

آنالیز عددی تأثیر آب‌بند بر اندرکنش موج سیال-سازه (WSI) با استفاده از روش‌های ALE و SPH

احمد رحمتی علائی*
 استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ملی مهارت، تهران، ایران، arahmatialaei@tvu.ac.ir

چکیده

در این پژوهش، یک مدل عددی سه‌بعدی برای تحلیل اندرکنش موج سیال-سازه (WSI) در سناریوی شکست سد با حضور مانع ساحلی و آب‌بند ارائه شده است. شبیه‌سازی‌ها با استفاده هم‌زمان از دو روش محاسباتی لاگرانژ-اویلر انتخابی (ALE) و هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) در نرم‌افزار غیرخطی LS-DYNA انجام شده و نتایج با مقایسه تاریخیچه زمانی نیروی وارد بر مانع صلب با داده‌های آزمایشگاهی اعتبارسنجی شده‌اند. روش SPH به دلیل ماهیت بدون شبکه و توانایی بهتر در شبیه‌سازی تغییر شکل‌های بزرگ، شکست ناگهانی موج، تطابق فیزیکی و عددی دقیق‌تری نسبت به روش ALE ارائه می‌دهد. در ادامه، اثر پارامترهای هندسی آب‌بند شامل ارتفاع، فاصله از مانع، شکل سطح مقطع و ابعاد طولی و عرضی آن به صورت جامع بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد افزایش ارتفاع آب‌بند با $F_{max}=7/\Delta N$ در مقایسه با کاهش فاصله طولی با $F_{max}=13/4N$ نقش مؤثرتری در کاهش نیروی برخورد موج دارد. همچنین، مقطع دایره‌ای با $27/1N$ بیشترین و مقطع نیم‌دایره‌ای پشت به مانع با $9/4N$ کمترین نیرو را ایجاد می‌کند. افزایش بعد طولی آب‌بند موجب کاهش 28% و افزایش بعد عرضی آن موجب کاهش 33% نیروی سیال می‌شود.

واژه‌های کلیدی: آنالیز عددی، آب‌بند، اندرکنش موج سیال-سازه، لاگرانژ-اویلر انتخابی، هیدرودینامیک ذرات هموار، کد LS-DYNA.

Numerical Analysis of the Effect of a Dike on Wave-Structure Interaction (WSI) in Dam Break Phenomena Using ALE and SPH Methods

A. Rahmati Alaei

Department of Mechanical Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran

Abstract

In this study, a three-dimensional numerical model is developed to analyze fluid-structure interaction under a dam-break scenario involving a coastal obstacle and a protective breakwater. Simulations are conducted using a coupled application of the Arbitrary Lagrangian-Eulerian and Smoothed Particle Hydrodynamics methods within the nonlinear LS-DYNA framework, and the results are validated through comparison of the time histories of hydrodynamic forces acting on the rigid obstacle with experimental data. Owing to its mesh-free formulation and enhanced capability in capturing large deformations and sudden wave breaking, the SPH method demonstrates more accurate physical and numerical predictions than the ALE approach. A comprehensive parametric investigation is then performed to evaluate the influence of breakwater geometry, including height, distance from the obstacle, cross-sectional shape, and longitudinal and transverse dimensions. The results show that increasing the breakwater height reduces the peak impact force to 7.5 N, which is more effective than reducing the longitudinal distance, yielding a peak force of 13.4 N. Furthermore, the circular cross-section produces the maximum force of 27.1 N, whereas a rear-facing semicircular section results in the minimum force of 9.4 N.

Keywords: Numerical analysis, Dike, Wave-structure interaction, Arbitrary lagrangian-eulerian, Smoothed particle hydrodynamics, LS-DYNA code.

۱- مقدمه

چشمگیری در دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) ایجاد کرده‌اند. روش SPH با رویکرد لاگرانژی و استفاده از تقریب‌های ذره‌ای مبتنی بر توابع کرنل، معادلات دیفرانسیل حاکم بر دینامیک سیالات را حل می‌کند [۷]. برخلاف روش‌های مبتنی بر شبکه، این روش در شبیه‌سازی جریان‌های با هندسه‌های پیچیده، سطوح آزاد و تغییر شکل‌های شدید عملکرد مطلوب‌تری دارد. از ویژگی‌های آن می‌توان به توانایی مدل‌سازی جابه‌جایی‌های بزرگ بدون نیاز به شبکه‌بندی انطباقی، رفع چالش‌های رهگیری سطح آزاد و پایداری عددی مناسب اشاره کرد [۸]. با این حال، اعمال شرایط مرزی غیر لغزشی، جلوگیری از نفوذ ذرات و زمان محاسبات در مسائل سه‌بعدی با مقیاس واقعی همچنان از چالش‌های این روش محسوب می‌شوند. با

پدیده شکست سد یکی از مخاطرات مهم هیدرودینامیکی است که می‌تواند پیامدهای فاجعه‌باری از نظر تلفات انسانی، خسارات اقتصادی و تخریب زیرساخت‌ها به همراه داشته باشد [۱]. در این راستا، روش‌های محاسباتی پیشرفته نظیر روش لاگرانژ-اویلر انتخابی (ALE) و روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) به‌عنوان ابزارهای نوین برای شبیه‌سازی اندرکنش موج سیال-سازه^۳ (WSI) مورد توجه گسترده پژوهشگران قرار گرفته‌اند [۲-۶]. این روش‌ها با قابلیت مدل‌سازی دقیق پدیده‌های پیچیده نظیر شکست سد و امواج ساحلی، تحول

¹ Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE)

² Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

³ Wave-Structure Interaction (WSI)

⁴ Computational Fluid Dynamics (CFD)

وجود این محدودیت‌ها، دقت بالای SPH آن را به ابزاری کارآمد در تحلیل‌های CFD تبدیل کرده است [۹].

ژو و همکاران [۱۰] جریان ناشی از شکست سد را به صورت سه‌بعدی با استفاده از روش SPH شبیه‌سازی کرده‌اند. هدف آن‌ها، ارزیابی کارایی موانع با هندسه‌های متفاوت به منظور طراحی بهینه و کاهش اثرات مخرب سیلاب ناشی از شکست سد بوده است. همچنین ژنگ و همکاران [۱۱] نشان دادند که روش SPH توانایی بالایی در مدل‌سازی جریان دوفازی در پدیده شکست سد دارد و می‌تواند رفتار پیچیده جریان‌های گذرا را با دقت شبیه‌سازی کند. نتایج عددی این مطالعات همخوانی مناسبی با داده‌های آزمایشگاهی داشته و کارایی این روش برای آنالیز جریان شکست سد و اثرات آن بر سازه‌ها تأیید شده است.

روش ALE با بهره‌گیری هم‌زمان از مزایای دیدگاه‌های لاگرانژی و اویلری، امکان تحلیل دقیق مسائل سیالاتی همراه با جابه‌جایی‌های بزرگ را فراهم می‌کند [۱۲، ۱۳]. در این روش، حرکت شبکه می‌تواند در سه حالت همراه با ماده، ثابت در فضا یا با جابه‌جایی کنترل‌شده تعریف شود. پیشرفت‌های اخیر در ترکیب روش ALE با روش‌های ذره‌ای نظیر SPH، دقت شبیه‌سازی مسائل دارای مرزهای متحرک و تغییرشکل‌های بزرگ را به‌طور قابل‌توجهی افزایش داده است [۱۴-۱۶].

کارینگتون و همکاران [۱۷] یک روش سه‌بعدی مبتنی بر ALE را برای شبیه‌سازی جریان سیال در دامنه‌هایی با مرزهای متحرک توسعه داده‌اند. این روش از شبکه‌ای ثابت استفاده می‌کند که به صورت موضعی در نزدیکی مرزهای متحرک سازگار شده و پس از عبور مرز، به حالت اولیه بازمی‌گردد. این ویژگی نیاز به بازسازی مکرر شبکه را حذف کرده و دقت اعمال شرایط مرزی را در مرزهای متحرک افزایش می‌دهد. همچنین ژنگ و همکاران [۱۸] یک روش محاسباتی ترکیبی ارائه کرده‌اند که در آن روش مرز جاسازی‌شده با روش ALE برای شبیه‌سازی جریان‌های چند ماده‌ای ترکیب شده است. این رویکرد با بهره‌گیری از روش المان محدود تثبیت‌شده چندمقیاسی، امکان حل دقیق شرایط انتقال در مرزهای بین‌ماده‌ای را فراهم می‌کند.

در کنار مطالعات عددی، پژوهش‌های آزمایشگاهی متعددی نیز به بررسی پدیده شکست سد پرداخته‌اند. در این مطالعات، با استفاده از مدل‌های فیزیکی در مقیاس کوچک آزمایشگاهی، اثرات نیروی هیدرودینامیکی جریان ناشی از شکست سد بر سازه‌های ثابت و متحرک، از جمله آب‌بندها، مورد ارزیابی قرار گرفته است [۱۹، ۲۰]. روش‌های آزمایشگاهی معمولاً شامل ایجاد ستون آب در مخازن مصنوعی و آزادسازی ناگهانی آن برای شبیه‌سازی جریان شکست سد است. در این آزمایش‌ها، پارامترهایی نظیر فشار، ارتفاع موج و نیروی وارد بر سازه‌ها اندازه‌گیری می‌شود تا اطلاعات دقیقی از اندرکنش پیچیده سیال و سازه به‌دست آید [۲۱، ۲۲]. این داده‌ها نقش مهمی در اعتبارسنجی و بهبود مدل‌های عددی دارند. ترکیب مطالعات آزمایشگاهی و مدل‌سازی عددی در شبیه‌سازی WSI از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. گومز و همکاران [۲۳] کد عددی SPHysics را بر اساس مجموعه‌ای از آزمایش‌ها جریان‌های سطح آزاد توسعه دادند.

پژوهش حاضر با هدف توسعه مدل‌های عددی برای آنالیز WSI در

نرم‌افزار غیرخطی المان محدود^۱ LS-DYNA انجام شده است. این نرم‌افزار با یکپارچه‌سازی روش‌های عددی موجود امکان شبیه‌سازی جامع پدیده‌های هیدرودینامیکی را فراهم می‌کند. برخلاف سایر کدهای عددی موجود نظیر DualSPHysics [۲۴] که عمدتاً بر روش SPH تمرکز دارند، مدل عددی ارائه‌شده در این پژوهش با بهره‌گیری از کوپل چندفازی، محدودیت‌های مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده WSI را کاهش داده است. نوآوری اصلی این پژوهش ارائه یک چارچوب عددی سه‌بعدی یکپارچه مبتنی بر دو روش ALE و SPH برای تحلیل اندرکنش موج سیال-سازه در سناریوی شکست سد با حضور آب‌بند ساحلی است. در این چارچوب، عملکرد رویکردهای شبکه‌محور و بدون شبکه مقایسه شده و اثر پارامترهای هندسی آب‌بند شامل ارتفاع، فاصله از مانع و شکل سطح مقطع آن بر نیروهای هیدرودینامیکی ارزیابی شده است.

مدل‌های سه‌بعدی توسعه داده‌شده با کاهش قابل‌توجه زمان محاسبات می‌تواند نیروهای هیدرودینامیکی را در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی با دقت مطلوب پیش‌بینی نماید و مبنای طراحی بهینه آب‌بندها در پروژه‌های ساحلی و سدسازی قرار گیرد. بنابراین در کاهش خسارات ناشی از سیلاب‌های ناگهانی نقش آفرین خواهد بود.

۲- روش‌های محاسباتی

۲-۱- لاگرانژ-اویلر انتخابی (ALE)

روش ALE یک رویکرد محاسباتی در آنالیز عددی مبتنی بر FEM است. در این روش، شبکه المان‌ها نه به‌صورت ثابت در فضا (رویکرد اویلری) و نه به‌طور کامل متصل به ماده (رویکرد لاگرانژی) حرکت می‌کند، بلکه شبکه و ماده دارای حرکت نسبی نسبت به یکدیگر هستند. این ویژگی، روش ALE را به ابزاری کارآمد برای مدل‌سازی مسائلی نظیر اندرکنش موج سیال-سازه تبدیل می‌کند که در آن‌ها تغییرشکل‌های بزرگ و موضعی در ماده رخ می‌دهد. اثرات انتقالی ناشی از حرکت نسبی بین شبکه و ماده به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{Df(X_i, t)}{Dt} = \frac{\partial f(x_i, t)}{\partial t} + w_i \frac{\partial f(x_i, t)}{\partial x_i} \quad (1)$$

در معادله فوق X_i مختصات لاگرانژی، x_i مختصات اویلری و $w_i = v_i - \dot{v}_i$ سرعت نسبی بین ماده و شبکه است.

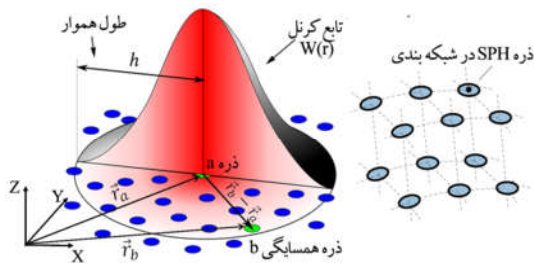
همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، هنگامی که سرعت ماده (v_i) و سرعت شبکه (\dot{v}_i) برابر باشند، شبکه و ماده به‌صورت یکپارچه حرکت کرده و رویکرد لاگرانژی حاصل می‌شود. در حالتی که شبکه ثابت باشد ($\dot{v}_i = 0$) روش اویلری شکل می‌گیرد. اگر شبکه با سرعتی متفاوت از ماده حرکت کند ($v_i \neq \dot{v}_i$) روش ALE به کار گرفته می‌شود. معادلات بقای حاکم بر ALE به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} - w_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \sigma_{ij,j} + \rho b_i - \rho w_i \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (3)$$

$\sigma_{ij,j}$ و b_i به ترتیب نشان‌دهنده تانسور تنش کوشی و بردار نیروی حجمی هستند.

¹ Finite Element



شکل ۲- تقریب روش SPH برای ذره

یکی از توابع هسته پرکاربرد، تابع اسپلاین مکعبی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W(\mathbf{r}_b - \mathbf{r}_a, h) = \frac{1}{\pi h^3} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & \text{if } 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & \text{if } 1 \leq q \leq 2 \\ 0 & \text{if } q \geq 2 \end{cases} \quad (6)$$

دقت نتایج حاصل از روش SPH به میزان قابل توجهی به انتخاب تابع هسته وابسته است.

در روش SPH معادله بقای تکانه برای ذره a به صورت است:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \sum_b m_b \left(\frac{P_b}{\rho_b^2} + \frac{P_a}{\rho_a^2} + \Pi_{ab} \right) \bar{\mathbf{v}} W_{ab} + \mathbf{g} \quad (7)$$

\mathbf{g} شتاب گرانش است؛ ρ_a و P_a به ترتیب فشار و چگالی ذره "a" هستند؛ ρ_b و P_b فشار و چگالی ذره "b" می‌باشند و Π_{ab} به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Pi_{ab} = \begin{cases} \frac{-\alpha \bar{c}_{ab} \mu_{ab}}{\bar{\rho}_{ab}} & \mathbf{v}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} < 0 \\ 0 & \mathbf{v}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} > 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\mu_{ab} = \frac{h \mathbf{v}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab}}{\mathbf{r}_{ab}^2 + 0.01h^2} \quad (9)$$

$$\bar{c}_{ab} = \frac{c_a + c_b}{2} \quad (10)$$

$$\bar{\rho}_{ab} = \frac{\rho_a + \rho_b}{2} \quad (11)$$

$\alpha = 0.1$ ، $\mathbf{r}_{ab} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b$ و $\mathbf{v}_{ab} = \mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b$ می‌باشد. c_a و c_b به ترتیب سرعت صوت، \mathbf{r}_a و \mathbf{r}_b موقعیت‌ها و \mathbf{v}_a و \mathbf{v}_b سرعت ذرات "a" و "b" هستند.

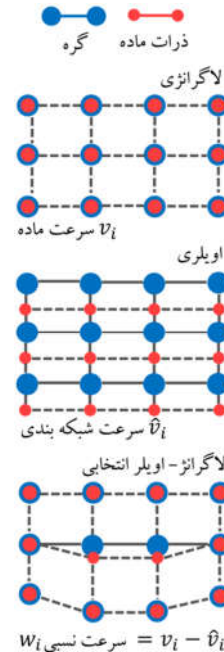
تغییرات چگالی سیال برای ذره a از طریق معادله پیوستگی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \sum_b m_b \mathbf{v}_{ab} \cdot \bar{\mathbf{v}} W_{ab} \quad (12)$$

نرم‌افزار المان محدود غیرخطی LS-DYNA در مسائل مهندسی هیدرولیک از روش‌های عددی SPH و ALE بهره می‌برد. این نرم‌افزار با ترکیب المان محدود و SPH، امکان شبیه‌سازی دقیق برهم‌کنش موج و سازه (WSD) را فراهم می‌کند.

۳- تست آزمایشگاهی

شرایط آزمایشگاهی مطابق شکل ۳ شامل یک مخزن مستطیلی با ابعاد $1/6 \text{ m}$ (طول) \times $0/61 \text{ m}$ (عرض) \times $0/75 \text{ m}$ (ارتفاع) است. حجم اولیه آب پشت دریچه با ابعاد $0/4 \text{ m}$ (طول) \times $0/61 \text{ m}$ (عرض) \times $0/3 \text{ m}$ (ارتفاع) در نظر گرفته شده است. بر اساس شرایط آزمایشگاهی گزارش شده توسط گومز و همکاران [۲۳]، یک لایه نازک



شکل ۱- رویکردهای لاگرانژی، اویلری و ALE

۲-۲- هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

روش هیدرودینامیک ذرات هموار به‌عنوان یک رویکرد محاسباتی بدون شبکه و مبتنی بر ذرات، برای شبیه‌سازی رفتار سیالات توسعه یافته است. این روش نسبت به تکنیک‌های متداول دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) دارای مزایای قابل توجهی است. در SPH، سیستم سیال به صورت مجموعه‌ای از ذرات گسسته مدل‌سازی می‌شود که هر ذره حامل اطلاعات مکانی و ویژگی‌های فیزیکی سیال نظیر چگالی، فشار و سرعت است.

روش SPH به‌طور ذاتی یک روش درون‌یابی محسوب می‌شود و برای شبیه‌سازی مسائل دارای تغییرشکل‌های بزرگ در اندرکنش موج سیال-سازه، که در آن‌ها اعوجاج قابل توجهی در میدان سیال رخ می‌دهد، بسیار مناسب است. در این روش، هر کمیت فیزیکی $A(\mathbf{r})$ در حوزه Ω از طریق انتگرال درون‌یابی به صورت زیر بیان می‌شود [۲۵، ۲۶]:

$$A(\bar{\mathbf{r}}) = \int_{\Omega} A(\bar{\mathbf{r}}) W(\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}}, h) d\bar{\mathbf{r}} \quad (4)$$

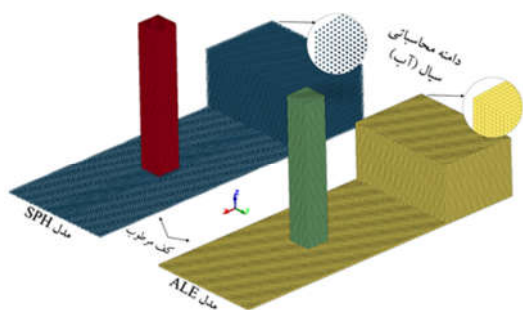
W نشان‌دهنده تابع هسته، موقعیت ذره، $\bar{\mathbf{r}}$ موقعیت ذره مجاور و h طول هموارسازی (یا شعاع هسته) است.

همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، تقریب $A(\mathbf{r})$ برای ذره "a" در فرم گسسته به صورت زیر بیان می‌شود:

$$A(\mathbf{r}_a) = \sum_b m_b \frac{A_b}{\rho_b} W(\mathbf{r}_b - \mathbf{r}_a, h) \quad (5)$$

m_b و ρ_b به ترتیب نشان‌دهنده جرم و چگالی ذره "b" است.

تابع هسته در روش SPH باید شرایط اساسی از جمله مثبت بودن و نرمال‌سازی را برآورده کند. همچنین این تابع باید با افزایش فاصله از ذره به صورت یکنواخت کاهش یابد و در حالتی که طول هموارسازی به صفر میل کند، رفتاری مشابه تابع دلتا δ داشته باشد.



شکل ۴- مدل‌های عددی SPH و ALE

معادله فشار به صورت زیر بیان می‌شود:

$$p = k_0 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (13)$$

در معادله فوق، ρ_0 چگالی سیال در حالت سکون، γ ضریبی است که معمولاً برابر با ۷ در نظر گرفته می‌شود و k_0 به گونه‌ای انتخاب می‌گردد که شرط زیر برقرار باشد:

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma k_0}{\rho_0}} \geq 10v_{max} \quad (14)$$

که در آن c_0 سرعت صوت در سیال و v_{max} حداکثر سرعت جریان سیال است. این شرط تضمین می‌کند که اثرات تراکم‌پذیری به حداقل رسیده و گام زمانی در تحلیل‌های صریح، پایدار باقی بماند.

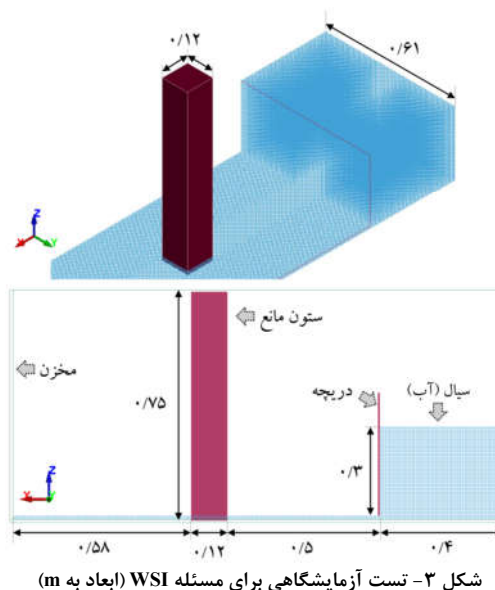
جدول ۱- اجزای مدل عددی

آب	ستون مانع	مدل ماده
*Null	*Rigid	معادله حالت
*MURNAGHAN	-	ضرایب مدل ماده
$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ $P_c = -5 \times 10^4 \text{ Pa}$ $MU = 0.001$ $\gamma = 7$ $k_0 = 1.5 \times 10^5$	$\rho = 100 \text{ kg/m}^3$ $E = 2 \times 10^4 \text{ Pa}$ $\theta = 0.25$	نوع المان در شبکه‌بندی
SPH: Particles ALE: Solid (Hex: CST)	Solid (Hex: CST)	تعداد المان (ذره)
SPH: ۶۸۳،۳۹۴ ALE: ۷۹۰،۰۵۶	۱۱،۷۰۰	

۲-۴- تماس‌ها و اندرکنش‌ها

در روش SPH برای مدل‌سازی تعامل بین سیال و مانع از الگوریتم تماس AUTOMATIC_NODE_TO_SURFACE استفاده می‌شود. این الگوریتم از معادلات روش پنالتی استفاده می‌کند که در آن نیروی تماس متناسب با عمق نفوذ و سختی عددی محاسبه می‌شود. کوپل پنالتی رفتاری مشابه یک سیستم فنری داشته و نیروهای تماسی را بر اساس عمق نفوذ و سختی فنر تعیین می‌کند. مطابق شکل ۵ ابتدای فنر به گره فرعی و انتهای آن به گره اصلی متصل می‌شود تا اندرکنش مناسب بین ذره سیال و مانع برقرار گردد. در روش ALE برای مدل‌سازی اندرکنش بین سیال و مانع، از الگوریتم CONSTRAINED SOLID IN LAGRANGE استفاده شده است که امکان کوپل مناسب بین میدان سیال و سازه را فراهم می‌کند.

آب با ارتفاع تقریبی ۰/۰۱ m در کف مخزن قرار گرفته است تا شرایط اولیه جریان به‌درستی شبیه‌سازی شود. ستون مانع صلب با ابعاد ۰/۱۲ m × ۰/۱۲ m × ۰/۷۵ m، در بخش پایین‌دست دریچه و در میانه دامنه سیال قرار گرفته است. در طول آزمایش، نیروی خالص وارد بر ستون مانع و همچنین سرعت سیال در نقاط مختلف دامنه به‌منظور انجام آنالیز دقیق رفتار هیدرودینامیکی ثبت و ارزیابی شده‌اند.



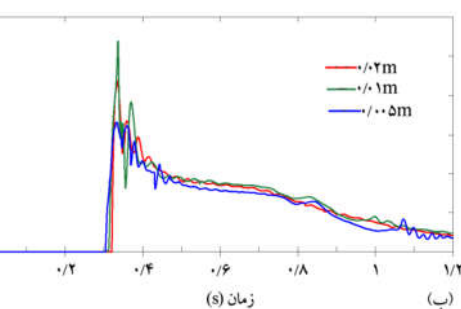
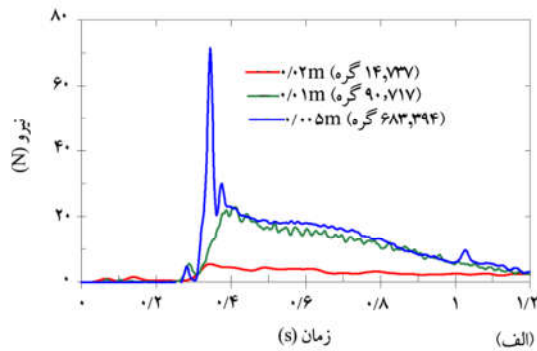
شکل ۳- تست آزمایشگاهی برای مسئله WSI (ابعاد به m)

۴-۴- مدل‌سازی عددی

مطابق شکل ۴، در این پژوهش مسئله WSI با بهره‌گیری از روش عددی، یعنی ALE و SPH، در نرم‌افزار LS-DYNA شبیه‌سازی شده است.

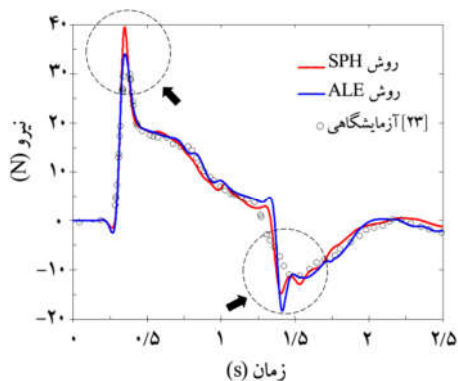
۴-۱- مدل‌های مادی

جدول ۱ مشخصات مدل‌های ماده و ضرایب متناظر آن‌ها را برای اجزای مدل عددی، شامل سیال و ستون مانع، در هر دو روش SPH و ALE ارائه می‌دهد. ستون مانع با مقطع مربعی به‌عنوان یک جسم صلب مدل‌سازی شده است. در وضعیت شبکه‌بندی ریز دامنه سیال، در روش SPH تعداد ذرات سیال برابر با ۶۸۳،۳۹۴ ذره و در روش ALE تعداد المان‌های سیال برابر با ۷۹۰،۰۵۶ المان در نظر گرفته شده است. برای توصیف رفتار سیال، از مدل ماده MAT_NULL همراه با معادله حالت به‌منظور بیان رابطه فشار-چگالی استفاده شده است. این ترکیب امکان مدل‌سازی مناسب رفتار تراکم‌پذیر سیال و انتقال فشار در طول فرآیند شکست سد را فراهم می‌کند. به‌منظور کاهش اثرات تراکم‌پذیری سیال و اطمینان از انتخاب گام زمانی مناسب، از معادله حالت مورناگان [۲۷] با تراکم‌پذیری ضعیف استفاده شده است.



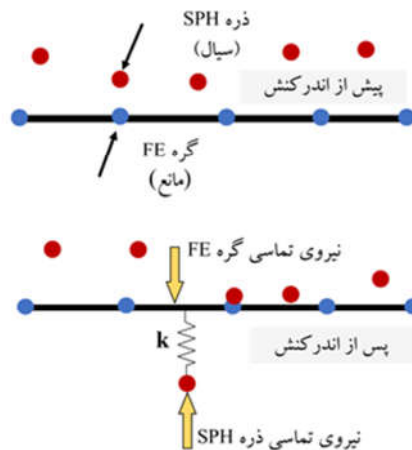
شکل ۶- آنالیز حساسیت شبکه‌بندی دامنه سیال؛
(الف) روش SPH (ب) روش ALE

نتایج اعتبارسنجی نشان می‌دهد تاریخچه زمانی نیروی وارد بر مانع و نیز زمان‌بندی پدیده‌های کلیدی جریان (زمان برخورد موج با مانع، رسیدن موج به دیواره مخزن و تشکیل موج بازگشتی) با روندهای گزارش شده در مطالعات آزمایشگاهی و شبیه‌سازی‌های شکست سد دارای مانع هم‌خوانی دارد. الگوی افزایش ناگهانی نیرو در لحظه برخورد اولیه و سپس افت و نوسان نیرو در مرحله بازگشت موج، همان رفتاری است که در آزمایش‌های مرجع مشاهده شده است [۲۳].



شکل ۷- نیروی موج سیال بر مانع صلب، نتایج عددی و آزمایشگاهی

شکل ۷ نتایج نیروی وارد بر مانع را بر اساس روش‌های SPH، ALE و داده‌های آزمایش تجربی نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، همبستگی قابل‌توجهی بین مقادیر عددی و نتایج تجربی وجود دارد. مطابق شکل ۷ روش SPH در مقایسه با روش ALE روند نزدیک‌تری برای نیروی سیال نسبت به داده‌های تجربی ارائه می‌دهد؛ بنابراین روش SPH برای مطالعات پارامتری انتخاب شده است.



شکل ۵- تماس SPH-FE برای سیال و مانع

۵- بحث و بررسی نتایج

۵-۱- آنالیز حساسیت شبکه‌بندی دامنه سیال

برای بررسی حساسیت شبکه‌بندی دامنه سیال، روش‌های SPH و ALE با اندازه‌های مختلف المان و تعداد ذرات متفاوت مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. در روش ALE اندازه‌های المان ۰.۰۲m، ۰.۱m و ۰.۰۵m در نظر گرفته شده است. متناظر با این مقادیر در روش SPH، تعداد ذرات ۱۴،۷۳۷، ۹۰،۷۱۷ و ۶۸۳،۳۹۴ است.

شکل ۶ نتایج آنالیز حساسیت شبکه‌بندی را برای هر دو روش SPH و ALE نشان می‌دهد. در روش SPH با افزایش تعداد ذرات، نتایج مدل‌های دارای ۹۰،۷۱۷ و ۶۸۳،۳۹۴ ذره به همگرایی مناسبی رسیده‌اند (شکل ۶-الف). در روش ALE نیز نیروی وارد بر مانع صلب با سه اندازه المان مختلف روندی تقریباً یکسان داشته و همگرایی مطلوبی را نشان می‌دهد (شکل ۶-ب). به‌منظور تعادل بین دقت و کاهش زمان محاسبات، اندازه المان ۰.۱m برای مدل عددی ALE و تعداد ذرات ۶۸۳،۳۹۴ ذره برای مدل SPH انتخاب شده‌اند.

تمامی محاسبات بر روی سیستم با پردازنده Intel Core i9-9880H (با فرکانس پایه ۲/۳۰ GHz) و حافظه ۳۲GB انجام شده است و از حل‌گر پردازش موازی استفاده شده است.

زمان محاسباتی روش ALE با اندازه المان ۰.۱m حدود ۳۴ دقیقه و برای روش SPH با ۶۸۳،۳۹۴ ذره حدود ۳۶ دقیقه ثبت شد. اگرچه روش SPH زمان محاسباتی نسبتاً بیشتری نسبت به ALE دارد، اما این افزایش هزینه محاسباتی با حذف نیاز به بازسازی شبکه، پایداری عددی بالاتر در مواجهه با تغییر شکل‌های بزرگ و دقت بیشتر در پیش‌بینی ماکزیمم نیروی هیدرودینامیکی جبران می‌شود.

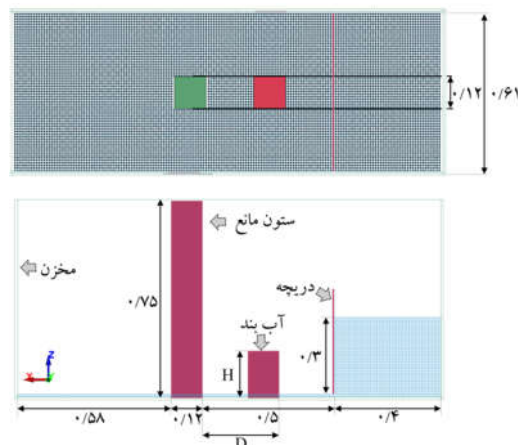
۵-۲- اعتبارسنجی مدل‌های عددی

جدول ۲ مقایسه بین پیشروی موج سیال و برخورد آن با مانع را در زمان‌های مختلف با استفاده از روش‌های SPH و ALE ارائه می‌دهد. موج متحرک در ۰/۳۵ s به مانع صلب برخورد کرده، در ۰/۶۵ s ثانیه به دیواره مخزن می‌رسد و در ادامه موج بازگشتی تشکیل می‌شود. در نهایت سیال پس از ۲/۴ s به حالت پایدار می‌رسد.

علاوه بر تطابق عددی مناسب با داده‌های آزمایشگاهی، برتری روش SPH در پیش‌بینی نیروی سیال ناشی از ماهیت کاملاً لاگرانژی و بدون شبکه آن است که امکان شبیه‌سازی تغییرشکل‌های بزرگ، شکست ستون آب، سطح آزاد و برخوردهای ضربه‌ای را بدون اعوجاج شبکه فراهم می‌کند. در مقابل، روش ALE به دلیل وابستگی به شبکه و پخش عددی در گرادیان‌های شدید سرعت و فشار، ممکن است پیک‌های نیروی هیدرودینامیکی را با دقت کمتری ثبت کند؛ بنابراین SPH نمایش واقع‌بینانه‌تری از برهم‌کنش سیال و سازه ارائه می‌دهد.

۵-۳-۳- اثر آب‌بند بر کاهش امواج سیال

در این بخش تأثیر آب‌بند در کاهش اثرات امواج سیال بر سازه‌های ساحلی بررسی شده است. فاصله آب‌بند از مانع صلب (D) و ارتفاع آب‌بند (H) پارامترهای اصلی مؤثر در کاهش امواج سیال می‌باشند. مطابق شکل ۸، طول و عرض آب‌بند (۰/۱۲m) ثابت در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، تأثیر آب‌بند برای سناریوهای مختلف با ارتفاع‌های ۰/۵m و ۰/۱m و فواصل طولی از مانع صلب ۰/۱۵m، ۰/۳m و ۰/۴۵m با روش SPH بررسی شده است. شکل ۹ نیروی وارد بر مانع صلب را برای مدل‌های عددی ارائه شده در جدول ۳ نشان می‌دهد. حداکثر نیروی برخورد سیال در سه نقطه مشخص، همراه با وضعیت حرکت موج سیال در زمان‌های متناظر، برای آب‌بندهای با ارتفاع کم و زیاد به ترتیب در شکل‌های ۹-الف و ۹-ب نمایش داده شده است. به طور کلی، کاهش ارتفاع آب‌بند و افزایش فاصله افقی بین آب‌بند و مانع صلب منجر به افزایش نیرو می‌شود. در تمامی مدل‌ها، افزایش ارتفاع آب‌بند و کاهش فاصله افقی آن از مانع صلب منجر به کاهش حداکثر نیروی سیال به کمتر از ۳۹/۹ N (مقدار مینا بدون آب‌بند، مطابق جدول ۳) شده است.



شکل ۸- مدل عددی با آب‌بند (ابعاد به m)

همان‌طور که در جدول ۳ و شکل ۹ نشان داده شده است، مقایسه بین مدل‌های $H\delta D 15$ با $F_{max}=13/4 N$ و $H\delta D 45$ با $F_{max}=7/5 N$ حاکی از آن است که افزایش ارتفاع آب‌بند (H) در مقایسه با کاهش فاصله افقی (D) تأثیر بیشتری بر کاهش نیروی برخورد موج دارد. این نتیجه با برداشت فیزیکی رایج در یافته‌های سایر محققان هم‌خوان

است؛ زیرا افزایش ارتفاع مانع، مسیر مؤثر انتشار موج را محدود کرده و بخش بزرگ‌تری از تکانه موج را پیش از رسیدن به سازه اصلی مستهلک یا منحرف می‌کند، در حالی که تغییر فاصله عمده‌تاً زمان رسیدن موج و الگوی بازتاب موج را تعدیل می‌نماید [۱۹، ۲۰]. بنابراین، در دامنه بررسی شده، هندسه قائم آب‌بند (ارتفاع) نقش تعیین‌کننده‌تری در کنترل شدت برخورد اولیه دارد.

۵-۳-۱- تأثیر هندسه سطح مقطع آب‌بند

به‌منظور بررسی تأثیر شکل هندسی آب‌بند بر پیشروی موج سیال و حداکثر نیروی وارد بر مانع، چهار هندسه متفاوت شامل مقطع دایره‌ای، نیم‌دایره‌ای رو به مانع، نیم‌دایره‌ای پشت به مانع و مربعی مورد بررسی قرار گرفته‌اند (شکل ۱۰). بر اساس نتایج جدول ۴، بیشترین مقدار نیرو (F_{max}) معادل $27/1 N$ مربوط به مقطع دایره‌ای بوده است، در حالی که کمترین مقدار آن $9/4 N$ برای مقطع نیم‌دایره‌ای پشت به مانع مشاهده شده است که عملکرد بهتری در کاهش نیروی هیدرودینامیکی داشته است.

از منظر فیزیکی، تفاوت در عملکرد هندسه‌های مختلف آب‌بند به نحوه برهم‌کنش موج سیال با سطح آب‌بند و الگوی انحراف جریان بازمی‌گردد. در مقطع دایره‌ای، برخورد موج با سطح انحنادار منجر به تمرکز موضعی فشار و هدایت بخش قابل‌توجهی از تکانه سیال در راستای مانع می‌شود که افزایش نیروی برخورد را به دنبال دارد. در مقابل، مقطع نیم‌دایره‌ای پشت به مانع با ایجاد یک سطح تدریجی در جهت انتشار موج، باعث پخش تدریجی انرژی، کاهش انعکاس مستقیم و افزایش انحراف جانبی جریان می‌شود. این رفتار موجب کاهش شدت برخورد موج و افت نیروی هیدرودینامیکی وارد بر مانع می‌گردد.

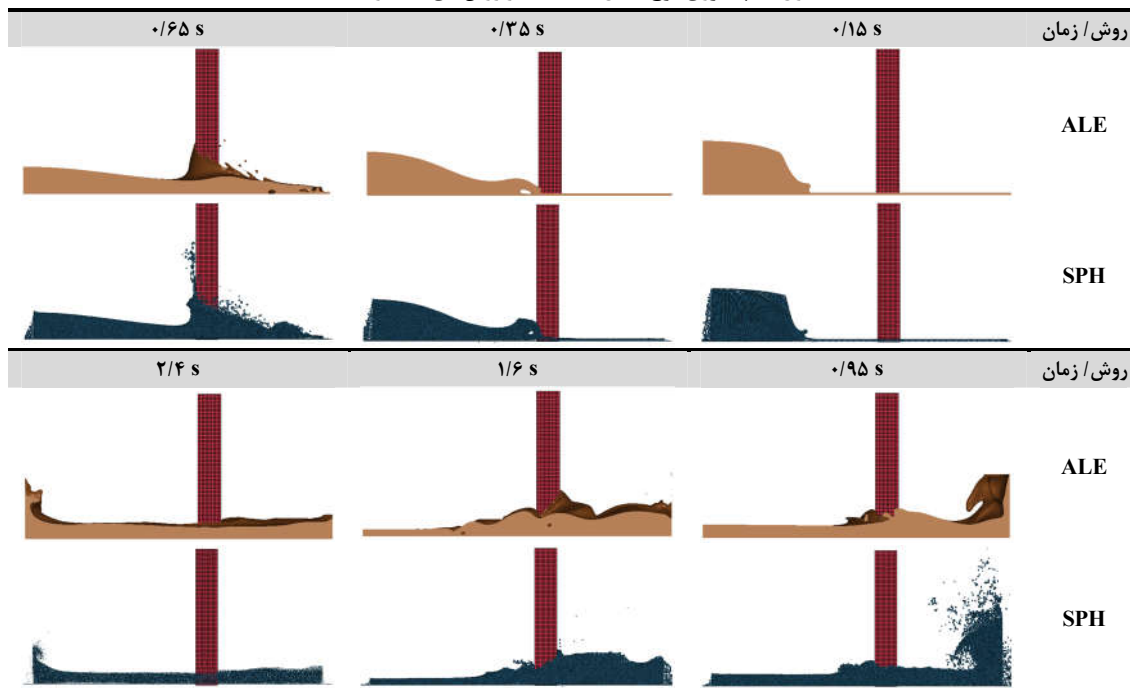
علاوه بر کاهش نیروی هیدرودینامیکی، هندسه سطح مقطع آب‌بند نقش مهمی در الگوی انعکاس موج و تشکیل گردابه‌ها در ناحیه پشت آب‌بند ایفا می‌کند. نتایج نشان می‌دهد که در هندسه‌هایی با لبه‌های تیز، نظیر مقطع مربعی، برخورد موج منجر به جدایش ناگهانی جریان و تشکیل گردابه‌های ناپایدار در ناحیه پشت آب‌بند می‌شود که با نوسانات موضعی فشار همراه است. در مقابل، مقاطع دارای انحنا پیوسته، به‌ویژه مقطع نیم‌دایره‌ای پشت به مانع، موجب هدایت تدریجی جریان و کاهش شدت انعکاس مستقیم موج می‌گردند.

این رفتار باعث تضعیف ساختار گردابه‌ای، افزایش اتلاف انرژی از طریق پخش تدریجی تکانه و در نهایت کاهش نیروی بازتابی منتقل شده به مانع می‌شود. از این‌رو، هندسه آب‌بند نه تنها بر مقدار نیروی حداکثری، بلکه بر سازوکارهای فیزیکی اتلاف انرژی موج شامل انعکاس، انحراف جریان و تشکیل گردابه‌ها نیز تأثیرگذار است. این روند با توضیحات فیزیکی ارائه‌شده در مطالعات جریان سطح آزاد هم‌خوان است؛ به‌گونه‌ای که مقاطع با انحنا پیوسته معمولاً با کاهش انعکاس مستقیم و تضعیف جدایش جریان، به اتلاف انرژی مؤثرتری نسبت به مقاطع با لبه‌های تیز منجر می‌شوند [۲۳].

۵-۳-۲- تأثیر ابعاد طولی و عرضی آب‌بند

شکل ۱۱ افزایش ابعاد آب‌بند را در جهت‌های طولی (محور x) و عرضی (محور y) به $0/12m$ ، $0/24m$ و $0/36m$ نشان می‌دهد.

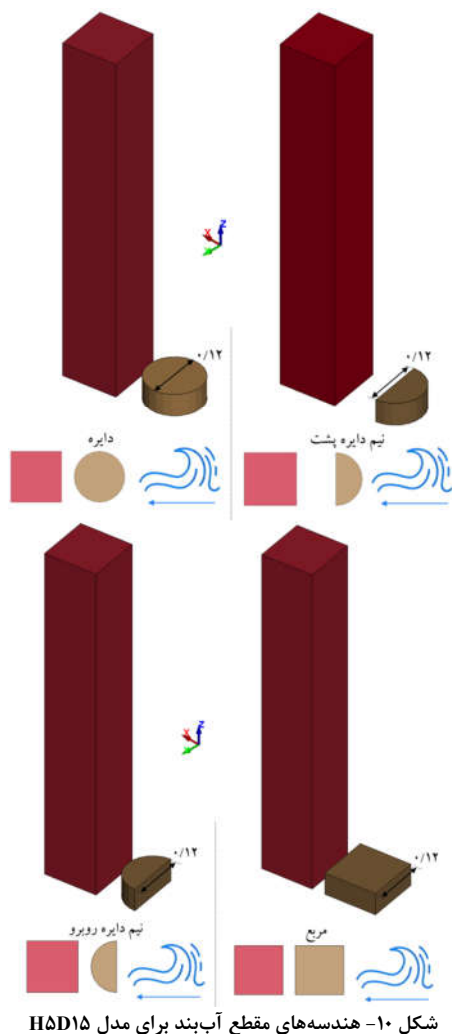
جدول ۲- پیشروی موج سیال با استفاده از روش‌های SPH و ALE



جدول ۳- مطالعه پارامتری برای بررسی اثر آب‌بند

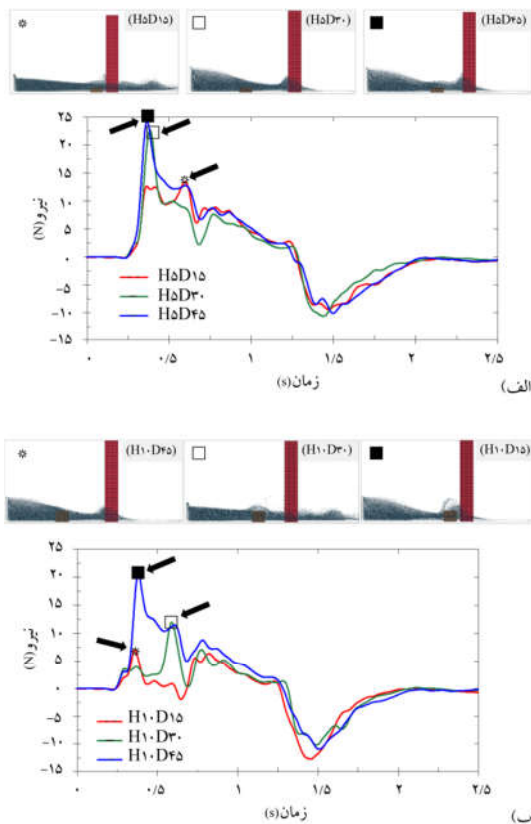
F_{max} (N)	عرض (m)	طول (m)	H (m)	D (m)	روش محاسباتی	مدل		
۳۹/۹	-۱/۱۲	-۱/۱۲	بدون آب‌بند	بدون آب‌بند	SPH	SPH۰۱		
۳۴					ALE	ALE۰۱		
۳۸					آزمایشگاهی	Test۰۱		
۱۳/۴			-۱/۱۲	-۱/۱۲	-۱/۰۵	-۱/۱۵	SPH	H۵D۱۵
۲۲/۸								H۵D۳۰
۲۴/۴								H۵D۴۵
۷/۱۵								H۱۰D۱۵
								L۱۲-H۱۰D۱۵
								W۱۲-H۱۰D۱۵
۱۲			-۱/۱۲	-۱/۲۴	-۱/۰۱	-۱/۳	SPH	H۱۰D۳۰
۲۰/۸	H۱۰D۴۵							
۹/۸	-۱/۱۲	-۱/۳۶	-۱/۰۱	-۱/۱۵	SPH	L۲۴-H۱۰D۱۵		
۱۰/۱						L۳۶-H۱۰D۱۵		
۹/۲						W۲۴-H۱۰D۱۵		
۱۲/۷						W۳۶-H۱۰D۱۵		

به صورت جامع بررسی شده‌اند. نتایج عددی نیروی سیال وارد بر مانع صلب تطابق دقیقی با داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد. یافته‌ها عبارت‌اند از:



شکل ۱۰- هندسه‌های مقطع آببند برای مدل H5D15

- روش SPH نسبت به روش ALE از مزیت اجتناب از هزینه بالای بازسازی شبکه برخوردار است و امکان مدیریت و غیرفعال‌سازی ذرات پراکنده خارج از دامنه شبکه‌بندی را فراهم می‌کند.
 - در آنالیز همگرایی شبکه‌بندی، اندازه المان 0.1m برای مدل ALE و 682.294 ذره برای مدل SPH انتخاب شد. این انتخاب، ضمن حفظ دقت قابل قبول، هزینه و زمان محاسبات را کاهش داد.
 - روش SPH در مقایسه با ALE، تطابق بهتری با داده‌های تجربی دارد. از طرف دیگر برتری SPH ناشی از ماهیت ذره‌ای و لاگرانژی محض آن است که آن را برای مدل‌سازی دقیق‌تر WSI مناسب‌تر می‌سازد.
 - افزایش ارتفاع آببند و کاهش فاصله افقی از مانع، حداکثر نیروی برخورد سیال F_{max} را در تمامی مدل‌ها به کمتر از $39/9\text{N}$ کاهش داد.
 - مقایسه بین مدل‌های H5D15 ($F_{max}=13/4\text{N}$) و H10D45 ($F_{max}=7/5\text{N}$) نشان می‌دهد افزایش ارتفاع آببند (H) در مقایسه با کاهش فاصله (D) تأثیر بیشتری در کاهش نیروی سیال دارد.



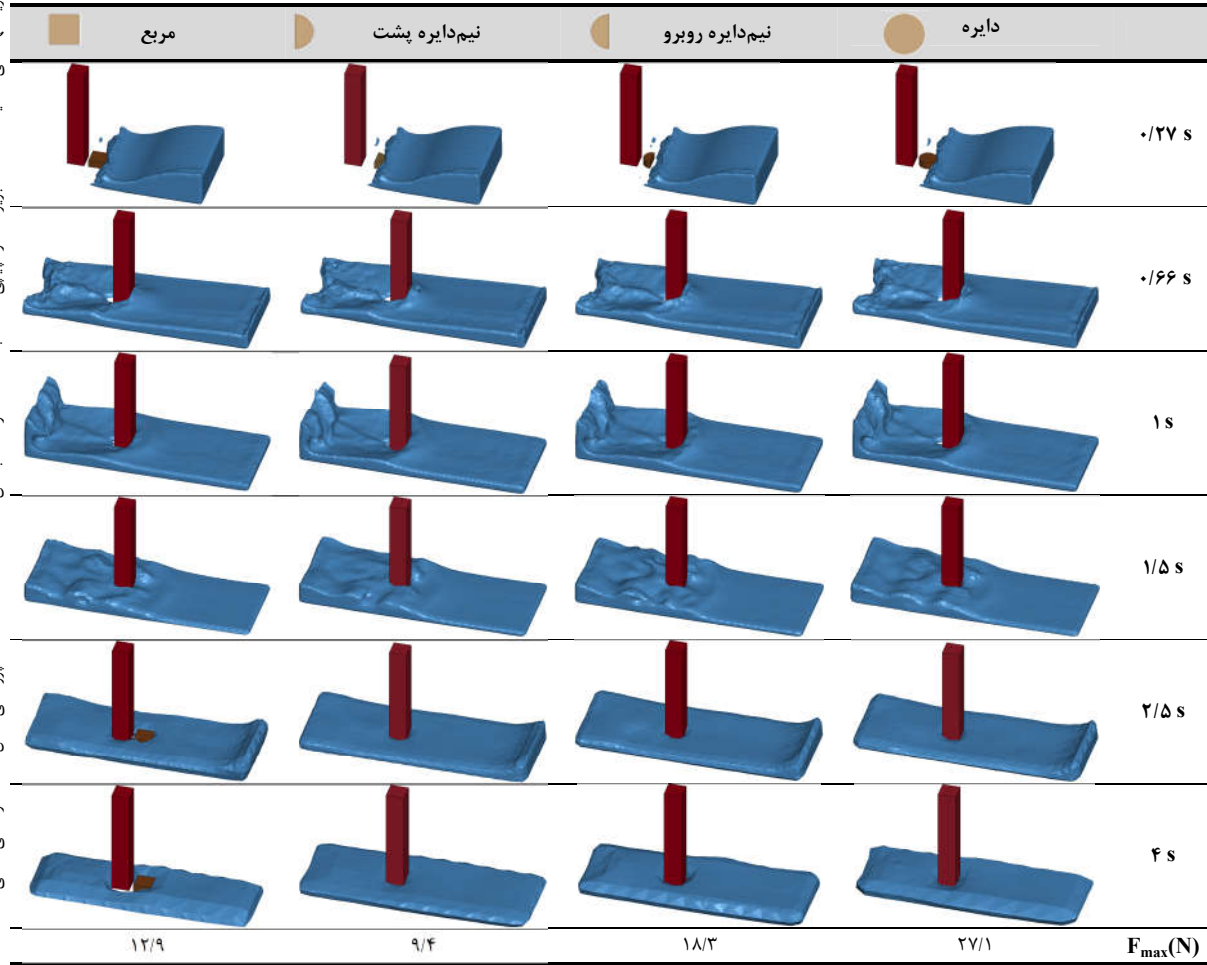
شکل ۹- نیروی مانع صلب با آببند (الف) ارتفاع کم (ب) ارتفاع زیاد

مطابق شکل ۱۲-الف افزایش مقطع طولی آببند منجر به کاهش حداکثر نیروی سیال وارد بر مانع صلب به $9/8\text{N}$ شده که بیانگر کاهش تقریبی 28% برای مدل H10D15-W24 است. در مقابل، با افزایش ابعاد آببند در جهت عرضی، حداکثر نیروی ناشی از موج از $13/6\text{N}$ به $9/2\text{N}$ کاهش یافته که معادل کاهش تقریبی 33% است (شکل ۱۲-ب). تفاوت عملکرد ابعاد طولی و عرضی آببند به نحوه توزیع و انحراف جریان مربوط است. افزایش بعد طولی، زمان تماس موج را بیشتر کرده و بخشی از انرژی را مستهلک می‌کند، اما تکانه اصلی همچنان در راستای انتشار حفظ می‌شود. در مقابل، افزایش بعد عرضی با گسترش ناحیه برخورد، انحراف جانبی جریان و توزیع یکنواخت‌تر فشار، تمرکز تکانه را کاهش داده و اتلاف انرژی را افزایش می‌دهد؛ بنابراین بعد عرضی تأثیر بیشتری در کاهش نیروی هیدرودینامیکی دارد.

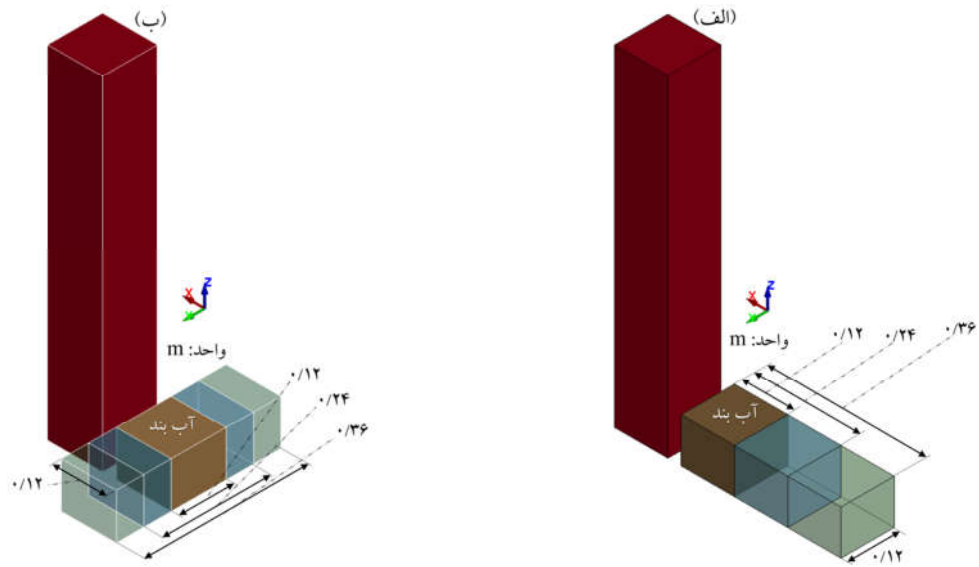
۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با استفاده از نرم‌افزار LS-DYNA، دو روش عددی SPH و ALE برای شبیه‌سازی اثرات امواج سیال ناشی از شکست سد بر سازه‌های ساحلی به کار گرفته شد. نوآوری اصلی این مطالعه در توسعه مدل عددی سه‌بعدی یکپارچه مبتنی بر کوپل چندفازی این دو روش نهفته است که امکان تحلیل دقیق‌تر اندرکنش موج سیال-سازه را در مقایسه با کدهایی نظیر DualSPHysics [24]، فراهم می‌کند. اثر ارتفاع‌های مختلف آببند (0.5m و 1m) و فواصل طولی از مانع صلب D (0.3m ، 0.45m) با هندسه‌های مختلف سطح مقطع

جدول ۴- اندرکنش موج سیال با مانع صلب با وجود آب‌بند دارای مقاطع هندسی مختلف



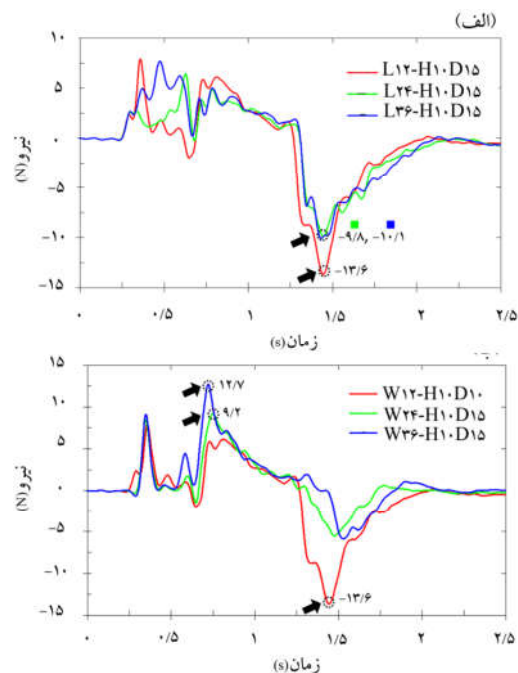
نشریه مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، شماره پیاپی ۱۱۵، جلد ۵۶، شماره ۲، تابستان، ۱۴۰۵، صفحه ۴۱-۵۱ - پژوهشی کامل - احمد رحمتی علایی



شکل ۱۱- هندسه مربعی آب‌بند برای مدل H1۰D1۵ (الف) افزایش بعد طولی، (ب) افزایش بعد عرضی

- [7]. Ye T, Pan D, Huang C, Liu M. Smoothed particle hydrodynamics (SPH) for complex fluid flows: Recent developments in methodology and applications. *Physics of Fluids*. 2019;31(1).
- [8]. Wang FZ, Animasau I, Muhammad T, Okoya S. Recent advancements in fluid dynamics: drag reduction, lift generation, computational fluid dynamics, turbulence modelling, and multiphase flow. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 2024;49(8):10237-49.
- [9]. Nishiura D, Furuichi M, Sakaguchi H. Computational performance of a smoothed particle hydrodynamics simulation for shared-memory parallel computing. *Computer Physics Communications*. 2015;194:18-32.
- [10]. Xu X, Jiang Y-L, Yu P. SPH simulations of 3D dam-break flow against various forms of the obstacle: Toward an optimal design. *Ocean Engineering*. 2021;229:108978.
- [11]. Zheng X, Rubinato M, Liu X, Ding Y, Chen R, Kazemi E. SPH simulation of sediment movement from dam breaks. *Water*. 2023;15(17):3033.
- [12]. Tian B, Li L. A five-equation model based global ale method for compressible multifluid and multiphase flows. *Computers & Fluids*. 2021;214:104756.
- [13]. Yang Y, Richter T, Jäger W, Neuss-Radu M. An ALE approach to mechano-chemical processes in fluid-structure interactions. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2017;84(4):199-220.
- [14]. Siemann M, Langrand B. Coupled fluid-structure computational methods for aircraft ditching simulations: Comparison of ALE-FE and SPH-FE approaches. *Computers & structures*. 2017;188:95-108.
- [15]. Cai Z, Topa A, Djukic LP, Herath MT, Pearce GM. Evaluation of rigid body force in liquid sloshing problems of a partially filled tank: Traditional CFD/SPH/ALE comparative study. *Ocean Engineering*. 2021;236:109556.
- [16]. Eiris A, Ramírez L, Couceiro I, Fernández-Fidalgo J, París J, Nogueira X. MLS-SPH-ALE: A review of meshless-FV methods and a unifying formulation for particle discretizations. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2023;30(8):4959-81.
- [17]. Carrington DB, Monayem A, Mazumder H, Heinrich JC. Three-dimensional local ALE-FEM method for fluid flow in domains containing moving boundaries/objects interfaces. Los Alamos National Laboratory (LANL), Los Alamos, NM (United States); 2015.
- [18]. Zeng X, Li K, Scovazzi G. An ALE/embedded boundary method for two-material flow simulations. *Computers & Mathematics with Applications*. 2019;78(2):335-61.
- [19]. Aureli F, Maranzoni A, Petaccia G, Soares-Frazão S. Review of experimental investigations of dam-break flows over fixed bottom. *Water*. 2023;15(6):1229.
- [20]. Wang B, Liu W, Wang W, Zhang J, Chen Y, Peng Y, et al. Experimental and numerical investigations of similarity for dam-break flows on wet bed. *Journal of Hydrology*. 2020;583:124598.
- [21]. Kocaman S, Güzel H, Evangelista S, Ozmen-Cagatay H, Viccione G. Experimental and numerical analysis of a dam-break flow through different contraction geometries of the channel. *Water*. 2020;12(4):1124.
- [22]. Kusuma MSB, Setiawati T, Farid M. Experimental model of dam break flow around several blockages configurations. *GEOMATE Journal*. 2019;16(58):26-32.
- [23]. Gómez-Gesteira M, Crespo AJ, Rogers BD, Dalrymple RA, Dominguez JM, Barreiro A. SPHysics-development of a free-surface fluid solver-Part 2: Efficiency and test cases. *Computers & Geosciences*. 2012;48:300-7.
- [24]. Crespo AJ, Dominguez JM, Rogers BD, Gómez-Gesteira M, Longshaw S, Canelas R, et al.

- در آنالیز چهار هندسه مختلف مقطع آببند، بیشترین و کمترین مقدار F_{max} به ترتیب با مقادیر $27/1N$ و $9/4 N$ برای دایره و نیم‌دایره پشت به مانع می‌باشد.
- افزایش مقطع طولی آببند نیروی سیال را به $9/8 N$ (افت 28%) و افزایش مقطع عرضی آن، این نیرو را به $9/2 N$ (افت 33%) می‌کاهد؛ بنابراین، تغییر هندسه آببند در راستای عرضی تأثیر قابل‌ملاحظه‌تری نسبت به راستای طولی دارد.



شکل ۱۲- نیروی سیال بر مانع صلب با هندسه مربعی آببند (الف) افزایش بعد طولی، (ب) افزایش بعد عرضی

۷- مراجع

- [1]. An R-d, Jiang D-p, Yu C-h, Li Y-l. Numerical simulation of tsunami-like wave impacting on breakwater by CLSVOF/IB method. *China Ocean Engineering*. 2021;35(5):676-86.
- [2]. Maghsoodi R, Khademalrasoul A, Sarkardeh H. 3D numerical simulation of dam-break flow over different obstacles in a dry bed. *Water Supply*. 2022;22(4):4015-29.
- [3]. Capasso S, Tagliaferro B, Güzel H, Yilmaz A, Dal K, Kocaman S, et al. A numerical validation of 3D experimental dam-break wave interaction with a sharp obstacle using DualSPHysics. *Water*. 2021;13(15):2133.
- [4]. Tian X, editor Smooth particle hydrodynamics simulation of dam-break impacting different obstacles. *Journal of Physics: Conference Series*; 2021: IOP Publishing.
- [5]. Mokbel M, Aland S. An ALE method for simulations of axisymmetric elastic surfaces in flow. *International journal for numerical methods in fluids*. 2020;92(11):1604-25.
- [۶]. نوربخش ا، روزبهانی ف، کوهینی تفرشی م. شبیه‌سازی جریان ماسه به وسیله روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری جزئی. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*. ۱۳۹۸، ۵، ۴۹، ۲، ص ۳۳۷-۴۶.

- DualSPHysics: Open-source parallel CFD solver based on Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). *Computer Physics Communications*. 2015;187:204-16.
- [25]. Kelager M. Lagrangian fluid dynamics using smoothed particle hydrodynamics. University of Copenhagen: Department of Computer Science. 2006;2.
- [26]. Sunara M, Gotovac B, Radnic J ,Harapin A. Numerical analysis of pressures on rigid structures using the smoothed particle hydrodynamics method. *Scientia iranica*. 2021;28(3):1066-78.
- [27]. Yreux E, editor Fluid flow modeling with SPH in LS-DYNA®. Proceedings of the 15th International LS_DYNA Users Conference, Dearborn, MI, USA; 2018.