

مطالعه عددی تأثیر شعاع دیسک‌ها بر دینامیک یک حباب کاویتاسیون بین دو دیسک صلب موازی

دانشجوی دکترا، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران، r.karimi@mee.uut.ac.ir

رضا کریمی

استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران، a.dadvand@mee.uut.ac.ir

عبدالرحمان دادوند*

دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران، sor.mems@gmail.com

سجاد رضازاده

چکیده

حباب‌های کاویتاسیون به دلیل کاربردهای گسترده در مهندسی و پزشکی همواره مورد توجه پژوهشگران بوده‌اند. در این پژوهش، دینامیک یک حباب کاویتاسیون بین دو دیسک صلب موازی و تأثیر شعاع دیسک بر رفتار آن بررسی شده است. هدف اصلی، تعیین شعاع بحرانی دیسک‌هاست به گونه‌ای که برای مقادیر بزرگ‌تر از آن، تغییر شعاع دیسک تأثیری بر دینامیک حباب نداشته باشد. معادلات حاکم شامل معادلات ناویر-استوکس، انتقال گرما و انتقال کسر حجمی، با روش حجم محدود در نرم‌افزار این‌فوم حل شده‌اند. نتایج به صورت تغییرات شعاع بیشینه حباب بر حسب شعاع دیسک و کانتورهای فشار و سرعت ارائه شده است. برای اعتبارسنجی نتایج، از نتایج تحلیلی مربوط به نوسان یک حباب در یک دامنه بی‌نهایت و نیز نتایج تجربی مربوط به نوسان یک حباب بین دو دیواره صلب موازی استفاده شد که در هر دو مورد، تطابق خوبی مشاهده شد. نتایج نشان می‌دهد با افزایش شعاع دیسک، شعاع بیشینه حباب و زمان رسیدن به آن افزایش می‌یابد. با این حال، افزایش شعاع دیسک به بیش از یک مقدار بحرانی (حدود ۶۰۰۰ میلی‌متر) تأثیر محسوسی روی شعاع بیشینه حباب و زمان متناظر با آن ندارد.

واژه‌های کلیدی: حباب کاویتاسیون، جریان دوفازی، دیسک‌های جامد موازی، شعاع بیشینه، معادلات ناویر-استوکس، روش حجم محدود

Numerical Study of the Effect of Disk Radius on A Cavitation Bubble Dynamics between Two Parallel Rigid Disks

Reza Karimi

Department of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran

Abdolrahman Dadvand

Department of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran

Sajad Rezazadeh

Department of Mechanical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran

Abstract

Cavitation bubbles have attracted significant attention because of their broad applications in engineering and medicine. This study examines the dynamics of a cavitation bubble confined between two parallel rigid disks and investigates how the disk radius affects its behavior. The primary objective is to identify a critical disk radius beyond which further increases no longer influence bubble dynamics. The governing equations, including the Navier–Stokes, heat transfer, and volume fraction transport equations, are solved using the finite volume method in the OpenFOAM software. The results are presented through variations of the maximum bubble radius with disk radius, along with pressure and velocity contours. For validation, the numerical results are compared with analytical solutions for bubble oscillation in an infinite domain and experimental data for a bubble oscillating between two parallel rigid walls, showing good agreement in both cases. The findings reveal that increasing the disk radius increases both the maximum bubble radius and the time required to reach it. However, once the disk radius exceeds a critical value (approximately 6000 mm), its effect on the bubble dynamics becomes negligible.

Keywords Cavitation bubble, Two-phase flow, Parallel rigid disks, Maximum radius, Navier–Stokes equations, Finite volume method

۱- مقدمه

مایع خارج شده و به داخل حباب منتقل می‌شوند [۵-۷]. بنابراین، در داخل حباب‌های کاویتاسیون هم بخار آب و هم گازهای چگالش‌ناپذیر وجود دارند. در حالت کلی روش‌های ایجاد حباب‌های کاویتاسیون شامل پالس لیزری^۱ [۸]، جرقه الکتریکی^۲ [۹] و امواج فراصوت متمرکز با شدت بالا^۳ [۱۰] هستند. حباب کاویتاسیون در مجاورت مرزهای

دینامیک حباب‌های کاویتاسیون به دلیل اثرات مخرب آن از جمله خوردگی پروانه کشتی‌ها و پره پمپ‌ها [۱] از یک طرف، و کاربردهای مفید آن در پزشکی [۲] و پاک‌کنندگی سطوح [۳] از طرف دیگر، بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است. با کاهش فشار آب مایع در یک سیستم به زیر فشار بخار آن حباب‌های کاویتاسیون شکل می‌گیرند [۴]. همچنین گازهای حل‌نشده موجود در مایع در اثر کاهش موضعی فشار و به دنبال آن جدایش گاز یا هسته‌زایی کاویتاسیون از

¹ Laser pulse

² Electric spark

³ High-Intensity Focused Ultrasound (HIFU)

مختلف مانند سطح آزاد [۱۱]، دیواره جامد صلب [۱۲] و دیواره جامد الاستیک [۱۳] رفتارهای متفاوتی از خود نشان می‌دهد. یک حباب در یک دامنه بی‌نهایت مایع به صورت کاملاً کروی نوسان می‌کند، در حالیکه در مجاورت یک مرز، تحت تأثیر شکل و جنس مرز به صورت غیرکروی نوسان می‌کند. در انتهای فاز فروپاشی یک حباب غیرکروی، یک جت مایع ایجاد می‌شود. در صورت عدم حضور نیروی شناوری، این جت به سمت مرز جامد صلب حرکت می‌کند [۱۴ و ۱۵] ولی از سطح آزاد دور می‌شود [۱۶]. همچنین تحت شرایطی مانند حضور یک ذره یا یک دیواره نوسانی در مجاورت حباب ممکن است دو جت در خلاف جهت هم و با قدرت متفاوت ایجاد شود [۱۷ و ۱۸]. پارامتر دیگری که لازم است مورد توجه قرار گیرد طول عمر حباب است که در مجاورت دیواره‌های جامد و سطح آزاد در مقایسه با دامنه بی‌نهایت به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد. پارامتر مهم و تأثیرگذار دیگر فاصله بدون مرکز حباب تا مرز است. در صورتی که این فاصله زیاد باشد تأثیر مرزها قابل چشم‌پوشی است. از طرفی، مرزهای الاستیک موجب افزایش قطر جت و کاهش سرعت آن می‌شوند [۱۹]. جت مایع در محدوده سرعت بالاتر از 100 m/s قدرت لازم برای آسیب زدن و از طرفی تمیز کردن سطوح جامد را دارد [۶].

اگر یک حباب در یک دامنه بی‌نهایت با دمای یکنواخت نوسان کند، رشد و فروپاشی آن همواره به صورت کروی و متقارن باقی می‌ماند. رایلی [۲۰] در سال ۱۹۱۷ با تحلیل مکانیزم کاویتاسیون و تأثیر آن بر پروانه کشتی، نخستین مدل تئوری را برای پیش‌بینی رفتار حباب ارائه نمود و مبانی کلاسیک دینامیک حباب را بنیان نهاد. این مدل، بعدها توسط پلیست و پروسپرتی [۲۱] توسعه یافت و به معادله رایلی-پلیست معروف شد. حموند و همکاران [۲۲] دینامیک حباب‌های پرفشار هلیوم را در یک دامنه بی‌نهایت پلاسما با یک مدل مولکولی مبتنی بر وابستگی چگالی به حجم تحلیل کرده و روابطی برای حجم و فشار درون حباب استخراج کردند. این روابط تحلیلی با روابط به دست آمده از داده‌های تجربی قبلی آنها تطابق خوبی داشتند. ابوبکر و ابوناب [۲۳] رشد حباب بخار در یک مایع غیرنیوتونی، فوق داغ و لزج را برای جریان دوفازی آشفته مطالعه نموده و نشان دادند که شعاع حباب با ضریب پخش حرارتی و عدد پکلت رابطه مستقیم داشته ولی با لزجت دینامیکی و کشش سطحی رابطه معکوس دارد. فان و همکاران [۲۴] با شبیه‌سازی عددی و تجربی نشان دادند که افزایش دمای محیط موجب افزایش شعاع بیشینه و زمان فروپاشی حباب می‌شود. گیو [۲۵] با استفاده از معادله رایلی-پلیست دینامیک غیر خطی حباب کاویتاسیون را به صورت تئوری بررسی کرده و یک حل تحلیلی مبتنی بر توابع بیضوی ارائه داد. او ارتباط بین حرکت حباب گازی و معادله بیضوی وایرستراس^۱ را با استفاده از تبدیل سندمن^۲ نشان داد.

به دلیل کاربردهای فراوان، بررسی دینامیک حباب کاویتاسیون بین دو صفحه موازی مورد توجه محققان قرار گرفته است. شیما و ساتو [۲۶] رفتار یک حباب بین دو صفحه موازی را با استفاده از روش

وردشی^۴ تحلیل کردند. آن‌ها دریافتند که حباب کروی شکل اولیه در جهت عمود بر دیواره‌ها فرو می‌پاشد و در صورتی که حباب نزدیک‌تر به یکی از دیواره‌ها ایجاد شود به سمت آن دیواره فروپاشی می‌کند. یوکی و همکاران [۲۷] به بررسی دینامیک حباب ایجاد شده توسط جرقه الکتریکی بین صفحات موازی پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که شکل حباب به موقعیت اولیه آن نسبت به صفحات بستگی دارد و زمانی که فاصله بین صفحات کم باشد حباب به شکل کدو در خواهد آمد. همچنین نتایج آزمایشگاهی آن‌ها تطابق خوبی با نتایج حاصل از معادله پلیست-چاپمن^۵ داشت. ایشیدا و همکاران [۲۸] رفتار حباب بین صفحه‌های موازی را به صورت عددی و آزمایشگاهی بررسی کرده و نتیجه گرفتند تأثیر صفحه‌های موازی را می‌توان بر اساس فاصله بی‌بعد بین صفحه‌ها (نسبت فاصله بین دو صفحه به شعاع بیشینه حباب) دسته‌بندی نمود. اگر این فاصله از ۵ بیشتر باشد، شکل حباب معمولاً کروی است. برای فاصله کمتر از ۳، حباب به شکل دمبل یا مخروط درمی‌آید. نتایج آن‌ها نشان داد در صورتی که این فاصله پایین باشد حباب در نهایت به دو حباب کوچک‌تر تقسیم می‌شود و برگشت^۶ هر کدام از حباب‌ها موج ضربه‌ای ایجاد می‌نماید. این موج ضربه‌ای، به خصوص وقتی که حباب در وسط فاصله بین صفحه‌ها ایجاد نشده باشد، به دیواره‌ها آسیب وارد می‌کند. کویی و همکاران [۲۹] دینامیک حباب آکوستیک کروی بین صفحات موازی را با استفاده از یک مدل ریاضی بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد کاهش عرض صفحه‌ها فرکانس و بیشینه دامنه نوسان حباب را کاهش می‌دهد. گونزالس-اویلا و همکاران [۳۰] به صورت آزمایشگاهی و عددی (با استفاده از روش المان مرزی^۷) به بررسی رفتار حباب کاویتاسیون بین دو صفحه موازی پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد فاصله بی‌بعد بین صفحه‌ها تأثیر قابل توجهی بر رفتار حباب به خصوص در فرایند فروپاشی دارد. در فاصله‌های کم، حباب به صورت مخروطی و در فاصله‌های زیاد به صورت کروی فروپاشی می‌کند. زمان فروپاشی نیز با افزایش فاصله بیشتر می‌شود. هاسیو و همکاران [۳۱] به مطالعه دینامیک یک میکرو حباب بین دو صفحه موازی پرداختند. ایشان از روش المان مرزی برای بررسی تغییر شکل پیچیده حباب، تشکیل جت و جدایش حباب‌ها استفاده کردند و نشان دادند که این روش می‌تواند دینامیک کامل حباب شامل تغییر شکل‌های بزرگ و تشکیل جت‌های سریع را به خوبی شبیه‌سازی کند. لیو و همکاران [۳۲] دینامیک حباب کاویتاسیون بین دو صفحه موازی را به صورت عددی بررسی کردند و نشان دادند بر خلاف فروپاشی حباب در نزدیکی یک دیواره، حباب بین دو دیواره موازی تغییرات مختلفی در طول حرکت داشته و دو نوع فرایند فروپاشی را تجربه می‌کند. در فروپاشی اول، ابتدا حباب بزرگ (اصلی) به دو حباب فرعی کوچک‌تر تقسیم می‌شود و در فروپاشی دوم، حباب‌های فرعی نزدیک دیواره‌ها فروپاشی بیشتری تجربه می‌کنند. آن‌ها دریافتند که تأثیر فروپاشی دوم بر روی دیواره بیشتر از فروپاشی اول بود. آگاساوا و همکاران [۳۳] دینامیک حباب را در وسط فاصله بین دیواره‌های موازی

⁴ Variational

⁵ Plesset-Chapman equation

⁶ Rebound

⁷ Boundary Element Method (BEM)

¹ Stand-off distance

² Weierstrass elliptic equation

³ Sandman transformation

به دو حباب کوچکتر با لبه صاف تقسیم می‌شود. این حباب‌ها در طول انبساط با صفحات تماسی ندارند. لیو و لئو [۴۱] برهم‌کنش میان حباب‌های کاویتاسیون و مدل‌های رگ خونی با ضخامت‌های مختلف را با استفاده از تصویربرداری پرسرعت بررسی کردند. نتایج نشان داد زمانی که حباب در امتداد محور رگ قرار می‌گیرد یک جفت میکروجت با جهت مخالف در امتداد محور رگ شکل می‌گیرد که سرعت بیشینه آن‌ها با افزایش ضخامت دیواره رگ کاهش می‌یابد. تحلیل بیشتر تغییر شکل دیواره رگ به ازای فاصله‌های مختلف حباب تا دیواره نشان داد که میزان کشیدگی دیواره رگ در اثر انبساط حباب، بیشتر از میزان انقباض آن است. باپیر و همکاران [۴۲] رفتار حباب فراصوت بین دو دیواره جامد، موازی و افقی با یک تورفتگی در دیواره پایین را به صورت عددی در نرم افزار آپن‌فوم بررسی کردند. آن‌ها دریافتند در صورتی که قطر بی‌بعد تورفتگی کمتر از $4/9$ باشد، حباب اولیه به دو حباب کوچکتر تقسیم می‌شود و در محل جدایش دو جت با جهت مخالف در آن ایجاد می‌شود. هر کدام از این جت‌ها به سمت دیواره مجاور حرکت می‌کند. برای قطر بی‌بعد تورفتگی بزرگ‌تر از $4/9$ ، جدایش اتفاق نمی‌افتد و در نتیجه حباب کوچکتر پایینی ایجاد نمی‌شود. حاجی زاده اقدام [۴۳] به صورت تجربی رفتار یک حباب نوسانی بین دو سطح صلب و دو سطح الاستیک موازی را مورد مطالعه قرار دادند. آنها مشاهده کردند زمانی که حباب در وسط دو سطح صلب و الاستیک قرار می‌گیرد، در فاز فروپاشی به ترتیب شکل دمبل و گلدان را به خود می‌گیرد. اسفندیاری خسروشاهی و همکاران [۴۴] به صورت عددی دینامیک یک حباب را در مجاورت یک دیواره صلب سوراخدار مطالعه نمودند و نشان دادند که بالاترین قدرت پمپاژ مایع توسط حباب از طریق سوراخ، مربوط به کمترین فاصله حباب از سوراخ است. با توجه به مرور ادبیات فن که در بالا انجام گرفت دیده می‌شود که تاکنون تأثیر ابعاد صفحات موازی بر دینامیک حباب مورد بررسی قرار نگرفته است. بنابراین، در کار حاضر به بررسی تأثیر ابعاد صفحات موازی بر دینامیک یک حباب کاویتاسیون بین دو دیواره جامد به صورت سه‌بعدی متقارن محوری^۹ و با استفاده از نرم افزار آپن‌فوم پرداخته می‌شود. با وجود اینکه از حلگر compressibleInterFoam در آپن‌فوم استفاده شده است، تراکم‌پذیری سیال بسته به مقدار عدد ماخ اعمال می‌شود. برای اعداد ماخ بالاتر از $0/3$ جریان مایع تراکم‌پذیر و کمتر از این مقدار تراکم‌ناپذیر می‌باشد. از آنجا که تنها چرخه اول نوسان حباب بررسی می‌شود تأثیر تغییر فاز در شبیه‌سازی حاضر لحاظ نشده و در نتیجه از تبادل جرم بین دو فاز چشم‌پوشی می‌شود. همچنین، دو فاز به صورت لزج و غیر قابل اختلاط^{۱۰} در نظر گرفته می‌شوند.

۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر مسأله دوفازی مورد بررسی در این شبیه‌سازی شامل معادلات پیوستگی، بقای مومنوم، بقای انرژی (انتقال گرما) و کسر حجمی می‌باشند. معادله پیوستگی به صورت معادله (۱)

جامد به صورت عددی و تجربی بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد زمانی که پارامتر فاصله بی‌بعد بین $0/58$ تا $1/33$ باشد حباب به دو قسمت تقسیم شده و هر قسمت به سمت یک دیواره کشیده می‌شود. همچنین در فاصله‌های بی‌بعد کمتر از $0/7$ ، حباب بدون اینکه به حباب‌های کوچکتر تقسیم شود فروپاشی می‌کند. نتایج آزمایشگاهی کواه و همکاران [۳۴] برای نوسان حباب غیر تعادلی^۱ بین دو صفحه موازی نشان داد جهت جت حباب به فاصله بی‌بعد دیواره‌ها بستگی دارد. آن‌ها همچنین دریافتند که میزان تأثیر جت حباب روی سطح بستگی به فاصله حباب از آن سطح دارد. هان و همکاران [۳۵] فروپاشی حباب کاویتاسیون بین دو صفحه موازی را به صورت عددی و آزمایشگاهی بررسی کردند. آن‌ها دریافتند که سرعت و قطر جت مایع را می‌توان با تغییر اندازه نسبی حباب و موقعیت ایجاد آن بین صفحات تنظیم کرد. پنگ و همکاران [۳۶] یک مدل عددی سه بعدی اصلاح شده را برای جریان چندفازی بین دو دیواره موازی با استفاده از روش بولتزمن شبکه‌ای^۲ توسعه دادند. نتایج آن‌ها برای نسبت چگالی‌های بالا پایداری عددی^۳ خوبی را نشان داد. همچنین در مقایسه با شبیه‌سازی دوبعدی، شبیه‌سازی سه‌بعدی فروپاشی حباب، نتایجی هموارتر^۴ و نزدیک‌تر به نتایج آزمایشگاهی ایشیدا و همکاران [۲۸] به‌دست داد. مشاهدات آن‌ها نشان داد که در طول فروپاشی حباب، فشار و سرعت در نقطه فروپاشی به‌سرعت افزایش یافت. گونزالس-آویلا و همکاران [۳۷] به بررسی رفتار حباب کاویتاسیون بین دو صفحه موازی با استفاده از روش‌های عددی و آزمایشگاهی پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد در صورتی که پارامتر فاصله بی‌بعد کمتر از $0/9$ باشد، حباب صفحات را لمس نمی‌کند و اگر بیش از $1/4$ باشد فروپاشی حباب بدون تقسیم شدن به حباب‌های کوچکتر انجام می‌شود. زنگ و همکاران [۳۸] به بررسی آزمایشگاهی و عددی دینامیک حباب کاویتاسیون بین دو صفحه موازی در نرم افزار آپن‌فوم^۵ پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد سرعت جت خروجی به‌شدت به فاصله بین دو دیواره بستگی دارد. سو و همکاران [۳۹] دینامیک حباب ایجاد شده توسط انفجار در زیر آب بین دو صفحه موازی را به صورت آزمایشگاهی بررسی کردند. نتایج نشان داد که در مقایسه با میدان آزاد، دوره تناوب مربوط به نوسان اول حباب 30 تا 50 درصد طولانی‌تر است. همچنین به دلیل وجود صفحه‌ها، انبساط، انقباض و فروپاشی حباب غیر کروی خواهد بود. نتایج عددی و آزمایشگاهی وانگ و همکاران [۴۰] نشان داد که حباب بین دو صفحه، یک سری تغییر شکل‌ها را تجربه خواهد کرد. این تغییر شکل‌ها شامل یک کیک ستونی^۶، حلقه چند لایه^۷ و در نهایت فروپاشی تعدادی حباب کوچکتر و یک نوار حباب کاویتاسیون^۸ است. برای فاصله بی‌بعد بین 1 تا $1/5$ شکل حباب به ساعت شنی تغییر یافته، سپس به دو حباب کوچکتر تقسیم شده و دو جت حباب به سمت صفحات ایجاد می‌شود. همچنین برای فاصله بی‌بعد بیشتر از $1/5$ حباب

¹ Non-equilibrium

² Lattice Boltzmann method

³ Numerical stability

⁴ Smoother

⁵ OpenFOAM software

⁶ Columnar cake

⁷ Multilayer ring

⁸ Cavitation bubble band

⁹ 3D-Axisymmetric

¹⁰ Immiscible

$$\alpha(x, t) = \begin{cases} 1 & \text{مایع} \\ 0 < \alpha < 1 & \text{فصل مشترک} \\ 0 & \text{گاز} \end{cases} \quad (8)$$

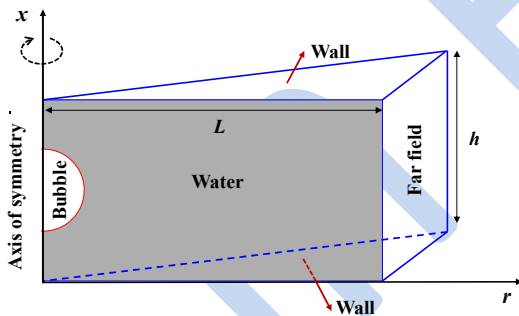
مقدار α از حل معادله کسر حجمی به دست می آید که به صورت زیر نوشته می شود.

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \alpha + U_c \alpha (1 - \alpha) = 0 \quad (9)$$

در این رابطه U_c سرعت فشردگی است که فصل مشترک دوفاز را تیز نگه می دارد.

۲-۲ تنظیمات عددی

در پژوهش حاضر، حباب از شعاع اولیه $R_i = 1/14 \text{ mm}$ به واسطه فشار بالای گاز داخل آن (10^7 Pa) شروع به انبساط می کند. مطابق شکل ۱، حباب در روی محور تقارن و در وسط فاصله بین دو دیواره (دیسک) موازی صلب قرار گرفته است. با توجه به هندسه مسئله و برای کاهش هزینه های محاسباتی از هندسه سه بعدی متقارن محوری استفاده شده است. چنین هندسه ای به ما اجازه می دهد که یک گوه^۳ با زاویه 5° از کل دامنه محاسباتی در نظر گرفته شود. در این صورت هزینه محاسباتی به طور قابل ملاحظه ای کاهش می یابد. حباب از شعاع اولیه خود تا شعاع بیشینه R_{max} رشد می کند، سپس فرایندهای انقباض و فروپاشی را تجربه می کند. در شکل ۱ طرحواره هندسه مسئله دیده می شود که در آن حباب به رنگ سفید در روی محور تقارن عمودی قرار دارد. فاصله بین دو دیسک برابر با h و شعاع دیسکها برابر با L در نظر گرفته شده است.



شکل ۱- طرحواره هندسه میدان محاسباتی در کار حاضر به همراه شرایط مرزی

برای ایجاد شبکه محاسباتی از ابزار blockMesh در نرم افزار این فوم استفاده شده است. برای افزایش بازدهی محاسبات (کسب نتایج با دقت بالا همراه با کاهش هزینه محاسباتی) دامنه محاسباتی به سه ناحیه^۴ با اندازه شبکه های متفاوت تقسیم شده است (شکل ۲). در هر ناحیه، از شبکه یکنواخت با سلول های مربعی استفاده شده است ولی

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

و معادله بقای مومنتوم به صورت معادله (۲)

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)] + \mathbf{f}_{st} + \mathbf{f}_b \quad (2)$$

داده می شوند. در این معادلات، p فشار، μ لزجت دینامیکی، $\mathbf{f}_{st}$ نیروی کشش سطحی، $\mathbf{f}_b$ نیروی حجمی، ρ چگالی و $\mathbf{u}$ میدان سرعت هستند. در اینجا از نیروی حجمی (نیروی گرانش) $\mathbf{f}_b = \rho \mathbf{g}$ به دلیل کوچک بودن اندازه حباب صرف نظر می شود.

همچنین $\mathbf{f}_{st}$ نیروی کشش سطحی است که به صورت $\mathbf{f}_{st} = \sigma \kappa \nabla \alpha$ تعریف می شود. در این رابطه، α کسر حجمی، σ ضریب کشش سطحی و κ انحنا می باشد. انحنا سطح به صورت رابطه (۳)

$$\kappa = \nabla \cdot \hat{\mathbf{n}} = \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \right) \quad (3)$$

تقریب زده می شود که در آن $\hat{\mathbf{n}} = \nabla \alpha / |\nabla \alpha|$ بردار یک عمود بر سطح است.

معادله بقای انرژی (انتقال گرما) به صورت رابطه (۴)

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q_{vd} \quad (4)$$

تعریف می شود که در آن T درجه گرما، C_p ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت، k ضریب رسانش گرمایی و Q_{vd} تلفات لزجی هستند. خواص سیال مانند چگالی و لزجت در یک جریان دوفازی با استفاده از رابطه های زیر بیان می شوند

$$\rho = \alpha \rho_l + (1 - \alpha) \rho_g \quad (5)$$

$$\mu = \alpha \mu_l + (1 - \alpha) \mu_g \quad (6)$$

که در آن α کسر حجمی مایع است. همچنین ρ_l و ρ_g به ترتیب چگالی گاز و مایع، و μ_l و μ_g به ترتیب لزجت گاز و مایع می باشند. گاز داخل حباب ایده آل فرض می شود که برای آن معادله حالت به صورت زیر برقرار است.

$$\rho = \frac{p}{R_g T} \quad (7)$$

در این رابطه R_g ثابت گاز است که به صورت $R_g = \frac{\bar{R}}{M}$ تعریف می شود و در آن $\bar{R} = 8.314472 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ ثابت جهانی گازها و M جرم مولی گاز می باشد.

۲-۱ روش حجم سیال

روش حجم سیال^۲ از روش های پر کاربرد در مدل سازی جریان های چندفازی غیر اختلاطی به خصوص جریان دوفازی شامل حباب کائیتاسیون می باشد. از مزایای این روش هزینه محاسباتی پایین و در عین حال دقت بالا است. این روش می تواند پایستگی جرم را به خوبی ارضا کند و انحنا فصل مشترک حباب و مایع اطراف آن را با دقت بالا محاسبه نماید. روش حجم سیال با استفاده از مقدار کسر حجمی سیال تغییرات فصل مشترک را دنبال می کند. کسر حجمی کمیته اسکالر است [۴۵] که برای فاز مایع به صورت زیر تعریف می شود.

³ Wedge

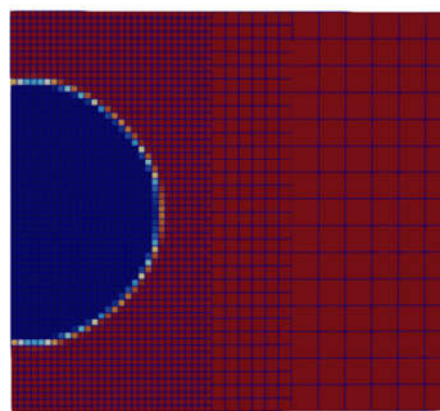
⁴ Region

¹ Molar mass

² Volume of Fluid (VOF)

سرعت: گرادیان صفر فشار: مقدار ثابت (1 atm)	گرادیان صفر	گرادیان صفر	راست ^۶ (Far field)
--	----------------	-------------	----------------------------------

اندازه سلول‌های هر ناحیه نسبت به اندازه سلول‌های ناحیه سمت چپ خود دو برابر بزرگ‌تر شده است. برای تسخیر دقیق دینامیک حباب از ریزترین شبکه (شبکه با اندازه ضلع هر سلول برابر با $44/12 \mu m$) در ناحیه نزدیک حباب استفاده شده است. این اندازه سلول حدود 0.2 قطر اولیه حباب است.



شکل ۲- طرحواره سه ناحیه مختلف شبکه محاسباتی در کار حاضر؛ حباب در ریزترین ناحیه شبکه (Region 1) نوسان می‌کند

۳- استقلال از شبکه و استقلال از گام زمانی

در دینامیک سیالات محاسباتی لازم است استقلال نتایج از اندازه شبکه محاسباتی و نیز اندازه گام زمانی مورد بررسی قرار گیرد. برای بررسی تأثیر گام زمانی بر حل مسأله، سه مقدار مختلف عدد کورانت $Co = U\Delta t/\Delta x$ در نظر گرفته شد که در آن U بزرگی سرعت، Δt گام زمانی و Δx اندازه سلول شبکه می‌باشند. شعاع اولیه حباب $1/14 \text{ mm}$ ، فشار اولیه گاز داخل حباب 10^5 Pa ، $h = 15 \text{ mm}$ و $L = 50 \text{ mm}$ می‌باشد. جدول ۲ نتایج مربوط به شعاع بیشینه حباب را برای سه عدد کورانت مختلف مقایسه می‌کند. با توجه به خطای ناچیز 0.051 درصد برای عدد کورانت 0.2 ، این مقدار عدد کورانت در تمامی محاسبات انجام شده در کار حاضر لحاظ شده است.

جدول ۲- استقلال از گام زمانی (عدد کورانت Co). مقادیر شعاع بیشینه حباب R_{max} در سه عدد کورانت مختلف مقایسه شده‌اند

Co	$R_{max} \text{ (mm)}$	Error (%)
0.25	$7/0.115$	0.050
0.20	$7/0.116$	0.051
0.15	$7/0.080$	0

همچنین برای بررسی استقلال نتایج از شبکه، مقادیر شعاع بیشینه حباب R_{max} برای سه شبکه با اندازه‌های متفاوت در جدول ۳ مقایسه شده‌اند. با توجه به این که درصد خطای شعاع بیشینه حباب حاصل از اعمال شبکه II (که نسبت به R_{max} مربوط به ریزترین شبکه (شبکه III) سنجیده می‌شود)، مقداری کوچک و برابر با 0.85 درصد می‌باشد، برای بخش اعتبارسنجی و همچنین سایر شبیه‌سازی‌ها از شبکه II با $\varepsilon/D = 0.2$ استفاده شده است که در آن D قطر اولیه حباب و ε اندازه اندازه کوچک‌ترین سلول (ناحیه ۱ نزدیک حباب در شکل ۲) می‌باشد.

جدول ۳- استقلال از شبکه. مقادیر شعاع بیشینه حباب R_{max} در سه اندازه مختلف شبکه مقایسه شده‌اند

شبکه	ε/D	$R_{max} \text{ (mm)}$	Error (%)
شبکه I	0.04	$6/9914$	$1/14$
شبکه II	0.2	$7/0.116$	0.85
شبکه III	0.1	$7/0.720$	0

۳-۲ شرایط مرزی

شرایط مرزی اعمال شده برای کمیت‌های سرعت، فشار، دما و کسر حجمی در معادلات پیوستگی، مومنتوم، انرژی و کسر حجمی در جدول ۱ داده شده است. شرط مرزی گرادیان صفر همان شرط مرزی نوین همگن است که بیان می‌کند گرادیان کمیت موردنظر در راستای عمود بر مرز برابر صفر است. شرط مرزی تقارن نشان‌دهنده متقارن محوری بودن مسأله است. شرط مرزی گوه‌ای در مسائل متقارن محوری به کار می‌رود و بیان می‌کند که مسأله به صورت سه‌بعدی حل می‌شود، اما به دلیل وجود تقارن، حل فقط روی یک قطاع کوچک زاویه‌ای از دامنه حل انجام می‌گیرد.

جدول ۱- شرایط مرزی اعمال شده در کار حاضر

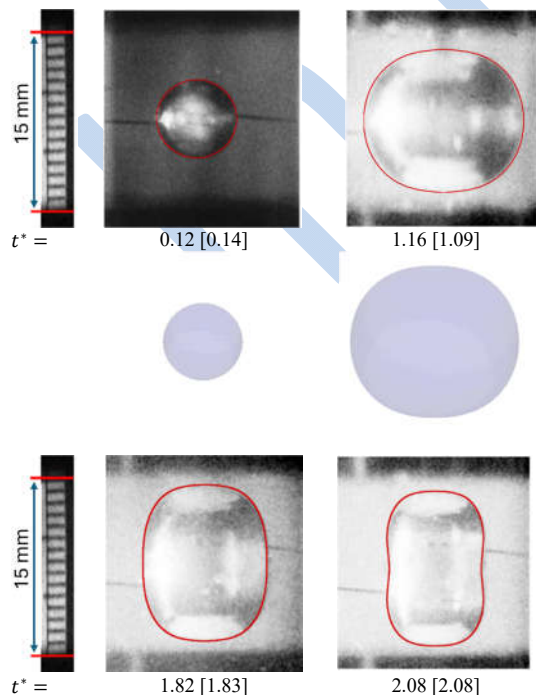
مرز	معادله کسر حجمی	معادله انرژی	معادله مومنتوم
محور تقارن	تقارن ^۱	تقارن	تقارن
صفحات جلو ^۲ و عقب ^۳ گوه در شکل ۱	گوه‌ای ^۴	گوه‌ای	گوه‌ای
دیواره‌های بالا و پایین گوه در شکل ۱	گرادیان صفر ^۵	دما ثابت ($293K$)	عدم لغزش

¹ Symmetry
² Front
³ Back
⁴ Wedge
⁵ ZeroGradient

⁶ Right

است که با نتایج تجربی ایشیدا و همکاران [۲۸] مقایسه می‌شود. حباب درست در وسط فاصله بین دو دیسک قرار گرفته و مقادیر $h = 15 \text{ mm}$ و $L = 50 \text{ mm}$ مطابق با کار تجربی [۲۸] در نظر گرفته شده‌اند.

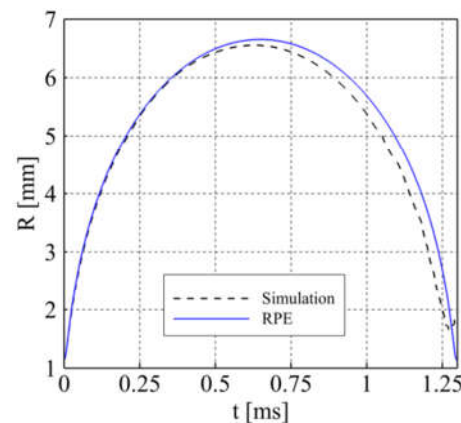
در شکل ۴ نتایج عددی کار حاضر با نتایج تجربی ایشیدا و همکاران [۲۸] مقایسه شده است که تطابق خوبی را نشان می‌دهد. در این شکل، زمان بی‌بعد در کار ایشیدا و همکاران [۲۸] (داخل کروشه) با زمان بی‌بعد در کار حاضر داده شده است. همچنین، برای درک بهتر مسأله، شکل سه‌بعدی متقارن محوری هر فریم در زیر آن آورده شده است. لازم به ذکر است که زمان با استفاده از رابطه $t^* = \frac{t}{R_{\max}} \sqrt{(p_{\infty} - p_v) / \rho_l}$ بی‌بعد شده است. $R_{\max}$ شعاع بیشینه حباب برای وقتی در محیط بی‌نهایت نوسان می‌کند، p_{∞} فشار محیط و برابر با 10^5 Pa ، p_v فشار بخار آب و برابر با $10^3 \times 25 \text{ Pa}$ و ρ_l چگالی آب مایع اطراف حباب و برابر با 1000 kg/m^3 می‌باشد. حباب از یک شعاع اولیه (نشان داده نشده است) با فشار داخلی بالا شروع به انبساط می‌کند و در زمان بی‌بعد $t^* = 1/0.9$ به شعاع بیشینه خود می‌رسد. این زمان در شبیه‌سازی عددی $t^* = 1/16$ است که اختلاف اندکی با زمان تجربی (۱/۰۹) گزارش شده در کار ایشیدا و همکاران [۲۸] دارد. سپس در مرحله فروپاشی حباب، ابتدا از سطوح جانبی در آن تورفنگی ایجاد می‌شود ($t^* = 2/25$)، سپس شکل ساعت شنی به خود می‌گیرد ($t^* = 2/39$) و در نهایت به دو حباب کوچک‌تر و مساوی تقسیم می‌گردد. در هر کدام از این حباب‌های کوچک‌تر یک جت مایع ایجاد می‌شود که در حباب نفوذ کرده و به سمت دیواره (دیسک) مجاور خود پیشروی می‌کند. سرانجام حباب‌های کوچک‌تر سوراخ شده و حباب چنبره‌ای شکل می‌گیرد ($t^* = 2/67$).



۴- اعتبار سنجی
برای اعتبارسنجی روش عددی مورد استفاده، در این بخش دو مسأله متفاوت شبیه‌سازی و نتایج حاصل با نتایج موجود در ادبیات فن مقایسه می‌شود. مسأله اول مربوط به نوسان یک حباب در دامنه بی-نهایت مایع بوده که با نتایج تحلیلی حاصل از حل معادله رایلی-پلیست مقایسه می‌گردد. مسأله دوم مربوط به نوسان یک حباب کاویتاسیون بین دو دیواره موازی است که با نتایج تجربی ایشیدا و همکاران [۲۸] مقایسه می‌شود. شایان ذکر است که معادله رایلی-پلیست معادله حاکم بر رشد و فروپاشی یک حباب به صورت کروی در دامنه بی‌نهایت است.

۴-۱ مقایسه با معادله رایلی-پلیست

اعتبارسنجی اول مربوط به نوسان حباب در یک دامنه بی‌نهایت مایع بوده که با نتایج تحلیلی حاصل از حل معادله رایلی-پلیست مقایسه می‌گردد. به دلیل عدم حضور مرزهای محدودکننده در نزدیکی حباب مانند دیواره جامد و سطح آزاد، یک حباب در دامنه بی‌نهایت به صورت کاملاً کروی نوسان (رشد و فروپاشی) می‌کند. برای شبیه‌سازی این مسأله و بی‌اثر نمودن تأثیر دیواره‌ها، $L = 50 \text{ mm}$ و $h = 100 \text{ mm}$ در نظر گرفته شده‌اند. در شکل ۳ تغییرات شعاع برحسب زمان رسم شده است که در آن نتایج حاصل از شبیه‌سازی با نتایج حاصل از معادله رایلی-پلیست (RPE) با هم مقایسه شده است. طبق معادله رایلی-پلیست، حباب از شعاع اولیه $1/14 \text{ mm}$ و فشار اولیه $10^3 \times 9 \text{ Pa}$ در دمای اشباع مربوطه شروع به انبساط کرده و به شعاع بیشینه $6/65 \text{ mm}$ می‌رسد. از طرفی، در کار عددی حاضر شعاع بیشینه حباب به دست آمده $6/55 \text{ mm}$ می‌باشد که تطابق خوبی با نتایج حاصل از معادله رایلی-پلیست نشان می‌دهد.



شکل ۳- مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی حاضر با معادله رایلی-پلیست برای نوسان حباب در یک دامنه بی‌نهایت

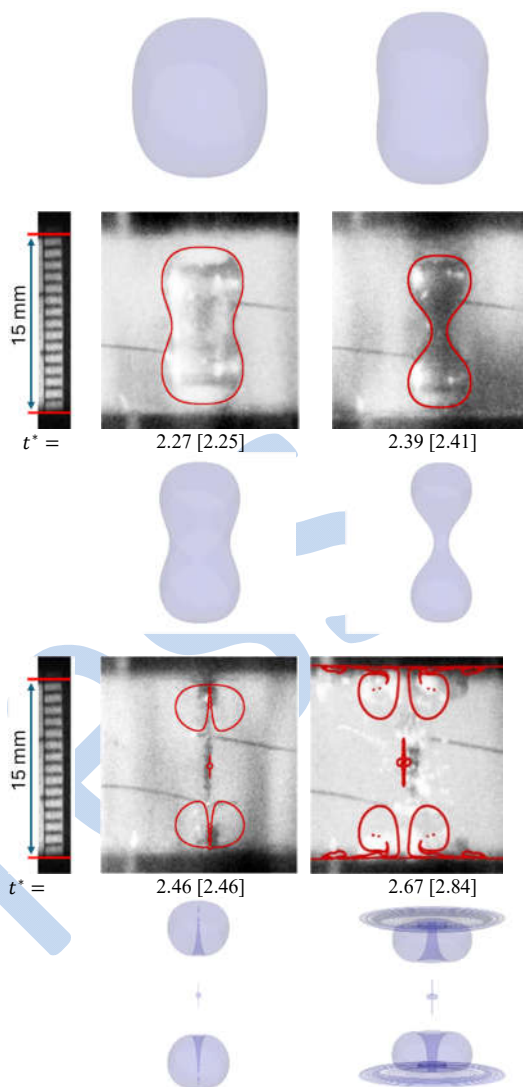
۴-۲ مقایسه با نتایج تجربی ایشیدا و همکاران [۲۸]
اعتبارسنجی دوم مربوط به نوسان یک حباب بین دو دیواره موازی

شعاع بیشینه حباب و زمان متناظر با آن است. همچنین تغییرات شعاع بیشینه حباب نسبت به حالت H و $(\Delta R_{\max}/R_{\max}) \times 100 = \frac{|R_{\max,k} - R_{\max,l}|}{R_{\max,l}} \times 100$ بیانگر درصد طول‌های مختلف شعاع دیسک را نشان می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود با افزایش شعاع دیسک از حالت A (مربوط به شعاع اولیه دیسک $L = 50 \text{ mm}$)، شعاع بیشینه حباب تا حالت H افزایش می‌یابد ولی بعد از آن ثابت می‌ماند.

جدول ۴- تاثیر شعاع دیسک L بر شعاع بیشینه حباب $R_{\max}$ و زمان مربوطه. در همه موارد فاصله بین دو دیواره در $h = 15 \text{ mm}$ ثابت نگه داشته شده است

حالت	L (mm)	L/h (-)	$R_{\max}$ (mm)	$t_{\max}$ (ms)	$\frac{\Delta R_{\max}}{R_{\max,l}}$ (%)	$\frac{\Delta t_{\max}}{t_{\max,l}}$ (%)
A	50	3/33	7/273	0/980	0/452	44/2
B	125	8/33	7/285	1/162	0/297	33/9
C	250	16/67	7/390	1/278	0/219	27/3
D	500	33/33	7/295	1/388	0/150	21/0
E	1000	67/66	7/299	1/490	0/096	15/2
F	2000	133/33	7/302	1/584	0/055	9/9
G	4000	266/67	7/304	1/672	0/027	4/9
H	6000	400	7/306	1/736	0	1/2
I	8000	533/33	7/306	1/758	0	0

شکل ۵ تغییرات شعاع بیشینه حباب را برای مقادیر مختلف شعاع بی‌بعد دیسک L/h مطابق با حالت‌های داده شده در جدول ۴ نشان می‌دهد. در همه موارد فاصله بین دو دیسک h ثابت و برابر با 15 mm در نظر گرفته شده است. همانگونه که از این شکل پیداست، شعاع بی‌بعد دیسک L/h بر روی شعاع بیشینه حباب تأثیر مستقیم دارد. شعاع بیشینه حباب در کمترین مقدار شعاع دیسک (حالت A) برابر با $7/273 \text{ mm}$ و در بیشترین شعاع دیسک در نظر گرفته شده (حالت I) برابر با $7/306 \text{ mm}$ است. همچنین مشخص است که اگرچه روند تغییرات $R_{\max}$ برحسب شعاع بی‌بعد دیسک L/h صعودی است، شیب آن با افزایش L/h به تدریج کم می‌شود به طوری که برای $L \geq 6000 \text{ mm}$ ($L/h \geq 400$) بدون تغییر باقی می‌ماند. تغییرات بیشینه $R_{\max}$ در این مطالعه مربوط به حالت A و برابر با $0/452$ درصد می‌باشد. این تغییر نسبت به حالت H سنجیده می‌شود. با افزایش L/h ، تغییرات $R_{\max}$ رفته رفته کاهش می‌یابد و در نهایت در حالت H به صفر درصد می‌رسد. افزایش شعاع دیسک L همچنین موجب به تأخیر افتادن زمان رسیدن حباب به شعاع بیشینه خود (افزایش $t_{\max}$) می‌شود. کمترین و بیشترین مقدار $t_{\max}$ به ترتیب مربوط به حالت A ($0/980 \text{ ms}$) و حالت I ($1/758 \text{ ms}$) می‌باشد و کمینه و بیشینه تغییرات زمان رسیدن حباب



شکل ۴- مقایسه نتایج عددی کار حاضر با نتایج تجربی ایشیدا و همکاران [۲۸]. عدد داخل کروشه نشان دهنده زمان بی‌بعد در [۲۸] و عدد بیرون کروشه مربوط به شبیه‌سازی عددی حاضر است

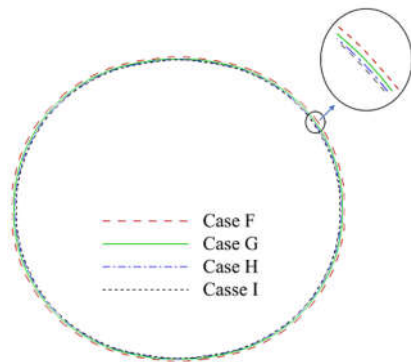
۵- نتایج و بحث

در کار حاضر تأثیر ابعاد L دو دیواره موازی (که به دلیل متقارن بودن هندسه مساله، شکل دیسک صفحه‌ای به خود می‌گیرند) بر روی حجم بیشینه (در اینجا شعاع معادل) حباب و زمان رسیدن حباب به این حجم (شعاع) مورد بررسی قرار می‌گیرد.

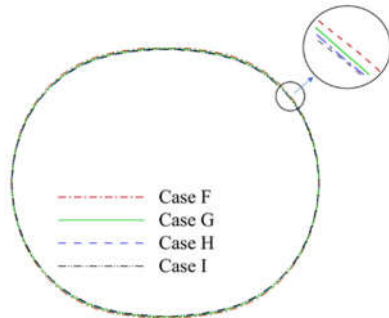
۵-۱ تأثیر تغییرات شعاع دیسک بر شعاع حباب

با یک اندازه اولیه شعاع دیسک (حالت A با $L = 50 \text{ mm}$) شروع شده و به تدریج شعاع دیسک افزایش داده می‌شود. این کار تا جایی که دیگر شعاع بیشینه حباب با افزایش شعاع دیسک تغییر نکند ادامه می‌یابد. در همه موارد فاصله بین دو دیسک در $h = 15 \text{ mm}$ ثابت نگه داشته می‌شود. نتایج در جدول ۴ نشان داده شده است. در این جدول L شعاع دیسک، L/h شعاع بی‌بعد دیسک و $R_{\max}$ و $t_{\max}$ به ترتیب

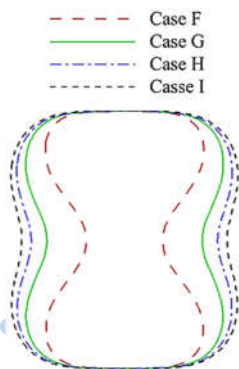
(الف)



(ب)



(ج)



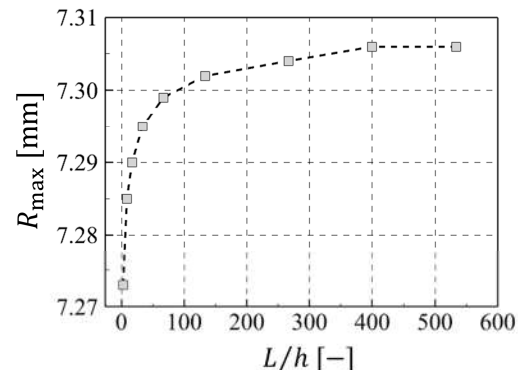
شکل ۷- مقایسه شکل حباب بین چهار حالت مختلف F تا I در زمان‌های الف) ۷/۰ ms، ب) ۴/۱ ms و ج) ۳ ms

شکل ۷ به بررسی تأثیر شعاع دیسک بر شکل حباب در مراحل رشد و فروپاشی می‌پردازد. برای این منظور شکل حباب در حالت‌های F تا I و در سه زمان مختلف با هم مقایسه شده است. همانگونه که دیده می‌شود در یک زمان مشخص، با افزایش شعاع دیسک مرزهای حباب به همدیگر نزدیک‌تر شده و به حالت I همگرا می‌شوند که با توضیحات بالا همخوانی دارد.

۵-۲ میدان فشار و سرعت

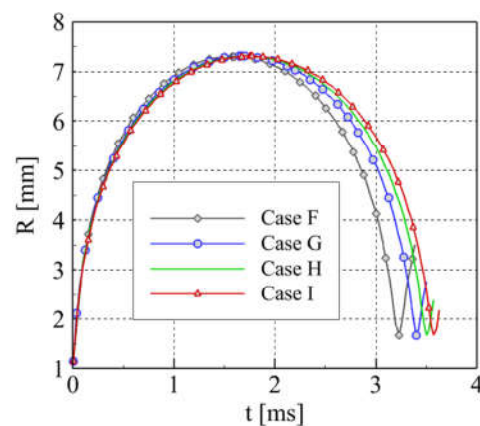
به منظور درک بهتر فرایند رشد و فروپاشی حباب بین دو دیسک موازی، در این بخش شکل حباب به همراه کانتورهای فشار (نیمه چپ) و کانتورها و بردارهای سرعت (نیمه راست) در چند زمان مختلف برای حالت B ($L = 125 \text{ mm}$) رسم و در شکل ۸ ارائه شده است. همچنین

به شعاع بیشینه خود به ترتیب مربوط به حالت I (برابر با صفر درصد) و حالت A (برابر با ۴۴/۲ درصد) می‌باشد. با توجه به این که تغییرات زمان به طور مرتب کم می‌شود، می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش شعاع دیسک، $t_{\max}$ در یک مقدار معینی تثبیت می‌شود. دلیل این اتفاق این است که با افزایش شعاع دیسک، تأثیر لبه انتهایی دیسک‌ها روی دینامیک حباب کم می‌شود به طوری که از یک اندازه معین شعاع دیسک به بالا این تأثیر از بین می‌رود.

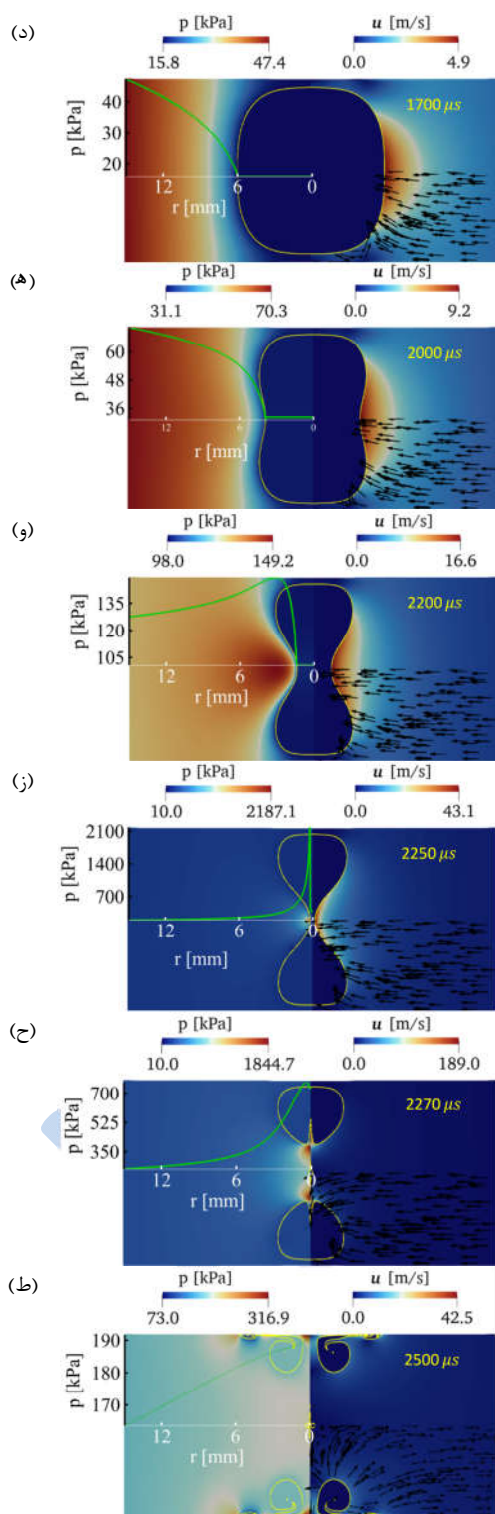


شکل ۵- تغییرات شعاع بیشینه حباب برحسب شعاع بی بعد دیسک L/h

شکل ۶ نمودار تغییرات شعاع لحظه‌ای حباب برحسب زمان را برای چهار حالت مختلف F تا I (مربوط به شعاع دیسک‌های ۲۰۰۰ تا ۸۰۰۰ mm) نشان می‌دهد. همانطور که از این نمودار مشخص است با افزایش شعاع دیسک، اختلاف نمودارهای دو حالت متوالی کاهش می‌یابد. بنابراین، با افزایش شعاع دیسک علاوه بر شعاع بیشینه حباب، شعاع لحظه‌ای آن هم به مقدار معینی میل می‌کند.



شکل ۶- تغییرات شعاع حباب برحسب زمان برای چهار حالت F تا I

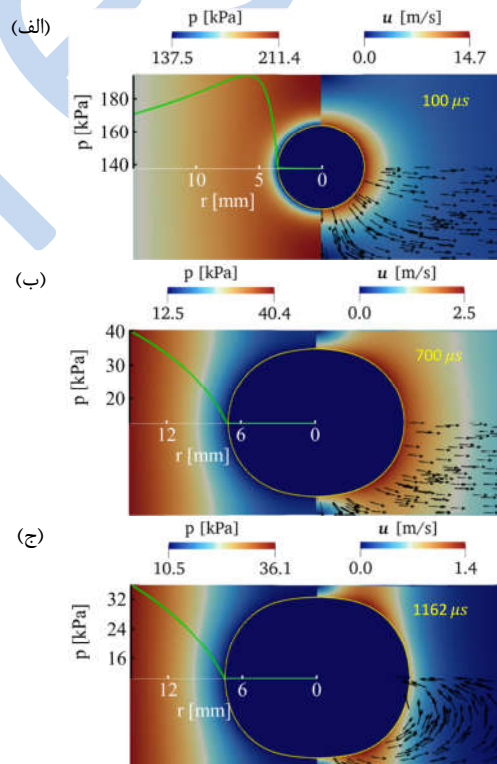


شکل ۸- کانتورهای فشار (نیمه چپ) و کانتورها و بردارهای سرعت (نیمه راست) در زمان‌های مختلف برای حالت $B = 125 \text{ mm}$ ($L = 125 \text{ mm}$)

۶- نتیجه‌گیری

این پژوهش به بررسی عددی تأثیر اندازه شعاع دیسک بر دینامیک حباب کاویتاسیون بین دو دیسک موازی می‌پردازد. معادلات حاکم

تغییرات فشار در امتداد خط تقارن افقی (محور r) با رنگ سبز ترسیم شده است. دیده می‌شود که ابتدا حباب بر اثر فشار بالای گاز داخل آن منبسط شده تا به بیشینه شعاع خود برسد و سپس فروپاشی می‌کند. در مراحل اولیه رشد، حباب هنوز کوچک بوده و فاصله آن از دیواره دیسک‌ها زیاد است. در نتیجه به صورت کروی رشد می‌کند. با ادامه انبساط حباب و بزرگ‌تر شدن آن، مرز حباب به دیسک‌ها نزدیک‌تر شده و تحت تأثیر دیسک‌ها از شکل کروی خارج می‌شود. این روند ادامه می‌یابد تا اینکه حباب در زمان $1162 \mu\text{s}$ به بیشینه شعاع خود می‌رسد. بعد از آن، مرحله فروپاشی حباب شروع می‌شود. در مرحله فروپاشی، ابتدا حباب کوچک شده و سپس از سمت جانبی آن تورفتگی ایجاد می‌شود (زمان $1700 \mu\text{s}$ را ببینید). به تدریج حباب شکل ساعت شنی به خود می‌گیرد. پیشروی این تورفتگی تا جایی ادامه می‌یابد که سطوح متقابل حباب در مرکز و در یک نقطه به هم برسند. سپس حباب از آن نقطه به دو حباب کوچک‌تر تقسیم می‌شود. در هر کدام از این حباب‌های کوچک‌تر، یک جت مایع به سمت دیواره ایجاد شده و توسعه می‌یابد (زمان $2270 \mu\text{s}$ را ببینید). با پیشروی جت مایع و برخورد آن به سطح حباب در نزدیکی دیواره، حباب سوراخ شده و به شکل حباب چنبره‌ای^۱ در می‌آید.



¹ Toroidal

[13] Goh BHT, Gong SW, Ohl S-W, Khoo BC. Spark-generated bubble near an elastic sphere. *International Journal of Multiphase Flow*. 2017;90:156–166.

[14] Li S, Han R, Zhang A, Wang Q. Analysis of pressure field generated by a collapsing bubble. *Ocean Engineering*. 2016;117:22–38.

[15] Kadivar E, Phan T-H, Park W-G, el Mactar O. Dynamics of a single cavitation bubble near a cylindrical rod. *Physics of Fluids*. 2021;33(11).

[16] Li S, Zhang A, Wang S-P. Experimental and numerical studies on “crown” spike generated by a bubble near free-surface. *Acta Physica Sinica*. 2013;62(19):194703.

[17] Hu J, Liu Y, Liu Y, Duan J, Lu X, Zheng X, et al. Numerical investigation of cavitation bubble jet dynamics near a spherical particle. *Symmetry*. 2023;15(9):1655.

[18] Nguyen Q-T, Nguyen V-T, Phan T-H, Duy T-N, Park S-H, Park W-G. Numerical study of dynamics of cavitation bubble collapse near oscillating walls. *Physics of Fluids*. 2023;35(1).

[19] Reese H, Ohl S-W, Ohl C-D. Cavitation bubble induced wall shear stress on an elastic boundary. *Physics of Fluids*. 2023;35(7).

[20] Rayleigh L. VIII. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1917;34(200):94–98.

[21] Plesset MS, Prosperetti A. Bubble dynamics and cavitation. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1977;9:145–185.

[22] Hammond KD, Maroudas D, Wirth BD. Theoretical model of helium bubble growth and density in plasma-facing metals. *Scientific Reports*. 2020;10(1):2192.

[23] Abu-Bakr A, Abu-Nab A. Vapour bubble growth within a viscous mixture non-Newtonian fluid between two-phase turbulent flow. *International Journal of Ambient Energy*. 2022;43(1):4275–4282.

[24] Phan T-H, Kadivar E, Nguyen V-T, el Mactar O, Park W-G. Thermodynamic effects on single cavitation bubble dynamics under various ambient temperature conditions. *Physics of Fluids*. 2022;34(2).

[25] Guo K. Analytical solution for the Rayleigh–Plesset equation by Weierstrass elliptic equation. *Physics of Fluids*. 2023;35(10).

[26] Shima A, Sato Y. The behavior of a bubble between narrow parallel plates. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP*. 1980;31:691–704.

[27] Ueki H, Kimoto H, MOMOSE K. Behavior of a spark-induced bubble between parallel walls. *Bulletin of JSME*. 1984;27(229):1358–1365.

[28] Ishida H, Nuntadusit C, Kimoto H, Nakagawa T, Yamamoto T. Cavitation bubble behavior near solid boundaries. <http://resolver.caltech.edu/cav2001:session A5 003>. 2001.

[29] Cui J, Hamilton MF, Wilson PS, Zabolotskaya EA. Bubble pulsations between parallel plates. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2006;119(4):2067–2072.

[30] Gonzalez-Avila SR, Klaseboer E, Khoo BC, Ohl C-D. Cavitation bubble dynamics in a liquid gap of variable height. *Journal of Fluid Mechanics*. 2011;682:241–260.

[31] Hsiao C-T, Choi J-K, Singh S, Chahine G, Hay TA, Ilinskii YA, et al. Modelling single-and tandem-bubble dynamics between two parallel plates for biomedical applications. *Journal of Fluid Mechanics*. 2013;716:137–170.

شامل معادلات ناویر- استوکس، انتقال گرما و کسر حجمی بوده که به روش حجم محدود در نرم‌افزار آپن‌فوم حل شده‌اند. برای اعتبارسنجی از نتایج حاصل از معادله رایلی- پلیست و نیز نتایج تجربی ایشیدا و همکاران [۲۸] استفاده شده است. نتایج نشان دادند که شعاع دیسک‌ها بر دینامیک حباب موثر است، ولی یک مقدار حدی برای شعاع دیسک وجود دارد (حالت H) که فراتر از آن تأثیر لبه دیسک‌ها و در نتیجه تأثیر ابعاد دیسک‌ها بر دینامیک حباب بسیار ناچیز و قابل چشم‌پوشی است. با بررسی نمودار شعاع- زمان در چرخه اول عمر حباب و مقایسه دیواره حباب مشخص شد که با افزایش شعاع دیسک، شعاع حباب و نیز دیواره آن در دو شعاع متوالی دیسک به همدیگر نزدیک‌تر شده و شعاع بیشینه حباب به سمت یک مقدار حدی میل می‌کند. در نهایت، برای درک بهتر مسأله، کانتورهای سرعت و فشار و نیز شکل حباب به همراه توزیع فشار در امتداد محور افقی در زمان‌های مختلف ارائه شدند. در پژوهش‌های بعدی می‌توان اثرات انتقال جرم و مراحل بعدی عمر حباب را بررسی کرد.

۷- مراجع

- [1] Bayram A, Korobenko A. A numerical formulation for cavitating flows around marine propellers based on variational multiscale method. *Computational Mechanics*. 2021;68(2):405–32.
- [2] Coussios CC, Roy RA. Applications of acoustics and cavitation to noninvasive therapy and drug delivery. *Annu Rev Fluid Mech*. 2008;40(1):395–420.
- [3] Song W, Hong M, Lukyanchuk B, Chong T. Laser-induced cavitation bubbles for cleaning of solid surfaces. *Journal of Applied Physics*. 2004;95(6):2952–2956.
- [4] Frank S, Lautz J, Sankin GN, Szeri AJ, Zhong P. Bubble proliferation or dissolution of cavitation nuclei in the beam path of a shock-wave lithotripter. *Physical Review Applied*. 2015;3(3):034002.
- [5] Iben U, Wolf F, Freudigmann H-A, Fröhlich J, Heller W. Optical measurements of gas bubbles in oil behind a cavitating micro-orifice flow. *Experiments in Fluids*. 2015;56(6):114.
- [6] Franc J-P, Michel J-M. *Fundamentals of cavitation*: Springer; 2005.
- [7] Freudigmann H-A, Dörr A, Iben U, Pelz PF. Modeling of cavitation-induced air release phenomena in micro-orifice flows. *Journal of Fluids Engineering*. 2017;139(11):111301.
- [8] Akhatov I, Vakhitova N, Topolnikov A, Zakirov K, Wolfrum B, Kurz T, et al. Dynamics of laser-induced cavitation bubbles. *Experimental Thermal and Fluid Science*. 2002; 26(6-7), 731-737.
- [9] Obreschkow D, Kobel P, Dorsaz N, De Bosset A, Nicollier C, Farhat M. Cavitation bubble dynamics inside liquid drops in microgravity. *Physical Review Letters*. 2006;97(9):094502.
- [10] Zhong T. A high-speed photographic study of ultrasonic cavitation near rigid boundary. *Journal of Hydrodynamics, Ser B*. 2008;20(5):637–644.
- [11] Saleki-Haselghoubi N, Shervani-Tabar MT, Taeibi-Rahni M, Dadvand A. Numerical study on the oscillation of a transient bubble near a confined free surface for droplet generation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 2014;28(4):449–472.
- [12] Wang Q, Liu W, Zhang A, Sui Y. Bubble dynamics in a compressible liquid in contact with a rigid boundary. *Interface Focus*. 2015;5(5):20150048.

- [32] Liu B, Cai J, Huai X. Heat transfer with the growth and collapse of cavitation bubble between two parallel heated walls. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2014;78:830–838.
- [33] Ogasawara T, Tsubota N, Seki H, Shigaki Y, Takahira H, editors. Experimental and numerical investigations of the bubble collapse at the center between rigid walls. *Journal of Physics: Conference Series*; 2015: IOP Publishing.
- [34] Quah EW, Karri B, Ohl S-W, Klaseboer E, Khoo BC. Expansion and collapse of an initially off-centered bubble within a narrow gap and the effect of a free surface. *International Journal of Multiphase Flow*. 2018;99:62–72.
- [35] Han B, Zhu R, Guo Z, Liu L, Ni X-W. Control of the liquid jet formation through the symmetric and asymmetric collapse of a single bubble generated between two parallel solid plates. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*. 2018;72:114–122.
- [36] Peng H, He X, Zhang J, Wang Y. Cavitation bubble collapse between parallel rigid walls with the three-dimensional multi-relaxation time pseudopotential lattice Boltzmann method. *Aip Advances*. 2020;10(1).
- [37] Gonzalez-Avila SR, Van Blokland AC, Zeng Q, Ohl C-D. Jetting and shear stress enhancement from cavitation bubbles collapsing in a narrow gap. *Journal of Fluid Mechanics*. 2020;884:A23.
- [38] Zeng Q, Gonzalez-Avila SR, Ohl C-D. Splitting and jetting of cavitation bubbles in thin gaps. *Journal of Fluid Mechanics*. 2020;896:A28.
- [39] Su B, Yao X, Cui X. Experimental research of underwater explosion bubble dynamics between two parallel plates with various distances. *Applied Ocean Research*. 2022;122:103081.
- [40] Wang P, Shi D, Cui X, Ma C, Su B, Li G. Study on bubble pulsation process of underwater explosion between parallel plates with various distances. *Ocean Engineering*. 2023;278:114512.
- [41] Liu Y, Luo J. Experimental study on damage mechanism of blood vessel by cavitation bubbles. *Ultrasonics Sonochemistry*. 2023;99:106562.
- [42] Bapir SA, Manmi KM, Saeed RK, Dadvand A. Oscillation of an ultrasonically driven gas bubble in an asymmetric confined domain. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2024;265:108861.
- [۴۳] حاجی زاده اقدام ا. تحلیل تجربی رفتار یک حباب نوسانی در مجاورت سطوح صلب و الاستیک. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*. ۱۴۰۰، ۵۱، ش ۳، ص ۳۵–۴۰.
- [۴۴] اسفندیاری خسروشاهی ع.، دادوند ع.، عبدالرحمان، مانمی ک.م.ع. شبیه سازی عددی پمپاژ مایعات لزج با استفاده از نوسان یک حباب کاویتاسیون. *مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*. ۱۴۰۳، ۵۴(۳)، ۱–۱۰.
- [45] Martínez EL, Jaimes R, Gomez JL, Maciel Filho R. CFD simulation of three-dimensional multiphase flow in a rotating packed bed. *Computer Aided Chemical Engineering*. 2012;30: 1158–1162.