تحلیلی، معیار طراحی بر مبنای عملکرد نشست مدل های عددی، معیار کلیدی انجام این مطالعه است. در این مقاله، در چارچوب اجرای مدل های عددی سه بعدی در برنامه تحقیقاتی مدل سازی عددی تفاضل محدود صریح FLAC^{3D}، ابتدا ظرفیت باربری گروه ریزشمع ها در خاک رسی، تحت بارگذاری های محوری فشاری به دست آمده و سپس با نتایج نظیر روابط تحلیلی و برخی یافته های آزمایشگاهی، مقایسه و همسنجی شده است.

2- برنامه مطالعاتی

جهت مطالعه دقیق ابعاد مختلف موضوع تحقیق حاضر، به صورت هم زمان، نتایج مدل سازی های عددی سه بعدی و مقادیر محاسبه شده از روابط طراحی روش تحلیلی موجود، با یکدیگر مقایسه شده اند. در ادامه به معرفی این موارد پرداخته می شود.

2-1- روش عددی

به سبب اهمیت و کاربرد ویژه موضوع رادیه و گروه ریزشمع ها در مبحث بهسازی لرزهای بستر و پی سازه ها، در مطالعه حاضر مسئله مدل سازی عددی گروه ریزشمع ها مدنظر قرار گرفته است. گروه های مختلف ریزشمع در خاک رسی با چسبندگی زهکشی نشده 50kPa مدل سازی شده اند. با توجه به این که اثرات تغییر سطح ایستایی، وقوع جریان آب، زهکشی و از همه مهم تر تحکیم (رفتار زمانی بلندمدت) لایه رسی (تعریف شده در این پژوهش) شبیه سازی نمی شود، رفتار زهکشی شده ای برای خاک رسی، نمی توان منظور کرد. از این رو صرفاً، بارگذاری کوتاه مدت استاتیکی (بدون شتاب و مونتونیک) به مدل عددی سه بعدی اعمال شده است، که رفتار تغییر شکل و نشست خاک در مقابل آن، از نوع

شکل (1) نمونه مدل سه بعدی گروه ریزشمع‌ها در برنامه تفاضل محدود برای یک ربع مدل با تعداد 5×5 ریزشمع و فواصل مرکزیه مرکز ریزشمع‌های برابر $s=1.0m$ را نمایش می‌دهد. افزون بر آن خاطرنشان می‌گردد که با توجه به این که نرم‌افزار سه بعدی انتخاب شده جهت مدل‌سازی مسئله تحقیق حاضر، یک برنامه نرم‌افزاری کاربرپسند نیست، نظر به پیچیدگی‌های ابعادی و هندسی ایجاد مدل عددی سه بعدی، کدنویسی‌های طولانی و طاقت‌فرسای (به‌ویژه از دیدگاه کنترل و حذف تمامی هشدارها و خطاهای برنامه نوشته شده) در زبان برنامه‌نویسی درونی خود برنامه نرم‌افزاری، انجام شده است.

مطابق شکل (1) در همه مدل‌ها، تراکم (دانسیته یا چگالی) مش‌بندی المان‌های چهاروجهی (تتراهدرال)⁶ در مجاورت نقاط مهم و کلیدی مدل سه بعدی افزایش یافته و در نواحی دور، با هدف کاهش زمان محاسبات و حجم ماتریس‌های الگوریتم عددی تشکیل شده، از دانسیته مش‌بندی کاسته شده است. کاهش دانسیته مش‌بندی و سپس افزایش آن، مرتبط با مبحث "تحلیل‌های حساسیت مش‌بندی" انجام شده در این مطالعه است. به‌طوری‌که برای هر کدام از چیدمان‌های ریزشمع‌ها، شش دانسیته مش‌بندی مختلف امتحان شده و از بین این شش عدد، دانسیته مش‌بندی که نزدیک‌ترین مقدار به پاسخ میانگین شش مقدار را داشته، انتخاب شده است. همچنین بیشینه اختلاف پاسخ‌های مدل‌های عددی برای این شش دانسیته مختلف کنترل شده، مابین مقادیر ناچیز $2/3\%$ تا $5/4\%$ در نوسان بوده است. معمولاً در شبیه‌سازی‌های عددی، ریزترین ساختار شبکه (و مش‌بندی) انتخابی، دقیق‌ترین جواب را در اختیار می‌گذارد، اما سوی دیگر، اغلب زمان تحلیل‌های مدل عددی را نیز بسیار افزایش می‌دهد. گاهی مش‌بندی و شبکه‌بندی اندکی یا مقداری درشت‌تر که زمان انجام تحلیل را کاهش می‌دهد نیز، همان جواب‌ها با اندکی تفاوت قابل اغماض و قابل قبول (مجاز) را در اختیار می‌گذارد. هدف از این کار، نیل به‌همین هدف و موضوع است. بایستی ابعادی از مش و شبکه را یافت، که بهترین جواب نزدیک به ریزترین مش و شبکه را در اختیار قرار دهد و از سویی زمان تحلیل‌های عددی را مشابه مش‌بندی‌های خیلی ریز، بهبود یافته ندهد.

3- صحت‌سنجی روش و برنامه محاسباتی

3-1- مدل واقعی سانتریفیوژ ژئوتکنیکی

جهت صحت‌سنجی⁷ و واسنجی⁸ مدل‌ها و روش عددی انتخاب شده نزدیک‌ترین مدل به موضوع مقاله حاضر انتخاب و مجدداً توسط روش و نرم‌افزار عددی مورد استفاده این مطالعه،

جهت مدل‌سازی ناحیه فصل مشترک بین ریزشمع‌ها و خاک و نیز بین خاک و رادیه سرشمع‌ها، از مدل معیار برشی کولمب با سختی‌های نرمال K_n و برشی K_s معادل $4GPa/m$ استفاده شده است. این مقدار از سختی المان‌های فصل مشترک، زمان تحلیل مدل‌های عددی را بسیار طولانی می‌کند. مشخصات مقاومتی تعریف محیط فصل مشترک نیز همان مشخصه‌های مقاومتی خاک رسی پیرامونی فرض شده‌اند. ابعاد دامنه مدل عددی سه بعدی (شکل (1)) در هر طرف محورهای افقی X و Y پنج برابر عرض ربع رادیه در مدل یک‌چهارم (معادل 25 متر)، در عمق ریزشمع‌ها و در راستای محور Z دو برابر کل طول ریزشمع‌ها و برابر 20 متر منظور شده است. به‌طور کلی، ابعاد مدل عددی یک‌چهارم برابر $20 \times 25 \times 25$ مترمکعب است (شکل (1)). همچنین از مش‌بندی ریز با تراکم دستکاری شده در فواصل دور و نزدیک مدل رادیه- ریزشمع‌دار با تعداد نقاط شبکه مابین 63000 تا 12200 عدد، به‌ترتیب برای مدل‌ها با فواصل ریزشمع از 1 تا 3 متر استفاده شده است. شرایط مرزی استاتیکی در کف مدل‌های سه بعدی گیردار در هر سه جهت محورهای مختصات و در دیواره‌های قائم مدل، از نوع غلظتی با آزادی حرکت در راستای نشست و هم‌جهت با بارگذاری فشاری محوری تعریف شده است. مشخصات رابط و فصل مشترک به‌کمک تعریف المان‌های سه‌گره‌ای مثلثی شکل در محل فصل مشترک‌های بین مصالح خاکی- رادیه- ریزشمع‌ها تعریف شده است. همچنین معیار مقاومتی آن منطبق بر معیار مقاومت برشی "کولمب" با استفاده از پارامترهای مقاومتی چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی مصالح خاکی مجاور فصل مشترک است. تحلیل عددی از نوع تفاضل محدود صریح (غیرضمنی) با عدم بازگشت رویه تکراری به جواب‌های قبلی، در حین حل الگوریتم مدل مسئله و پیشرفت چرخه‌های تکرار عددی آن است. معیار توقف مدل، رسیدن به مقدار آستانه نشست مجاز برای هر یک از انواع رادیه‌های تکی، نواری و گسترده در حین اعمال بارگذاری فشاری گسترده روی رادیه‌ها است. همچنین خاتمه نهایی تحلیل مدل از دیدگاه عددی می‌تواند با وقوع نشست بیش از حد یا عدم تعادل در روند حل مدل عددی همراه گردد. کنترل پایداری مدل عددی توسط بررسی نمودار تغییرات نسبت نیروی نامتعادل گره‌ای⁵ در حین اجرای تحلیل تفاضل محدود سه بعدی انجام شده است. به‌طوری‌که به‌طور معمول در تحلیل‌های عددی استاتیکی توسط این روش و برنامه، مقدار معمول این نسبت در حد 10^{-5} تا 10^{-6} ایده‌آل و قابل قبول است. همچنین نمودار نسبت نیروی نامتعادل گره‌ای برحسب تعداد گام‌های تحلیل عددی، بایستی همواره روندی نزولی، کاهشی، هموار و غیرنوسانی داشته باشد.

7. Verification
8. Calibration

5. Unbalanced force ratio (UFR)
6. Tetrahedral

2-3- مدل کامل (تمام - مقیاس) صحرایی

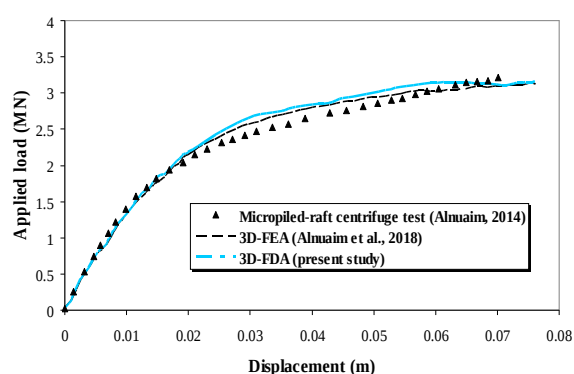
افزون بر مورد صحت‌سنجی قبلی، یک مثال موردی دیگر از منابع علمی انتخاب و برای بررسی اعتبار تحلیل‌های تفاضل محدود سه‌بعدی در این مطالعه مورد استفاده قرار گرفته است. برای این منظور، نتایج حاصل از آزمایش بارگذاری میدانی در مقیاس کامل برای مدل ریزشمع - رادیه با پیکربندی گروه ریزشمع 2×2 از Kyung و همکاران به‌دست آمده و با نتایج حاصل از تحلیل اجزای محدود سه‌بعدی 3D-FEA مطالعه Kim و همکاران (2019) و یافته‌های تحلیل تفاضل محدود سه‌بعدی مطالعه حاضر 3D-FDA مقایسه شده است. محل آزمایش میدانی در شهر Gochang در کشور کره جنوبی واقع شده است، که در آن شرایط خاک لایه‌ای متشکل از ماسه‌های سیلتی و رس مشاهده شده است. جدول (1) مشخصات اساسی خاک را با عمق در محل آزمایش نشان می‌دهد. در زیر لایه ماسه لای دار SM بالایی، لایه رس سیلتی CL با خاصیت خمیری کم برای عمق 1 تا 6 متر که توسط لایه ماسه سیلتی پوشانده شده، مشاهده شده است. برای نصب رادیه - گروه ریزشمعها MPR، یک میلگرد فولادی با قطر 65 میلی‌متر وارد گمانه شده و دوغاب نوع C برای تشکیل ریزشمعها با فشار تزریق $1/3$ مگاپاسکال اعمال شده است. قطر و طول ریزشمعها به ترتیب $0/165$ و 9 متر است. قبل از دوغاب‌ریزی، غلاف، از طریق لایه ماسه لای دار بالایی تا عمق 6 متری لایه رسی وارد شده، تا از ریزش گمانه جلوگیری شود. بنابراین، ناحیه بدون غلاف‌گذاری، لایه ماسه سیلتی بعد از عمق 6 متری است. اگرچه شرایط خاک مورد نظر در این مطالعه در لایه اصلی مجاور ریزشمعها رسی است، اما موردی با شرایط خاک مخلوط انتخاب شد، چراکه یافتن نمونه موردی واقعی با شرایط رس خالص دشوار است.

برای شبیه‌سازی اجزای محدود آزمایش‌های بارگذاری میدانی در مطالعه Kim و همکاران (2018) و نیز مدل‌سازی‌های تفاضل محدود در مطالعه حاضر، مقادیر مدول ارتجاعی (E) با استفاده از همبستگی Kulhawy و Mayne به‌دست آمده است، که در آن E به‌عنوان تابعی از عدد آزمون نفوذ استاندارد N_{SPT}^9 با توجه به نوع خاک داده شده است. همچنین برای لایه ماسه سیلتی پایینی، به‌دلیل خواص مصالح دانه‌ای، تهیه نمونه‌های خاک دست‌نخورده ممکن نبوده و تنها نتایج آزمایش خاک موجود و ممکن، مقادیر N_{SPT} بوده است. براین اساس، مقدار E برابر با 37 مگاپاسکال محاسبه شده است. برای لایه رس میانی، مقدار R_{int} برابر با $0/70$ به‌عنوان یک مقدار معمول و متعارف انتخاب شده است، که نشان می‌دهد 70٪ از مقاومت رس در سطح مشترک ریزشمع - خاک بسیج می‌شود. برای لایه ماسه سیلتی پایینی، مقدار R_{int} برابر با

شبیه‌سازی شده است. در این بخش، نمونه‌ای از نتایج آزمایشگاهی رادیه ریزشمع‌دار تحت بارگذاری فشاری توسط روش عددی مطالعه حاضر به‌منظور صحت‌سنجی و راستی‌آزمایی یافته‌های عددی شبیه‌سازی شده و نمودار نتایج بار - جابه‌جایی آن در شکل (2) جهت مقایسه و درک بهتر یافته‌ها ترسیم شده است.

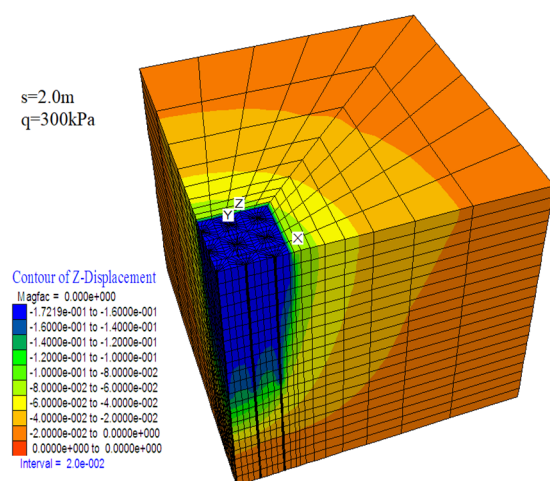
نتایج آزمایشگاهی مربوط به یک مدل رادیه ریزشمع‌دار مدل‌سازی شده توسط سانتریفیوژ ژئوتکنیکی با ضخامت رادیه (رَفت) $0/6$ متر است. مشخصات کامل هندسی مدل‌ها و ویژگی‌های مقاومتی و سختی مصالح خاک رسی و ریزشمعها در مراجع اصلی (Alnuaim, 2014; Alnuaim و همکاران, 2018) داده شده است.

کالیبراسیون (واستنجی) مدل پس از تعدیل مشخصات خاک و فصل مشترک ریزشمع - خاک توسط کاربرد ضریب کاهش مقاومت فصل مشترک ریزشمع - خاک R_{int} انجام شده است. برای این‌منظور، همانند مقالات مرجع اصلی (Alnuaim, 2014; Alnuaim و همکاران, 2018) بهترین نسبت E_u/S_u و مقادیر بهینه S_u و E_u بر اساس معادلات پیشنهادی شامل تغییرات خطی این مقادیر از سطح زمین تا عمق دلخواه، انتخاب شده است. در همین راستا، مقدار E_u مدول ارتجاعی زهکشی‌نشده خاک رسی و S_u مقاومت (چسبندگی) زهکشی‌نشده خاک رسی برحسب یکای معمول کیلوپاسکال است. درنهایت مقدار ضریب R_{int} انتخابی برای تعیین مقادیر مشخصه‌های مقاومتی فصل مشترک مدل‌ها برابر مقدار $0/95$ به‌کار برده شده است. مطابق شکل (2) توافق بسیار خوبی بین نتایج عددی سه‌بعدی تفاضل محدود صریح این مطالعه، یافته‌های مدل‌سازی‌های اجزای محدود مقالات مرجع (Alnuaim, 2014; Alnuaim و همکاران, 2018) و سانتریفیوژ برای مدل رادیه ریزشمع‌دار (یا به اختصار MPR) دیده می‌شود.



شکل 2- نتایج صحت‌سنجی بار - جابه‌جایی برای مدل رادیه - ریزشمع‌دار به ضخامت رادیه $0/60$ متر (Alnuaim, 2014)

در زیر مجموعه گروه ریزشمع‌ها برابر 14/00 تا 14/70 سانتی‌متر به‌دست آمده است. این مقدار از نشست در مقایسه با نتایج نشست شکل (4) به‌میزان 12/5% تا 17% کوچک‌تر به‌دست آمده است. این یافته به‌درستی مؤید آن است که افزایش فاصله ریزشمع‌ها در گروه از 1/5 به 2 متر، باعث افزایش 12 تا 17 درصدی نشست‌های خاک در زیر مجموعه گروه ریزشمع‌ها می‌شود. در این مقاله، اجرا و انجام تحلیل‌های عددی سه‌بعدی، با توجه به کثرت تعداد المان‌های مدل، اختلاف زیاد بین ابعاد مش‌بندی در نقاط مختلف مدل (محیط بلوک سه‌بعدی خاک، ابعاد کوچک ریزشمع‌ها و ...) و نیز اختلاف بسیار بالای سختی خاک‌رسی، ریزشمع‌ها و رادیه (سرسیم) بتن مسلح، بسیار زمان‌بر بوده است، به‌گونه‌ای که اجرای مدل نرم‌افزاری برخی از تحلیل‌های سه‌بعدی عددی در طی چند روز تا چند هفته با ذخیره مقطعی هر گام از پیشرفت تحلیل مدل‌های عددی سه‌بعدی، انجام شده است. همچنین تفاوت بین تعداد ریزشمع‌ها در گروه‌ها نیز باعث ایجاد اختلاف در زمان طولانی انجام تحلیل‌های سه‌بعدی می‌شود.



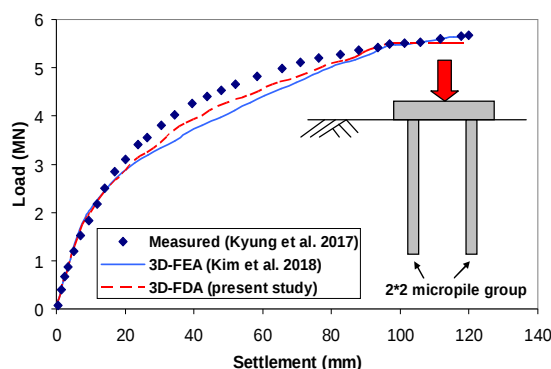
شکل 4- جابه‌جایی قائم (نشست) مدل سه‌بعدی با فواصل مرکز به مرکز 2 متر و سربار سطحی تا 300 کیلوپاسکال

چنانچه قبلاً نیز اشاره شد، مطابق شکل‌های (4) و (5) به‌منظور کاهش تا حد امکان زمان اجرای تحلیل مدل‌های عددی، المان‌های دور و نزدیک در مدل عددی (نسبت به موقعیت گروه ریزشمع‌ها)، به‌صورت از قبل طراحی شده‌ای، دارای اختلاف ابعاد و تراکم مش‌بندی هستند. بدیهی است که المان‌های میدان - دور مدل عددی، تأثیر ناچیزی بر نتایج نهایی دارند، درحالی‌که المان‌های میدان - نزدیک تعیین‌کننده دقت و میزان صحت یافته‌های نهایی هستند. در شکل‌های (4) و (5) مقدار کمیت q برابر سربار استاتیکی یکنواخت معادل در واحد سطح (اعمال‌شده در سطح فوقانی رادیه - سرشمع بالای گروه ریزشمع‌ها) در هر مرحله از

0/80 منظور شده است، تا شرایط ناحیه پیوند بدون غلاف با تزریق تحت فشار در نظر گرفته شود. شکل (3) منحنی‌های بار - نشست رادیه - گروه ریزشمع به‌دست آمده از آزمایش بارگذاری میدانی و تحلیل اجزای محدود سه‌بعدی 3D-FEA مقاله Kim و همکاران (2018) و تحلیل تفاضل محدود سه‌بعدی 3D-FDA مطالعه حاضر را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل (3) نشان داده شده است، توافقی و تطابق نزدیکی بین منحنی‌های بار - نشست اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده توسط دو روش عددی مجزا، در این نمودار مشاهده شده است.

جدول 1- مشخصات خاک در لایه‌های مختلف در آزمون مدل میدانی مقیاس کامل (صحرائی)

نوع خاک	عمق (m)	چگالی مرطوب γ_t (kN/m ³)	مقاومت برشی زهکشی نشده s_u (kPa)	زاویه اصطکاک داخلی مؤثر ϕ' (deg)
ماسه سیلتی SM	0-1	17/58	17/40	28/64
رس CL	1-6	18/77	22/40	-
ماسه سیلتی SM	6-10	17/83	32/60	33/52



شکل 3- نتایج صحت‌سنجی بارگذاری فشاری برای گروه 4تایی ریزشمع‌ها و رادیه فوقانی در خاک رس در مدل صحرائی

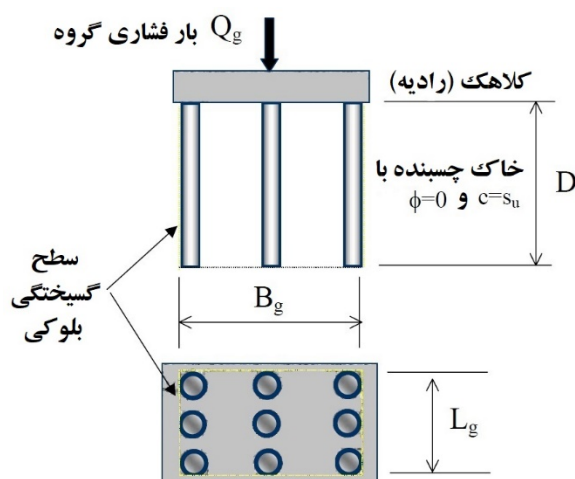
4- بررسی تعدادی از خروجی‌های مدل‌سازی عددی سه‌بعدی

در ادامه شکل (4) جابه‌جایی قائم (نشست) مدل سه‌بعدی رادیه - گروه ریزشمع با فواصل مرکز به مرکز مابین ریزشمع‌های 2 متر و سربار سطحی تا 300 کیلوپاسکال را ارائه می‌کند. مطابق این شکل، برای این مقدار از بارگذاری، نشست در بازه 16/0 تا 17/2 سانتی‌متر در ناحیه زیر گروه ریزشمع‌ها مشاهده می‌شود. شکل (5) جابه‌جایی قائم (نشست) مدل سه‌بعدی با فواصل مرکز به مرکز 1/5 متر و سربار سطحی تا 300 کیلوپاسکال را نشان می‌دهد. مطابق این شکل، حداکثر جابه‌جایی قائم معادل نشست

$$N_c = 5 \left(1 + \frac{0.2B_g}{L_g} \right) \left(1 + \frac{0.2D}{B_g} \right) \quad \text{for } \frac{D}{B_g} \leq 2.50 \quad (2)$$

$$N_c = 7.5 \left(1 + \frac{0.2B_g}{L_g} \right) \quad \text{for } \frac{D}{B_g} > 2.50 \quad (3)$$

روابط فوق، روابطی متداول برای محاسبه ظرفیت باربری نهایی گروه ریزشمع‌ها تحت بارگذاری فشاری و در خاک‌های چسبنده (رسی) هستند (FHWA، 2005). این روابط در چارچوب مفاهیم اصلی مرتبط با دیدگاه سازه‌ای هستند. در دیدگاه سازه‌ای ظرفیت باربری ریزشمع‌ها از مجموع ظرفیت باربری کششی (هسته فولادی یا میلگرد مرکزی) و ظرفیت باربری اصطکاکی - فشاری دوعاب اطراف میلگردها (پیرامون هسته فولادی مرکزی) با رعایت ضرایب مربوطه در طراحی‌های متداول بتن مسلح حاصل می‌شوند (FHWA، 2005).



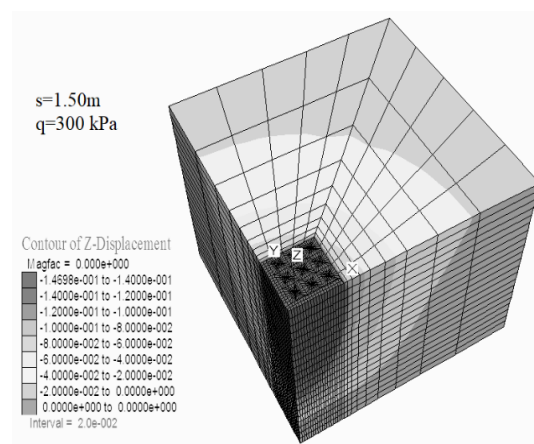
شکل 6- مدل سطح گسیختگی بلوکی برای گروه ریزشمع در خاک چسبنده با رادیه در تماس با زمین (FHWA، 2005)

6- بررسی نتایج مدل‌های عددی سه‌بعدی و مقایسه با

مقادیر تحلیلی حاصل از روابط موجود

شکل (7) منحنی‌های پاسخ بار- جابه‌جایی حاصل از تحلیل‌های تفاضل محدود صریح سه‌بعدی برای گروه‌های مختلف ریزشمع‌های مدل شده را نشان می‌دهد. این نتایج که در قالب یک گراف به نمایش درآمده‌اند، از بیش از 50 تحلیل زمان‌بر تفاضل محدود سه‌بعدی به‌دست آمده است. با نگاهی کوتاه به این نمودارها می‌توان مفاهیم زیادی را از آن‌ها استنباط و استنتاج کرد. نخست آن‌که، با افزایش فاصله مرکز به مرکز (S) بین ریزشمع‌ها، سختی

بارگذاری گروه ریزشمع‌ها از مقدار آغازین صفر تا حد نهایی قابل تحمل برای این نوع از خاک‌رسی، تا میزان 300 کیلوپاسکال است.



شکل 5- جابه‌جایی قائم (نشست) مدل سه‌بعدی با فواصل مرکز به مرکز 1/5 متر و سربار سطحی تا 300 کیلوپاسکال

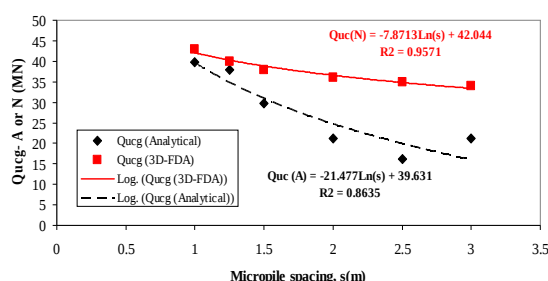
5- معرفی روش و معادله تحلیلی محاسبه مسئله تحقیق

در این بخش معادلات تحلیلی برآورد- طراحی ظرفیت باربری نهایی گروه ریزشمع‌ها در خاک چسبنده رسی در حالت بارگذاری محوری فشاری ارائه گردیده است. این معادلات معرف نیمی از محاسبات مورد نیاز در چارچوب کلی ارائه این مقاله هستند. کارایی یک گروه ریزشمع نصب شده در خاک‌های چسبنده، تابعی از فاصله مرکز به مرکز ریزشمع‌ها، S و شرایط تماس بین کف سرشمع (کلاهک- رادیه) ریزشمع و خاک نزدیک سطح زمین است (FHWA، 2005). با این حال، در فواصل کوچک بین ریزشمع‌ها، پتانسیل شکست گروه ریزشمع‌ها به شکل گسیختگی یک "بلوک" 10 باید ارزیابی شود (شکل (6)). برای یک گروه ریزشمع در خاک چسبنده (رسی) زهکشی نشده با عرض B_g طول L_g و عمق D همان‌طور که در شکل (6) نشان داده شده است، ظرفیت باربری نهایی فشاری گروه ریزشمع‌ها، Q_g ، برابر است با:

$$Q_g = (2B_g + 2L_g)D \times \bar{s}_u + B_g L_g \times N_c s_u \quad (1)$$

که در آن $\bar{s}_u$ میانگین مقاومت برشی زهکشی نشده (خاک رسی) در امتداد عمق نفوذ ریزشمع‌ها به داخل زمین و s_u مقاومت برشی زهکشی نشده در قاعده (انتها یا کف) گروه ریزشمع‌ها است (FHWA، 2005). برای این تحلیل، فرض می‌شود که کلاهک ریزشمع‌ها هیچ مقاومتی ایجاد نمی‌کند. همچنین ضریب ظرفیت باربری چسبندگی خاک N_c مورد استفاده در معادله (1) در بالا، بر اساس روابط زیر محاسبه می‌شود (FHWA، 2005):

در شکل (8) نتایج نموداری مقایسه همزمان ظرفیت باربری فشاری گروه ریزشمع‌ها، حاصل مدل‌های عددی (N) و روابط تحلیلی (A) ترسیم شده است. نمودار با علامت مربع‌های توپر قرمز رنگ نتایج ظرفیت باربری نهایی فشاری گروه ریزشمع حاصل از تحلیل‌های عددی سه‌بعدی در برنامه مدل‌سازی و نمودار سیاه‌رنگ با لوزی‌های توپر نمایانگر نتایج کاربرد روابط تحلیلی شماره (1) تا (3) در قبل است. مطابق نتیجه این نمودار که از تحلیل‌های زمان‌بر متعدد سه‌بعدی و محاسبات مختلف تحلیلی بر مبنای معادله‌های (1) تا (3) در قبل به دست آمده است، در اغلب موارد، همواره نتایج کمی تحلیلی نسبت به نتایج عددی، کوچک‌تر و کاملاً محافظه‌کارانه هستند. علت وجود این اختلاف‌ها آن است که رابطه تحلیلی ارائه شده (FHWA, 2005) بیشتر تابع شرایط هندسی مدل ریزشمع‌ها و مشخصات کلی مقاومتی خاک چسبنده رسی است، حال آن‌که در مدل عددی، اندرکنش واقعی بین المان‌های مختلف مدل همانند ریزشمع‌ها، دوغاب اطراف هسته مرکزی فولادی ریزشمع (شرایط گروت)، باند پیوستگی بین مرکز فولادی ریزشمع (هسته مرکزی) و دوغاب اطراف آن، اندرکنش بین کف کلاهک (رادیه) سرشمع‌ها و خاک و نیز اثرات گروه و هم‌پوشانی تنش‌ها، به‌خوبی و مطابق با واقعیت مسئله در نظر گرفته می‌شود.

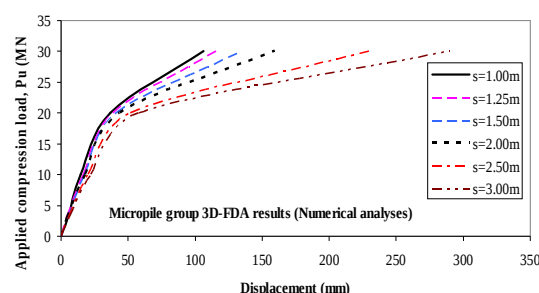


شکل 8- مقایسه همزمان ظرفیت باربری فشاری گروه ریزشمع‌ها حاصل مدل‌های عددی (N) و روابط تحلیلی (A)

رابطه تحلیلی برخلاف مدل عددی، مسائل مهم تأثیرگذار بر ظرفیت باربری گروه ریزشمع مرتبط با فصل مشترک ریزشمع‌ها- خاک و سرشمع- خاک و نیز تداخل و هم‌پوشانی حباب تنش‌های سطحی و عمقی، در اثر بارگذاری روی گروه ریزشمع‌ها را به‌طور کلی منظور نمی‌کند. مطابق شکل (8) روند کلی نتایج به دست آمده از هر دو روش عددی و تحلیلی، با کاهش تعداد ریزشمع‌ها در گروه (معادل افزایش فاصله بین آن‌ها) کاملاً مشابه یکدیگر، نزولی و کاهشی است. این یک یافته کاملاً منطقی و درست و با ماهیت کنترلی جهت بررسی دقت محاسبات و مدل‌ها در مطالعه حاضر است. چراکه با افزایش فاصله بین ریزشمع‌ها، میزان بارکلی نهایی (گسیختگی) تحمل شده توسط آن‌ها در

گروه ریزشمع‌ها که معادل شیب بخش ابتدایی منحنی‌های بار- جابه‌جایی ارائه شده در شکل (7) است، کاهش می‌یابد. دلیل اصلی این موضوع کاهش تعداد ریزشمع‌ها در گروه و اختلاف بسیار زیاد بین سختی ریزشمع‌ها و بلوک خاک است. یعنی با کاهش تعداد ریزشمع‌ها در یک گروه با ابعاد ثابت، بلوک کلی مدل مسئله، نرم‌تر و شکل‌پذیرتر می‌شود و از سختی ارتجاعی و غیرارتجاعی آن در بارگذاری فشاری نهایی کاسته می‌شود. دوم آن‌که، با افزایش فاصله S و به دنبال آن کاهش تعداد ریزشمع‌ها در گروه، مقدار جابه‌جایی در راستای قائم (نشست) بلوک مدل عددی بر حسب میلی‌متر افزایش می‌یابد. علت این موضوع نیز آن است که در بارگذاری‌های محوری فشاری، افزایش تعداد ریزشمع‌ها در گروه‌ها، البته تا مقدار مشخصی، باعث کاهش مقادیر جابه‌جایی‌ها و نشست‌ها می‌شود.

از این رو در طراحی‌های مهندسی و بهسازی‌های لرزه‌ای، عموماً از گروه ریزشمع‌ها به عنوان عناصر کاهنده نشست استفاده می‌شود (FHWA, 2005). سوم آن‌که، سطح (یعنی مساحت) زیر منحنی‌های بار- جابه‌جایی گروه ریزشمع‌ها، که برابر انرژی کرنشی ذخیره شده یا مستهلک شده در مدل‌ها در اثر وقوع بارگذاری است، با افزایش فاصله بین ریزشمع‌ها، افزایش می‌یابد. این مفهوم نشان می‌دهد که تعداد شمع‌های کمتر، منجر به استهلاک و جذب انرژی کرنشی بیشتری در مدل شده و شکل‌پذیری بیشتری را فراهم می‌کند. یعنی در یک حد ثابت از بار، جابه‌جایی‌های بزرگ‌تری رخ می‌دهد و انرژی نهفته بیشتری در مجموعه مدل خاک- ریزشمع- سرشمعی (رادیه) مستهلک می‌گردد.

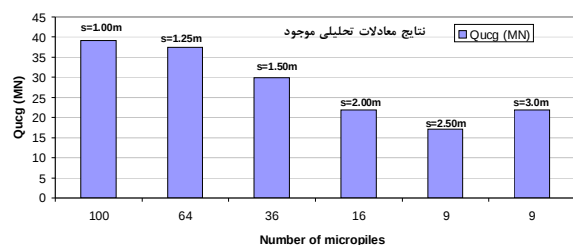


شکل 7- پاسخ بار- جابه‌جایی حاصل از تحلیل‌های تفاضل محدود صریح سه‌بعدی برای گروه‌های مختلف ریزشمع‌ها

6-1- مقایسه، صحت‌سنجی و راستی‌آزمایی مابین نتایج عددی- تحلیلی

به منظور راستی‌آزمایی نتایج مدل‌های عددی و به‌نوعی صحت‌سنجی نتایج نرم‌افزاری حاصله، مقایسه‌ای بین این نتایج و نتایج تحلیلی مرسوم (مورد استفاده در طراحی گروه ریزشمع‌ها تحت بارگذاری نهایی فشاری) صورت گرفته است.

در شکل (10) نمودارهای میله‌ای مقایسه ظرفیت باربری نهایی فشاری تحلیلی محاسبه شده به کمک معادله (1) در قبل، برای گروه ریزشمع‌ها و رادیه فوقانی این مقاله، در بارگذاری‌های فشاری ترسیم شده است. مطابق این شکل، در مدل شمع‌های با فاصله مرکز به مرکز $s=1.0m$ بیشترین ظرفیت باربری فشاری از روابط تحلیلی موجود به دست آمده است و هرچه از تعداد ریزشمع‌ها کاسته می‌شود (متناظر با افزایش فاصله مرکز به مرکز s بین آن‌ها) از ظرفیت باربری رادیه و گروه ریزشمع‌ها نیز کم شده است. نکته مهم آن است که ابعاد رادیه در تمام مدل‌های بررسی شده ثابت و برابر 10×10 مترمربع فرض شده است و با تغییر فاصله بین ریزشمع‌ها، تنها در این شرایط ابعادی مقید شده، تعداد مشخصی از آن‌ها را می‌توان در این ابعاد پلانی رادیه جای داد. بنابراین زمانی که فاصله بین ریزشمع‌ها کم می‌شود، به مثابه افزایش سختی و گیرداری مدل رادیه است. این بدان معناست که وجود هر ریزشمع، دهانه غیرمقید (آزاد) رادیه مابین ریزشمع‌ها را کاهش می‌دهد و بر مقدار گیرداری و سختی رادیه می‌افزاید. درواقع ریزشمع‌ها همانند یکسری تیر یا ستون در محل برخورد به دال بتن مسلح رادیه، دهانه مهارشده ایجاد می‌کنند. همچنین علت بیشتر شدن اندک ظرفیت باربری مدل با فاصله $s=3.0m$ نسبت به مدل نزدیک آن $s=2.50m$ در شکل (10) آنست که ضریب ظرفیت باربری چسبندگی خاک رسی N_c بزرگ‌تری در ابعاد پلانی رادیه ثابت 10×10 متر برای حالت $s=3.0m$ به دست می‌آید.



شکل 10- تغییرات ظرفیت باربری نهایی تحلیلی گروه ریزشمع‌ها در حالات تغییر تعداد ریزشمع‌ها در گروه در حالات بارگذاری فشاری

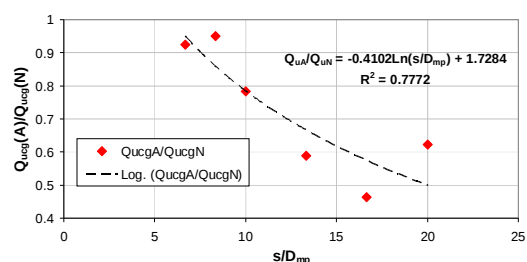
2-6- چارچوب طراحی عملکردی پیشنهادی

طراحی رادیه‌های ریزشمع‌دار بر اساس اصول طراحی بر مبنای عملکرد¹¹ یا PBD صورت می‌گیرد (Alnuaim و همکاران، 2018). این بدان معناست که معیارهای تغییر شکلی به‌ویژه نشست در مدل رادیه- ریزشمع‌دار، چارچوب مبنایی قضاوت مهندسی در خصوص عملکرد کلی ظرفیت باربری آن‌ها است. درواقع در مدل‌های رادیه- ریزشمع‌دار هر بار فشاری موجود را نمی‌توان به مدل یا رادیه واقعی ریزشمع‌دار اجرا شده وارد کرد، مگر آن‌که محدوده نشست‌ها بر

محدوده‌های جابه‌جایی یکسان (مشخص شده از قبل)، کاهش می‌یابد. هر چند شیب نزول نمودار مربوط به نتایج عددی کندتر از نتایج تحلیلی است. علت این موضوع نیز لحاظ اثرات واقعی در مدل‌های سه‌بعدی عددی نسبت به مدل‌های ساده‌سازی شده، تقریبی و محافظه‌کارانه تحلیلی (روابط همبسته ریاضی) است.

در شکل (8) علت اصلی افزایش اختلاف بین نتایج عددی و تحلیلی با افزایش فاصله بین ریزشمع‌ها، s عدم لحاظ اثر پارامتر فاصله بدون s در رابطه تحلیلی محاسبه ظرفیت باربری فشاری گروه ریزشمع‌ها و رادیه است. همچنین به دلیل فرض شرایط گسیختگی بلوکی، نتایج روش تحلیلی بیش از حد محافظه‌کارانه است. اما در روش عددی، اندرکنش واقعی و اثرات حقیقی فاصله و چیدمان گروه ریزشمع‌ها، به صورت دقیقی منظور می‌گردد.

در شکل (9) مقایسه نسبت بین ظرفیت باربری نهایی حاصل از روش معادلات تحلیلی $Q_{ucg}(A)$ به مقدار عددی نظیر آن $Q_{ucg}(N)$ برای رادیه‌های ریزشمع‌دار این مطالعه ترسیم شده است. بر اساس این شکل، با افزایش فاصله بدون s بعد بین ریزشمع‌ها (یعنی کاهش تعداد ریزشمع‌ها در گروه‌ها)، مقدار نسبت ظرفیت باربری بیشتر کاهش می‌یابد و مقدار تحلیلی تا حد 50% کمتر از مقدار عددی متناظر آن می‌شود. برای دو فاصله مرکز به مرکز ریزشمع‌های معادل $s=1.00m$ و $s=1.25m$ مابین 90 تا 95 درصد مقدار ظرفیت باربری نهایی حاصل از روش عددی، توسط روش تحلیلی تقریب زده شده است. اما برای فواصل بزرگ‌تر از $s=1.50m$ مقدار ظرفیت باربری نهایی تحلیلی معادل 80% تا 50% مقدار عددی کاهش می‌یابد و اختلاف‌های بین نتایج دو روش بیشتر می‌شود. علت این موضوع این است که روش تحلیلی بسیاری از مسائل مرتبط با اندرکنش ریزشمع‌های مجاور با یکدیگر و خاک پیرامونی در بلوک مسئله را در نظر نمی‌گیرد. ازسویی، در بارگذاری فشاری رادیه و ریزشمع‌ها، میزان ریزشمع‌ها از نظر کمیت تعداد، سهم مهمی در تعیین ظرفیت باربری نهایی در هر دو روش عددی و تحلیلی دارند، حال آن‌که با کاهش تعداد ریزشمع‌ها، حساسیت روش عددی و اندرکنش بین ریزشمع‌ها در این روش نیز کاهش می‌یابد و اختلاف بین روش عددی و تحلیلی بیشتر می‌شود.



شکل 9- مقایسه نسبت بین ظرفیت باربری تحلیلی به عددی برای مدل سه‌بعدی رادیه ریزشمع‌دار

(یعنی 3D-FDA) تعداد 5 نمودار مختلف برای 5 آستانه نشست مجاز مختلف به دست داده است. همچنین در نمودار شکل (11) در قبل، دو نشست مجاز اندک 10 میلی متر و 25 میلی متر (نمودارهای بنفش رنگ) نیز برای شالوده منفرد منظور شده است، به گونه ای که نتایج ظرفیت باربری نهایی گروه ریزشمع- رادیه برای حدود نشست مجاز 25 میلی متر به نتایج نشست مدل و رابطه تحلیلی، خیلی نزدیک شده اند.

شکل (12) نسبت جابه جایی (نشست) مرکز رادیه در راستای محور مختصاتی Z برای مدل های عددی سه بعدی با فواصل ریزشمع های مختلف به ازای افزایش بار فشاری مونوتونیک را در چهار سطح مختلف افزایشی بار از 3MN تا میزان ده برابر آن یعنی 30MN نمایش می دهد. خط مرزی برابری میزان نشست ها برای چیدمان های مختلف ریزشمع ها در این شکل به صورت خط چین رسم شده است. مطابق یافته های این شکل، با افزایش فاصله بین ریزشمع ها و سر بار روی رادیه فوقانی، میزان اختلاف نشست ها همواره افزایش می یابد. مدل مرجع (یعنی مخرج کسرهای محاسباتی مقایسه نشست) در اینجا مدل یک چهارم با فواصل ریزشمع های $s=1.0m$ منظور شده است.

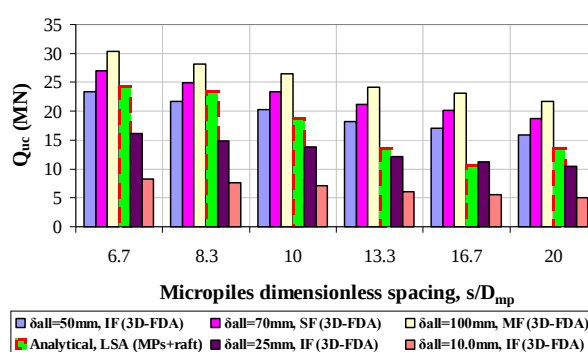
مطابق خط مرزی رسم شده، تنها موارد اندکی از بارها و فواصل وجود دارند، که به ازای آن ها مقادیر نشست نزدیک به نشست مدل مرجع (با بیشترین تعداد تراکم ریزشمع، یعنی 100 ریزشمع در مدل کامل و 25 ریزشمع در مدل ساده شده یک چهارم) است و مابقی مدل ها، اختلاف های چشمگیر افزایشی را نشان می دهند. محدوده اختلاف های نشست مشاهده شده مابین بیش از 1 (یعنی بالای 100 درصد) تا حدود 3 (یعنی 300%) است. نکته مهم آن است که با توجه به محدوده مجاز نشست های آیین نامه ای در شکل (11) برای حالت اجرای رادیه های با عملکردهای منفرد، نواری و گسترده، میزان افزایش نشست رادیه ریزشمع دار در حد 2 تا 3 برابر، می تواند چالش بزرگی برای روسازه ایجاد کند. آن چنان که از نتایج شکل (12) مشخص است، افزایش سطح بار نیز خود به صورت مستقل و مجزا منجر به افزایش آستانه نشست ها در نسبت گیری به عمل آمده شده است.

به عنوان یک توصیه مهم طراحی عملکردی، جهت طرح و اجرای گروه ریزشمع ها- رادی ه به منظور کاهش نشست رادیه، بایستی از قبل هماهنگی کامل بین نوع و جنس خاک، نوع پی و مقدار نشست مجاز متناسب با ماهیت و مقدار بارگذاری روسازه، تعیین و تنظیم گردد. برای مثال، نمی توان آستانه مقدار نشست مجاز یک پی نواری را مبنای محاسبه عملکرد یک رادیه از نوع گسترده در نظر گرفت.

حسب محدوده نشست های مجاز بر مبنای طراحی عملکردی، بر حسب مقادیر آیین نامه ای، کاملاً از قبل کنترل و مشخص گردد. مفهوم عملیاتی طراحی عملکردی آن است که هم در روش تحلیلی و هم در روش مدل سازی عددی، مطابق نتایج شکل (11) ظرفیت باربری نهایی Q_{uc} بر اساس کنترل معیار کلیدی نشست مجموعه، تعیین می گردد.

بر اساس شکل (11) تعداد شش فاصله بدون بعد اجرایی، از حدود 6/7 تا 20 در محور افقی و ظرفیت باربری نهایی فشاری محوری رادیه- ریزشمع دار در محور قائم نمودار نشان داده شده است. نمودارها بر اساس میزان نشست مجاز δ_{all} آیین نامه ای به دست آمده است. مطابق مباحث مقررات ملی ساختمان (مبحث هفتم) آستانه نشست مجاز برای یک پی منفرد (یا IF: Isolated foundation) در خاک رسی معادل 50 میلی متر، برای یک پی نواری (یا SF: Spread foundation) برابر 70 میلی متر و برای پی گسترده (یا MF: Mat foundation) 100 میلی متر فرض شده است.

روش کار معیار طراحی بر مبنای عملکرد، در اینجا بدین شکل است که مدل تا مقادیر نشست های مجاز رادیه- ریزشمع دار تحت بارگذاری فشاری قرار می گیرد و سپس میزان ظرفیت باربری نهایی مجاز آن برای این نشست ها (به روش عددی این مطالعه یا روش تحلیلی) به دست می آید. اما نکته تمایز و برجسته مدل عددی نسبت به روابط تحلیلی آن است که روابط تحلیلی برخلاف مدل های عددی، به طور کلی مستقل از نشست ها و منطق طراحی بر مبنای عملکرد تغییر شکلی هستند. این نکته کلیدی و مهم در نتایج شکل (11) هم کاملاً مشهود است.



شکل 11- مقایسه ظرفیت باربری نهایی فشاری رادیه -

ریزشمع دار حاصل از نتایج عددی و تحلیلی بر اساس معیار نشست

به طوری که برای تمامی آستانه نشست ها، روش تحلیلی فقط یک دسته نمودار میله ای ظرفیت باربری نهایی فشاری (نمودارهای سبزرنگ) را به دست می دهد، در حالی که روش عددی این مطالعه

ظرفیت باربری نسبت به یافته‌های عددی مطالعه حاضر می‌شود.

(3) افزون بر آن، روابط تحلیلی موجود، متأسفانه معیارهای کنترل بر مبنای عملکرد، همانند معیار نشست مجاز را به هیچ وجه در حین محاسبه ظرفیت باربری نهایی رادیه‌های ریزشمع‌دار در نظر نمی‌گیرند، که این مسئله یک ضعف اساسی و غیرقابل چشم‌پوشی برای آن‌ها است. چراکه اساساً فلسفه و ماهیت اجرای رادیه‌های ریزشمع‌دار کنترل مقادیر نشست‌های واقعی زیرسازه و روسازه در محدوده مجاز آیین‌نامه‌ای با توجه به نوع خاک بستر سازه است. حال آن‌که روابط تحلیلی برآورد ظرفیت باربری فشاری نهایی رادیه- ریزشمع‌ها اصلاً به پارامتر نشست حساس و وابسته نیستند و به‌طور کلی مستقل از مقادیر و روابط نشست‌ها و فواصل بین ریزشمع‌ها ارائه شده‌اند. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که کاربرد رادیه مستقر بر گروه ریزشمع‌ها، به‌عنوان پی تکی، نواری یا گسترده، باعث تغییرات 40% (مقایسه بین مقادیر مجاز 50 و 70 میلی‌متر) تا 100% (مقایسه بین مقادیر 50 و 100 میلی‌متر) مقادیر نشست‌های مجاز مجموعه رادیه- گروه ریزشمع‌ها می‌شود.

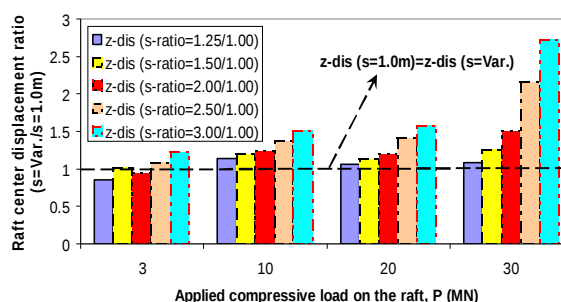
(4) مبحث شبیه‌سازی و تحلیل عددی مدل ریزشمع‌ها، به دلیل اختلاف زیاد بین ابعاد هندسی مدل ریزشمع‌ها و محیط گسترده عظیم بلوک خاکی پیرامون آن‌ها (از دیدگاه مش‌بندی عددی و گسسته‌سازی محیط کلی مدل عددی) و نیز اختلاف سختی زیاد مابین مصالح، فرآیند بسیار دشواری است و مدل‌های عددی نیاز به زمان بسیار زیادی برای انجام کامل تحلیل، تأمین پایداری راه حل عددی و تضمین همگرایی به جوابی منطقی دارند.

(5) مدل و رابطه تحلیلی برخلاف مدل‌های عددی این مطالعه، اثرات اندرکنشی فصل مشترک بین ریزشمع‌ها و خاک، رادیه و خاک و نیز پارامتر بنیادی فواصل مرکز به مرکز بین آن‌ها در یک گروه را در نظر نمی‌گیرند، که این مسئله باعث ورود تقریب زیادی در برخی موارد تا حد 50%- در نتایج تحلیلی نهایی می‌شود.

(6) به‌عنوان یک توصیه مهم و اساسی جهت طراحی بر مبنای عملکرد رادیه‌های ریزشمع‌دار تحت بارگذاری فشاری، بایستی آستانه نشست مجاز آیین‌نامه‌ای برحسب نوع رادیه و جنس خاک، مبنای افزایش میزان بارگذاری فشاری روسازه وارده بر سطح رادیه باشد.

8- مراجع

- Abbas Q, Choi W, Kim G, Kim I, Lee J, "Characterizing uplift load capacity of micropiles embedded in soil and rock considering inclined installation conditions", Computers and Geotechnics, 2021, 132, 103995.
<https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103995>
 Abd Elaziz AY, El Naggar MH, "Geotechnical capacity of hollow-bar micropiles in cohesive soils", Canadian Geotechnical Journal, 2014, 51 (10), 1123-1138.
<https://doi.org/10.1139/cgj-2013-0408>



شکل 12- نسبت جابه‌جایی (نشست) مرکز رادیه برای مدل‌های با فواصل ریزشمع‌های مختلف به‌ازای افزایش بار فشاری

7- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، ظرفیت باربری نهایی گروه ریزشمع‌ها به همراه رادیه بتن مسلح فوقانی، به کمک مقایسه هم‌زمان نتایج تحلیل‌های عددی سه‌بعدی در برنامه تفاضل محدود صریح سه‌بعدی و روابط تحلیلی موجود، مورد ارزیابی قرار گرفته است. مدل سه‌بعدی ریزشمع‌ها در شش چیدمان فاصله‌ای مختلف و رادیه فوقانی بتن مسلح در بستری از خاک رسی تعریف و ایجاد شده است. بارگذاری‌های محوری فشاری روی رادیه و گروه ریزشمع‌ها با فواصل مرکز به مرکز مختلف اعمال شده است. این فواصل مرکز به مرکز از 1 تا 3 متر منظور شده‌اند. این اندازه‌ها شامل اندازه‌های اجرایی در مقیاس‌های واقعی هستند. نتایج مهم و مختلفی از این مطالعه حاصل شده است، که تعدادی از کلیدی‌ترین آن‌ها در ادامه ذکر شده است:

(1) نتایج ظرفیت باربری رادیه- گروه ریزشمع تحت بارگذاری فشاری حاصل از تحلیل‌های عددی همواره بزرگ‌تر از نتایج محافظه‌کارانه کاربرد روابط طراحی- محاسباتی تحلیلی موجود است. نتایج تحلیلی، یک پاسخ ظرفیت باربری نهایی کوچک‌تر (محافظه‌کارانه)، تقریبی و بدون لحاظ شرایط اندرکنشی بین ریزشمع‌ها، بلوک خاک و رادیه سرریز شمع‌ها به‌ویژه تغییر فاصله بین ریزشمع‌ها و نحوه چیدمان آن‌ها در گروه به‌دست می‌دهد. این اختلاف نتایج عددی- تحلیلی مابین 10% تا 50% است، که با افزایش فاصله بین ریزشمع‌ها در گروه افزایش می‌یابد. علت عمده رخداد این موضوع نیز عدم لحاظ پارامتر حیاتی فاصله بین ریزشمع‌ها در روابط تحلیلی موجود است.

(2) روابط و روش‌های تحلیلی موجود، شرایط کامل و واقعی مسئله ریزشمع‌ها را حین برآورد ظرفیت باربری فشاری گروه ریزشمع‌ها در نظر نمی‌گیرند. از جمله مهم‌ترین این شرایط، وضعیت فصل مشترک بین مصالح مختلف، هم‌پوشانی حباب‌های تنش زیرسطحی و اختلاف سختی اجزای مختلف گروه ریزشمع‌ها و رادیه فوقانی است. فرض گسیختگی بلوکی روش تحلیلی، باعث ایجاد نزدیک به 50% اختلاف کاهش در نتایج نهایی

- Han J, Ye SL, "A field study on the behavior of micropiles in clay under compression or tension", Canadian Geotechnical Journal, 2006, 43 (1), 19-29.
<https://doi.org/10.1139/t05-089>
- Isam S, Hassan A, Mhamed S, "3D elastoplastic analysis of the seismic performance of inclined micropiles", Computers and Geotechnics, 2012, 39, 1-7.
<https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2011.08.006>
- Jamaleddin N, Gabr M, Borden R, Argall R, Lasser D, "Numerical study on micropile group behavior supporting fixed bottom marine hydrokinetic devices in sandy seabed", Ocean Engineering, 2024, 293 (1), 116614.
<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2023.116614>
- Kim D, Kim G, Kim I, Lee J, "Assessment of load sharing behavior for micropiled rafts installed with inclined condition", Engineering Structures, 2018, 172, 780-788.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.06.058>
- Kulhawy FH, Mayne PW, "Manual on estimating soil properties for foundation design", Report. EL-6800. Ithaca (NY): Electric Power Research Institute; 1990.
- Kyung D, Kim D, Kim G, Lee J, "Vertical load-carrying behavior and design models for micropiles considering foundation configuration conditions", Canadian Geotechnical Journal, 2017, 54 (2), 234-247. <https://doi.org/10.1139/cgj-2015-0472>
- Misra A, Chen CH, "Analytical solutions for micropile design under tension and compression", Geotechnical and Geological Engineering, 2004, 22 (2), 199-225.
<https://doi.org/10.1023/B:GEGE.0000018356.85647.79>
- Salisbury NG, Davidow SA, "Current design and construction practices for micropile supported foundations of electrical transmission structures in North America", 12th Int. Workshop on Micropiles, International Society for Micropile, Eighty-Four, PA, 2014.
- Mukherjee A, Borthakur N, "Settlement prediction of micropile supported raft using machine learning: modelling and performance evaluation", Journal of Building Pathology and Rehabilitation, 2025, 10, 21(2025). <https://doi.org/10.1007/s41024-024-00531-2>
- Sharma B, Zaheer S, and Hussain Z, "An experimental model for studying the performance of vertical and batter micro-piles", Geo-Congress, Geo-Institute, ASCE, Reston, VA, 2014, 4252-4264.
- Tsukada Y, Miura K, Tsubokawa Y, Otani Y, You GL, "Mechanism of bearing capacity of spread footings reinforced with micropiles", Soils and Foundations, 2006, 46 (3), 367-376.
<https://doi.org/10.3208/sandf.46.367>
- Wu C, Xia H, Qin D, Luo J, "Tunnel entrance crossing spoil heap deformations control by micropile combine with coupling beams", Geohazard Mechanics, Available online 12 December 2023.
<https://doi.org/10.1016/j.ghm.2023.12.002>
- Abd Elaziz AY, El Naggar MH, "Group behaviour of hollow-bar micropiles in cohesive soils", Canadian Geotechnical Journal, 2014, 51 (10), 1139-1150.
<https://doi.org/10.1139/cgj-2013-0409>
- Abdlrahman MA, Naggar MHE, "Numerical modelling of axial behaviour of single and grouped hollow bar micropiles in cohesionless soils", Geotechnical and Geological Engineering, 2023, 41, 2105-2126.
<https://doi.org/10.1007/s10706-023-02393-w>
- Aboutabikh M, Soliman AM, El Naggar MH, "Performance of hollow bar micropiles using green grout incorporating treated oil sand waste", Journal of Building Engineering, 2019, 1-34.
<https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2019.100964>
- Alnuaim AM, "Performance of micropiled raft in sand and clay-centrifuge and numerical studies", The University of Western Ontario, 2014.
- Alnuaim AM, El Naggar H, and El Naggar MH, "Performance of micropiled raft in sand subjected to vertical concentrated load: Centrifuge modeling", Canadian Geotechnical Journal, 2015, 52 (1), 33-45.
<https://doi.org/10.1139/cgj-2014-0001>
- Alnuaim AM, El Naggar ME, El Naggar H, "Performance of micropiled rafts in clay: Numerical investigation", Computers and Geotechnics, 2018, 99, 42-54.
<https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2018.02.020>
- Borthakur N, Das M, "Predicting micropile group capacity in soft cohesive soil by artificial neural network", Indian Geotechnical Journal, 2025, 55, 1844-1862.
<https://doi.org/10.1007/s40098-024-01058-6>
- Drbe OF, El Naggar MH, "Axial monotonic and cyclic compression behaviour of hollow-bar micropiles", Canadian Geotechnical Journal, 2014, 52 (4), 426-441. <https://doi.org/10.1139/cgj-2014-0052>
- Elsawwaf A, El Naggar H, "FE Simulation of Installation and Loading of Single and Group Pressure-Grouted Micropiles", Geotechnical and Geological Engineering, 2024, 42, 6113-6130.
<https://doi.org/10.1007/s10706-024-02888-0>
- Elsawwaf M, Shahien M, Nasr A, Magdy A, "The behavior of piled rafts in soft clay: Numerical investigation", Journal of the Mechanical Behavior of Materials, 2022, 31 (1), 426-434.
<https://doi.org/10.1515/jmbm-2022-0050>
- Ferchat A, Benmebarek S, Houhou MN, "3D numerical analysis of piled raft interaction in drained soft clay conditions", Arabian Journal Geoscience, 2021, 14, 394. <https://doi.org/10.1007/s12517-021-06783-3>
- FHWA (Federal Highway Administration), "Micropile design and construction reference manual", FHWA NHI-05-039, National Highway Institute, Federal Highway Administration, U.S. Dept. of Transportation, Washington, DC, 2005.
- Golsefidi MA, Esmaeili-Falak M, Sarbaz, H, "An interpretable AI framework using XGB-POA for micropile compressive stiffness prediction", Scientific Reports, 2026.
<https://doi.org/10.1038/s41598-026-60145-1>
- Han J, Ye S-L, "A field study on the behavior of a foundation underpinned by micropiles", Canadian Geotechnical Journal, 2006, 43 (1), 30-42.
<https://doi.org/10.1139/t05-087>