

تخمینگر افق بلند رفتار سیگنال کنترلی و دینامیک بر مبنای داده یادگیری کوتاه مدت با روش پیشنهادی مانده ماتریس ترکیب توابع پایه

آرمان مردانی

استادیار، گروه مکانیک جامدات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران

چکیده

در این پژوهش تلاش شده است تا با معرفی یک تخمینگر افق بلند رفتار بر مبنای یادگیری کوتاه مدت، به بررسی تاثیر ترکیب توابع پایه رایج در ساختار مجموع وزن دار ضرب آنها پرداخته شود. این شبکه تخمین گر سیگنال کوتاه مدت را دریافت کرده و در یک فرآیند بازگشتی مبتنی بر مانده خطای ترکیب توابع باقیمانده، تا جایی که ترکیب افزایشی توابع پایه بپردازد که خطا و انرژی خطا از حد معینی کمتر شود. توابع پایه در این روش پیشنهادی ثابت نیستند و در علوم مهندسی متفاوت، متفاوت خواهند بود. در نتیجه باید یک نیروی خیره در یک شاخه، توابع پاسخ نمونه را فهرست بندی کرده و آنها را به عنوان توابع پایه به شبکه تخمین تزویق کند. این پژوهش بنا بر شاخه پژوهش گروه نویسندگان، بر بررسی و توسعه این تخمین گر افق بلند رفتار بر مبنای پاسخ های رایج در علوم، رباتیک، دینامیک چند جسمی، و کنترل خواهد پرداخت. این شبکه پیشنهادی با روش های فیلتر پاسخ محدود، کمینه مربعات خطای بازگشتی، گرادیان کاهشی آماری، شبکه های عصبی و مدل های حافظه بلند و کوتاه مقایسه خواهد شد. همچنین این مقایسه ها در مورد سیگنال های آشوبناک، نویز بالا، فرکانس بالا، پاسخ-دینامیک بررسی خواهد شد.

واژه های کلیدی: تخمین پاسخ ارتعاش، یادگیری ماشین، تابع تخمین پاسخ مکانیکی، بهینه سازی ضرایب، مانده خطای برازش، تخمین افق بلند

Long-Horizon Estimator for Control Signal Behavior and Dynamics Based on Short-Term Data Learning Using a Proposed Residual Matrix Combination of Basis Functions Method

Arman Mardani

Mechanical engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran

Abstract

In this research, an effort has been made to introduce a long-horizon behavior estimator based on short-term learning, in order to investigate the effect of combining common basis functions in the structure of their weighted multiplicative sum. This estimation network receives a short-term signal and, through a recursive process based on the residual error from the combination of functions, performs an additive combination of basic functions until the error and error energy fall below a specified threshold. The basic functions in this proposed method are not fixed and will vary across different engineering disciplines. Consequently, an expert in a given field must catalog sample response functions and couple them as basic functions to the estimation network. Based on the authors' research group's specialty, this research will focus on the examination and development of this long-horizon behavior estimator for common responses in the fields of science, robotics, multi-body dynamics, and control. The proposed network will be compared with methods such as finite impulse response (FIR) filters, recursive least squares, stochastic gradient descent, neural networks, and long short-term memory (LSTM) models. Furthermore, these comparisons will be conducted concerning chaotic signals, high noise, high frequency, and response-dynamics.

Keywords: Vibration Response Estimation, Machine Learning, Mechanical Response Estimation Function, Coefficient Optimization, Fitting Residual Error, long-horizon estimation

بازگشتی RLS [۸، ۷] و میانگین خطای بازگشتی LMS استفاده می-شود [۹]. در واقع این فیلترها نیز به تخمین یک ساختار خطی ساده شده بین ورودی و خروجی و کاهش خطای آن خواهند پرداخت؛ اما به طور جامع نمی توان بدون داشتن درکی از خود ساختار معادله یا ساده سازی آن از این دست فیلترها بهره برد [۱۰، ۱۱]. همچنین اگر هدف اصلی پیش-بینی زمانی سیگنال در بازه ای گسترده تر با دقتی قابل قبول باشد، یک فیلتر FIR نمی-تواند در افق دید وسیع به پیش بینی صحیح بپردازد. در مواردی که ساختار حاکم بین پاسخ و ورودی را بتوان تا حدودی خطی فرض کرد، روش های گرادیان کاهشی بر مبنای پاسخ تصادفی همچون SGD و ISGD ها نیز کاربردی و البته قابل اعتماد خواهند بود [۱۲]. بزرگترین ایراد این ساختارها عدم ارائه یک دید وسیع از پاسخ است تا بتوان در بازه زمانی گسترده، بدون داشتن

۱- مقدمه

در دنیای مکانیک، تحلیل پاسخ مکانیکی دریافت-شده از یک سیستم آزمایشگاهی یا صنعتی از اهمیت بالایی برخوردار است. معمولاً فارغ از آنکه این سیستم-ها خطی هستند یا غیرخطی، خود پاسخ زمانی دریافت شده، در دو بعد تحلیل ساختار سیستم [۱] و پیش بینی مستقیم پاسخ پیشرو اهمیت دارد [۲-۴]؛ که در آن یک معادله خطی، مبنای تخمین گام های پیشرو خواهد شد [۵]. معمولاً از فیلترهای انطباق پذیر کلاسیک با معماری فیلترهای پاسخ ضربه محدود FIR استفاده می-شود؛ که به طور رایج در شناسایی سیستم و تخمین کاربرد دارند [۶]. در دسته مشابهی از روش ها از فیلترهای مبتنی بر تخمین خطی بازگشتی همانند روش های مبتنی بر مجموع مربعات خطای

فرم کلی معادلات سیستم، به پاسخ زمانی گسترده تر دست یافت. این کاهش بازدهی و حتی پاسخ اشتباه از آنجا ناشی می‌شود که این روش - ها اتکای زیادی به چند گام پاسخ متاخر و همچنین فرض تحذب در روش گرادیان کاهشی دارد. [۱۳] [۱۴]. در روشی جامع تر، کنترل تطبیقی پیشنهاد می‌گردد که هدف آن تخمین تطبیقی از ساختار است که بتواند پاسخ را با خطای کمینه تقلید کند، [۱۵-۱۷]. همچنین مساله فیلترهای تطبیقی بر پایه مشخص بودن فرم معادله حاکم استوار هستند. به همین دلیل در مساله پیش بینی پاسخ یک سیستم غیر خطی مکانیکی، داشتن یک دید جامع از سیستم اهمیت دارد. در پژوهش‌های جدید این سیستم تخمین سیستم بر مبنای ورودی و خروجی ساختار غیرخطی بر ترکیب شبکه‌های عصبی مصنوعی با دانش مکانیک استوار شده است [۱۸]. برخی از پژوهش‌ها از شبکه‌های عصبی کاملاً پیوسته MLP به عنوان یادگیرنده استفاده می‌کنند. این شبکه‌ها به صورت جامع بین هر ورودی و خروجی ارتباط منطقی برقرار می‌کنند؛ و زمانی که یک شبکه عصبی به خوبی فرایند آموزش را طی کرد، با سرعت بالایی پاسخ‌های خروجی بر مبنای ورودی‌های فرضی را تخمین خواهد زد [۱۹].

اما در مرحله یادگیری، چالشهای بزرگی همچون همگرایی، سرعت همگرایی و صحت آن، محو و انفجار گرادیان مد نظر خواهد بود. یکی از بهترین موارد گسترش شبکه‌های عصبی چند لایه کاملاً پیوسته، شبکه‌های عصبی با نظارت معادلات فیزیکی PINN هستند [۲۰]. این دسته از شبکه‌های عصبی با داشتن معادله مشخص معمولی یا پارهای در هر زمینه ای از فیزیک یا مکانیک امکان تخمین بهتر پاسخ به ورودی‌های جدید در نقطه خاص زمانی و مکانی را فراهم می‌آورند. در واقع در این دست از شبکه‌ها سیستم به صورت معادله دیفرانسیل کاملاً مشخص است؛ و آنچه تخمین گر PINN یاد می‌گیرد، گزارش سریع خروجی معادله دیفرانسیل بدون حل معادله در هر زمان و مکان از ابعاد مساله خواهد بود [۲۱]. یکی از مزیت‌های این شبکه آن است که در نقطه خاص زمانی از یک معادله دیفرانسیل معمولی بدون رجوع به گام‌های قبل می‌توان درجا و در هر زمانی پاسخ را یافت [۲۲]. اما این شبکه‌ها به مشخص بودن معادله دیفرانسیل وابسته هستند؛ به حدی که باید تابع خطا بر مبنای عبارات مشتق‌گیری صریح از معادله دیفرانسیل معمولی یا پارهای در دسترس باشد. این امر به معنای مشخص بودن کامل سیستم است؛ چیزی که چالش اصلی پژوهش پیش‌رو است.

در نقطه مقابل، سیستم‌های تخمین مبتنی بر ورودی-خروجی، هرچند درک غیر خطی کاملاً دقیقی از سیستم اصلی را فراهم نمی‌کنند، اما چنانچه الگوریتم‌های کنترل تطبیقی یا شناسایی سیستم بر مبنای LMS یا RLS ها به کار گرفته شوند، به راحتی سیستمی شبه خطی یا خطی بر مبنای سیگنال مکانیکی ورودی و خروجی را فراهم خواهند آورد. این سیستم‌ها می‌توانند از یک درک تقریبی از همزاد سیستم شروع به بهینه شدن کنند [۲۳]. ضعف این دست فیلترهای همزاد سیستم، بعضاً همگرایی به نقطه اشتباه و عدم کارکرد مناسب در درجات بالای غیر خطی است. حتی گاهی در نقاطی خارج از بانک داده پاسخ نامناسبی ایجاد خواهند کرد. اصولاً خود شبکه عصبی نیز آرایه‌ای از همین فیلترهای تخمین خطی به واسطه توابع فعال ساز است و چیزی بیش از آن نیست [۲۴]. اما ساختار پیچیده شبکه عصبی چند

لایه کاملاً متصل امکان تشخیص مناسب خروجی در دو حالت برآزش و دسته بندی را فراهم آورده است. در واقع موضوع سیستم‌های همزاد (digital twins) یا به صورت کاربر محور طراحی می‌شود، یا آنکه به صورت تطبیقی با توجه به شناسایی سیستم خطی یا غیر خطی موجود بین ورودی و خروجی سیستم به روز خواهد شد [۲۵]. هدف این پژوهش، دستیابی به پیش بینی وسیع تر از پاسخ زمانی موجود، بدون داشتن معادلات سیستم برای سیستم‌های غیر خطی رباتیک و ارتعاشی است. در ادامه در ابتدا مقدماتی در مورد چرایی و چگونگی روش بیان خواهد شد، سپس دو شبکه پیشنهادی تعریف می‌گردد. در بخش‌های بعدی با استفاده از ورودی متاثر از اغتشاشات، یک سیستم چند درجه آزادی رباتیک مد نظر قرار خواهد گرفت. این سیستم مبنای مقایسه نتایج دو روش SGD و روش پیشنهادی خواهد بود. مواردی همچون دقت پیش بینی، سرعت محاسبات و بازه زمانی پیش بینی مد نظر قرار خواهد گرفت.

۲- شبکه پیش‌بین پیشنهادی

در ابتدا فرض شده است که هر سیگنالی را در یک بازه زمانی می‌توان نتیجه چندین سیگنال پایه دانست. این ایده به طور گسترده در سیگنال‌های تناوبی با روش سری فوری به کار گرفته می‌شود. اما سری فوری تنها ترکیبی از معادلات نوسانی مثلثاتی پایه است. ایده اصلی این پژوهش آن است که هر سیگنالی را در یک بازه زمانی می‌توان به چند تابع پایه تفکیک کرد که در نهایت جمع آن توابع به پاسخی مناسب و دقتی قابل قبول انجامد. این ایده به صورت معادله (۱) قابل بیان است:

$$f(t) = \sum_{i=1}^n w_i \varphi_i(t) \quad (1)$$

در این معادله $f(t)$ سیگنال زمانی تابع متغیر زمان t ، φ_i تابعی نوعی و پایه، w_i وزن آن تابع، و i (.) شمارنده توابع پایه است. می‌توان با مشخص کردن وزن و ترکیبی از توابع پایه، سیگنال زمانی $f(t)$ را بازسازی کرد. چالش اصلی اینجاست که بینهایت تابع پایه و در هر کدام تعدادی متغیر با اندازه ناشناخته موجود است. حال بنا بر اینکه این ترکیب از توابع به کدام دانش مهندسی ارتباط دارد؛ متفاوت هستند. در این پژوهش بر روی پاسخ‌های پایه رایج یک سیستم کنترلی-رباتیکی و ورودی‌های رایج این سیستم‌ها تمرکز شده است. فرض بر این است که پاسخ زمانی پله و ضربه، حرکت زمانی خطی و میراوشونده بدون نوسان، حرکت سیگموئیدی، پاسخ و حرکت نوسانی خالص با فرکانس دلخواه، پاسخ یا حرکت زمانی توانی، حرکت رایج گاوسی و توزیع گاوسی شبه نرمال، به عنوان نمودارهای پایه در نظر گرفته خواهد شد. تقریباً واضح است که یک ترکیب ساده خطی از این توابع نمی‌تواند به خوبی پاسخگوی تمامی رفتارها باشد. در نتیجه به عنوان ورودی مساله و پاسخ مرجع باید از ترکیبی غیر خطی از این توابع بهره برد. در نتیجه می‌توان توابع را به صورت زیر ساده‌سازی نمود، سپس از ضرب دو به دوی این توابع به عنوان تابع مرجع و جمع آنها با مقدار بایاس و ضربشان در ضریب دامنه تابع، بهره برد. معادله (۲) نشان‌دهنده این توابع است.

مساله را دوجندان خواهد کرد؛ در نتيجه بهتر است که برای هر کدام از توابع Ω_{kh} به طور مجزا فرايند يافتن کمينه مربعات خطا انجام شود. در نتيجه معادله زیر نشان دهنده روش به روز رسانی تابع تخمين خواهد بود.

$$f(t) := f(t) + \operatorname{argmin}_{kh} (\operatorname{error} \{LS(\Omega_{kh})\}) \quad (5)$$

از آنجا که ۲۰ بار اجرای اين فرايند تنها در یک دور از چرخه، خود دارای تعداد زیادی فراخوانی است، در نتيجه باید روش گراديان کاهشی را به گونه ای اصلاح کرد که امکان همگرایی سریع تر را فراهم آورد. در بخش بعدی پژوهش به موضوع افزودن تخمين گر همگرایی پاسخ گراديان کاهشی پرداخته خواهد شد.

۳- تخمين نقطه همگرایی برازش

فرض کنيد که با روش کمينه مجموع مربعات خطا مطابق معادله (۵) به بررسی بهترين تابع Ω_{kh} برازش شده به وسيله بهينه سازی ضرایب a_{ij} پرداخته شود. در اين حالت اگر تعداد متغیرهای توابع Ω_{kh} در ستون آخر برابر با $n=3$ و در ستون های اوليه برابر با $n=5$ در نظر گرفته شود، همچنين اين متغیرها با $\beta_{kh,p}$ نشان داده شوند، که در آن $1 \leq p \leq n$ است، خواهیم داشت:

$$\beta_{kh,p} := \beta_{kh,p} + \lambda \sum_{u=1}^m \left(\frac{u}{m} \right) e_u \frac{\partial \Omega_{kh}}{\partial \beta_{kh,p}} \Big|_{x=x_u} \quad (6)$$

که در آن λ ضريب يادگیری است. همچنين پيشنهاده می شود که یک ضريب $\left(\frac{u}{m} \right)$ فراموشی به فرمول پایه اضافه گردد که تاثیر گام های زمانی آخر را بيش از گام های پيشين در نظر بگيرد. اگر فرض بر اين باشد که در موارد زیادی همگرایی پاسخ در روش گراديانی روی یک تابع محدب مشتق پذیر، از یک روند صعودی يا نزولی مشابه پاسخ پله مثبت يا منفي یک تابع تبدیل مرتبه اول پیروی کند، در نتيجه می توان با در نظر گرفتن دو يا سه نقطه ابتدایی حل تکرار شونده، پاسخ نهایی را در چندین گام جلوتر پيش بينی کرد؛ سپس از آن نقطه با روش گراديان کاهشی به مسير تکرار شونده حل ادامه داد. به اين منظور، تصور کنيد از روش دو نقطه ای بهره برده شود. اين روش پيشنهاده، با فرض همگرایی خطای حل یک تابع هدف خطای محدب و مشتق پذیر در روش گراديانی به سمت صفر، از دو گام نخست بهره خواهد برد تا ضريب را در وضعیت پايداری تخمين بزند. به اين منظور تنها کافی است که پارامتر مجهول در معادله پاسخ پله مرتبه اول به صورت نگاشته شده در معادله (۶) يافت شود.

$$\frac{d \frac{\partial \Omega_{kh}}{\partial \beta_{kh,p}}}{d \text{step}} \Big|_{\text{step}=n} = \frac{\frac{\partial \Omega_{kh}}{\partial \beta_{kh,p}}}{\frac{\partial \phi \Omega_{kh}}{\partial \beta_{kh,p}}} \Big|_{\text{step=end-1}} = \frac{\frac{\partial \Omega_{kh}}{\partial \beta_{kh,p}}}{\frac{\partial \phi \Omega_{kh}}{\partial \beta_{kh,p}}} \Big|_{\text{step=end-2}} \quad (7)$$

با ميل دادن گام شمارنده حلقه تکرار گراديان کاهشی به سمت بينهائيت، می توان فرض نمود که در صورت چندین گام شمارش، پاسخ ضرایب به مقدار معادله (۷) همگرا شود. در معادله زیر، n نشانگر گراديان تابع در است. ثابت می شود که سری هندسی $\sum_n x^n$ به ازای x های کوچک تر از یک با نرخ کاهنده به مقدار $1/(1-x)$ همگرا می شود؛ در نتيجه مقدار نهایی تابع بالا برابر خواهد بود با :

$$\begin{cases} w_1 = \text{amplitude} \\ b_1 = \text{constant} \\ \varphi_1 = e^{-a_{12}(t-a_{13})^2} \\ \varphi_2 = \sin(a_{21}t + a_{22}) \\ \varphi_3 = e^{a_{31}(x-a_{32})} \\ \varphi_4 = \frac{1}{1 + e^{-a_{41}(x-a_{42})}} \\ \varphi_5 = (t - a_{51})^{a_{52}} \end{cases} \quad (2)$$

در اين دسته بندی توابع، ضريب w_1 به عنوان تنظيم کننده دامنه، b_1 به عنوان تنظيم کننده باياس و سوگیری، تابع φ_1 به عنوان تابع گاوسی متقارن، تابع φ_3 به عنوان میرا کننده يا واگرا کننده موج، تابع φ_2 به عنوان نماينده نوسان در سيگنال، تابع φ_4 به عنوان نماينده هر رشد و نمو پله ای با تغييرات مشتق پذیر، در نظر گرفته شده است. در واقع فرض پژوهش پيش رو بر آن است که هر سيگنال از مجموعه ای از رشد و نمو ها پیروی می کند؛ که به ترتيب، واگرایی، همگرایی، نوسان، حرکت پله ای و حرکت چند جمله ای، حرکت ضربه ای و حرکت ضربه ای نوسانی هستند. یکی از اين حرکات حرکت چيره فرض می شود، و بقيه رشد و نمو مانده آن حرکت چيره در نظر گرفته خواهد شد. در نتيجه می توان در یک دور تکراری با انتخاب معادله زیر به بهترين ترکيب از توابع که فراهم کننده کمترین مربعات خطا است دست يافت. در واقع در هر دور، حرکت چيره سيگنال شناسایی می گردد. اين ترکيب از مساله بهينه سازی معادله (۴) حاصل خواهد شد:

$$\operatorname{argmin}_{ij} (\operatorname{error} \{LS(w_1 \varphi_i \varphi_j + b_1)\}) \quad (3)$$

به عبارتی برای يافتن دقيق ترين ترکيب توابع باياس شده، باید تمامی ترکيبات $w_1 \varphi_i \varphi_j + b_1$ به عنوان تابع مبنای برازش به روش کمينه مربعات خطا در نظر گرفته شود. سپس بهترين ضرایب کمينه کننده کمينه مربعات خطا به عنوان ضرایب عددی اين تابع پایه استخراج شود. کمينه مقدار کمينه مربعات خطا متناظر با بهترين ضرب دوتایی توابع پایه است. جالب آنجاست که تمامی توابع φ_i دارای دو متغیر a_{ij} هستند. تابع دوم حالت خاصی از اين توابع تماماً مشتق پذیر و مشخص هستند. در نتيجه با داشتن مشتقات از پيش محاسبه شده هر کدام از توابع نسبت به هر کدام از متغیرها می توان به سرعت به مقادير گام به روز رسانی گراديان کاهشی دست يافت. در ادامه انواع ترکيب توابع در ماتريس ترکيب توابع Ω در معادله (۴) بررسی خواهد شد؛ که در آن (sim) نمايش دهنده درايه با مقدار متقارن است.

$$\Omega = \begin{bmatrix} w_1 \varphi_1 \varphi_1 & w_1 \varphi_1 \varphi_2 & w_1 \varphi_1 \varphi_3 & w_1 \varphi_1 \varphi_4 & w_1 \varphi_1 \varphi_5 & w_1 \varphi_1 \\ (sim) & w_1 \varphi_2 \varphi_2 & w_1 \varphi_2 \varphi_3 & w_1 \varphi_2 \varphi_4 & w_1 \varphi_2 \varphi_5 & w_1 \varphi_2 \\ (sim) & (sim) & w_1 \varphi_3 \varphi_3 & w_1 \varphi_3 \varphi_4 & w_1 \varphi_3 \varphi_5 & w_1 \varphi_3 \\ (sim) & (sim) & (sim) & w_1 \varphi_4 \varphi_4 & w_1 \varphi_4 \varphi_5 & w_1 \varphi_4 \\ (sim) & (sim) & (sim) & (sim) & w_1 \varphi_5 \varphi_5 & w_1 \varphi_5 \end{bmatrix} + b_1 \quad (4)$$

در اين ماتريس مقدار باياس b_1 سيگنال ثابت فرض شده است؛ و تنها یک بار در ابتدای مساله محاسبه خواهد شد؛ در نتيجه یکی از متغیر های برازش نخواهد بود. اگر هر تابع Ω_{kh} ۵ پارامتر مجهول داشته باشد (به جز ستون آخر که سه پارامتر مجهول دارد)، در کل ۹۰ پارامتر در اين برازش وجود خواهد داشت. اين تعداد بالای پارامتر پیچیدگی

شکل ۱-فلوچارت روش شبکه بازگشتی تخمین توابع

سپس با استفاده از روش کمینه مربعات ارتقا یافته، (احتمالاً) با سرعت بیشتری یک تابع از مجموعه توابع به عنوان انتخاب متناظر با کمینه خطای موجود در نظر گرفته خواهد شد. این تابع به مقدار بازگشتی تابع تخمین افزوده می‌شود و مانده تابع $r(t)$ به عنوان مقدار بازگشتی سیگنال مانده دوباره به شبکه تزریق خواهد شد. این فرایند تا زمانی ادامه خواهد داشت که مقدار سیگنال مانده از یکی از دو شرط همزمان پیروی کند. نخست، انرژی سیگنال که توسط معادله (۹) مشخص می‌شود از حد خاصی بیشتر باشد، دوم آنکه دامنه مانده از حد مشخصی بیشتر باشد.

$$\text{energy} = \mathbf{Dr}(t)$$

$$\mathbf{D}_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{upper and lower elements of diagonal} \\ -2, & \text{for diagonal elements} \end{cases} \quad (9)$$

این معادله، معادله راجع سنجش انرژی یک سیگنال است. حال با روش پیشنهادی، چند شبیه سازی انجام خواهد شد تا با روش‌های راجع تخمین سیگنال مقایسه گردد.

۵- پایداری و پاسخ محدود

از آنجا که تابع جبری نهایی حاصل جمع $\text{argmin}(MLS(w\Phi_k\Phi_u))$ روی همه بازگشت‌ها است؛ اگر دو موضوع ثابت شود می‌توان نتیجه گرفت که پاسخ کلی پایدار است. اول، روش LS پایدار است، دوم، توابع حاصل در پنجره پیش‌بینی دارای پاسخ محدود هستند. به طور کلی ثابت می‌شود که روش LS برای توابع دارای پاسخ محدود، محدود است. به جز توابع نمایی مثبت و شیب، تمامی توابع انتخاب شده ذاتاً محدود هستند و در هیچ نقطه مثبت زمانی پاسخ نامحدود ندارند. تنها تابع نمایی است که این امکان را دارد. و دلیل آن به خاطر ضریب فشرده‌گی افقی نمودار است. همچنین ضرایب w نیز می‌توانند نامحدود کننده پاسخ باشند. در نتیجه از ضرایب وزنی و ضریب فشرده‌گی نمایی محدود شوند، قطعاً پاسخ کلی محدود است.

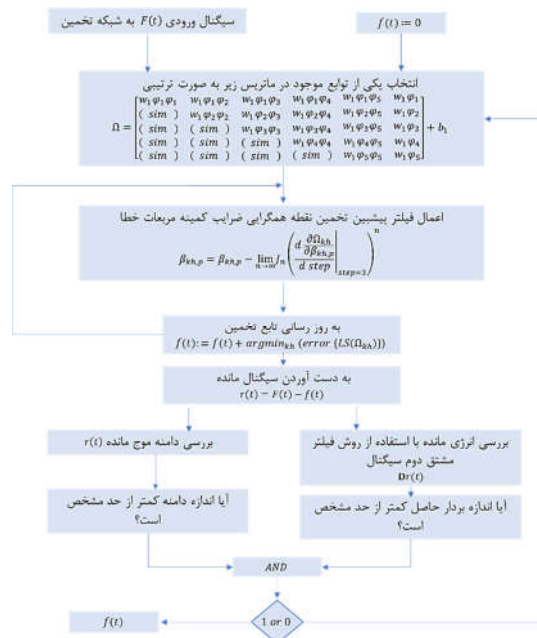
به همین دلیل، این در این روش، هم ضرایب وزنی هم ضریب فشرده‌گی افقی زمانی از یک تابع atan عبور داده می‌شوند (این روش در شبکه های عصبی در زمین پایدار و محدود سازی پاسخ راجع است). و دامنه این تابع نیز برابر با حداکثر مقدار منهای حداقل مقدار سیگنال پنجره یادگیری در نظر گرفته شده است (برای توابع وزن) و برای ضریب فشرده‌گی تابع نمایی نیز به اندازه محدود کننده دلخواه در نظر گرفته شده است. پس در نتیجه امکان پاسخ ناپایدار یا نامحدود در افق پیش‌بینی وجود ندارد چون تمام توابع ذاتاً پایداری و توابع پایه دامنه ۱ دارند.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} J_n \left(\frac{d \frac{\partial \Omega_{kh}}{\partial \beta_{kh,p}}}{d \text{step}} \right) \Big|_{\text{step}=3}^n = \beta_{kh,p} = \beta_{kh,p} - \frac{1}{\beta_{kh,p} - \frac{1}{1 - \frac{d \frac{\partial \Omega_{kh}}{\partial \beta_{kh,p}}}{d \text{step}} \Big|_{\text{step}=3}}} \quad (8)$$

در نتیجه، معماری نهایی شبکه در بخش برازش تکراری، در هر یک گام استفاده از گرادینان کاهشی، یک گام پیش بینی ضرایب بر مبنای سری هندسی را نیز پیش خواهد گرفت. البته ذکر این نکته ضروری است که در بسیاری از مواقع این اتفاق رخ نخواهد و تنها زمانی این گام تخمین گر صحیح است، که نسبت افت در دو گام از یک کمتر باشد. در واقع این روش نقص روش پیشنهادی در چندین بار به کارگیری کمینه مربعات خطا را تا جایی پوشش خواهد داد؛ و کاهش سرعت مرسوم در روش های تکراری با این پیش بینی احتمالی تا حدودی جبران خواهد شد.

۴- معماری شبکه بازگشتی پاسخ مکانیکی

در این پژوهش شبکه‌ای اختصاصی برای پاسخ‌های راجع مکانیکی طراحی و ابداع شده است. این شبکه بر مبنای روش کمینه مجموع مربعات خطای ارتقایافته شکل گرفته است. شبکه مذکور یک شبکه بازگشتی از توابع است که در چند لایه نویز، سیگنال هارمونیک و سیگنال غیر هارمونیک با هم ترکیب می‌شود. ترکیب توابع با اتصالات بهینه شونده انجام خواهد شد. به عبارتی شبکه زیر، یک شبکه توابع مکانیکی خود تنظیم جهت تفکیک امواج با کمترین تعداد تابع است. فلوچارت این شبکه بازگشتی در شکل ۱ نمایش داده شده است. در معماری و فلوچارت نشان داده شده در شکل ۱، در ابتدا سیگنال اصلی مرجع به شبکه وارد خواهد شد.

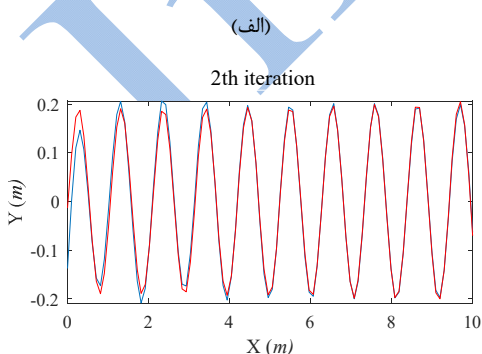
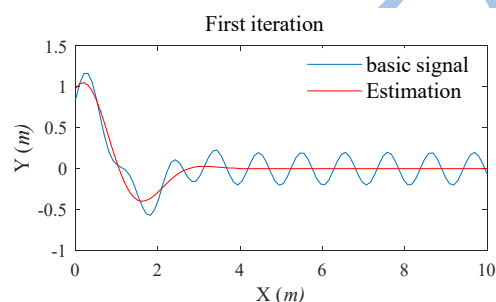


گام پیشروی مقدار نهایی به دست خواهد آمد. قطعاً نمی‌توان اثبات نمود که روش پیشنهادی برازش ضرایب الزاماً برای تمامی توابع با تمامی سطوح پیچیدگی کارساز است. استفاده از این روش زمانی مفید خواهد بود که با شبکه تکرار شونده‌ای مثل معماری پیشنهادی فوق روبرو باشیم. در این صورت، می‌توان با پایش یکنوا بودن میل ضرایب توابع با روش اصلاح شده پیشنهادی تنها بررسی نمود که آیا همگرایی در وضع موجود امکان پذیر است یا خیر. به عبارتی آیا ضریب سری هندسی کمتر از یک خواهد بود، در این حالت ممکن است که استفاده از گام میانبر اصلاح شده مفید باشد.

در ادامه از شبکه تکراری پیشنهادی برازش منحنی‌ها برای برازش چند منحنی استفاده خواهد شد. در ابتدا فرض می‌شود که پاسخ حاصل، یک پاسخ پله نوسانی از یک سیستم مرتبه دوم مثل جرم فنر دمپر با میرایی غیر بحرانی و دارای نوسان و فراجاهش است. در گام اول، هدف یافتن بهترین نمودار و ضرایب همگرا شده در آن ترکیب خطی نموداری خواهد بود. به عنوان نمونه در ادامه یک پاسخ میرا شونده سیستم مرتبه دو با یک موج سینوسی ترکیب شده است که در ادامه معادله اصلی آن به صورت معادله (۱۱) نمایش داده شده است:

$$y = e^{-0.3(x)^2} \sin(2x + 1) + 0.2 \sin(6x) + \text{noise} \quad (11)$$

انتظار می‌رود که این معادله در چهارچوب ترکیب خطی دو موج تخمین زده شود. در ادامه در شکل ۳ نتیجه تخمین و در نهایت نمودار خطای حاصل بررسی شده است.



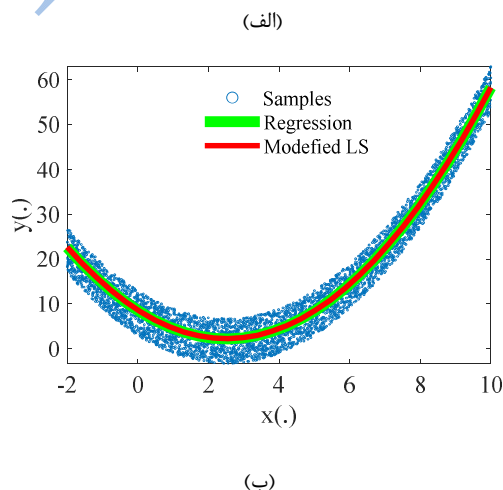
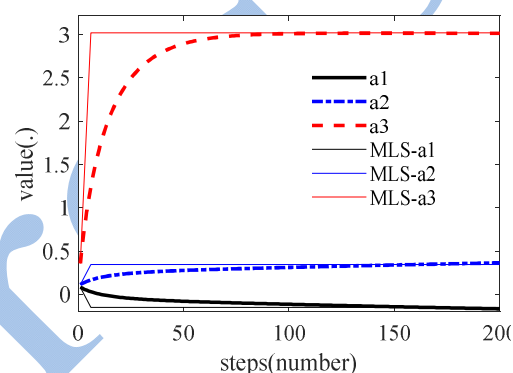
شکل ۳- تخمین و برازش پاسخ ترکیبی میرا شونده فرکانس پایین و نوسان دائمی فرکانس بالا در چهار گام تکراری، (الف) گام نخست چرخش و تخمین و تخمین پاسخ فرکانسی مرتبه دو میرا شونده چیره،

۶- نتایج و شبیه سازی

در بخش نتایج و شبیه سازی، در ابتدا به کارایی ساختار اصلاح شده کمینه مربعات خطا پرداخته خواهد شد. سپس، با استفاده از روش اصلاح شده، معماری شبکه تکراری پیشنهادی تخمین توابع را با چند مثال بررسی خواهیم کرد. در ابتدا چند تابع محدب به عنوان نمونه بررسی می‌گردد تا نشان داده شود که روش پیشنهادی برای افزایش سرعت گرادین کاهشی در افزایش سرعت این الگوریتم در کمینه یابی خطا تأثیر دارد. به این منظور فرض می‌شود که تابع زیر به صورت نمونه در نظر گرفته شده است تا بر مبنای توده ای از نقاط برازش شود.

$$y = a_1 + (x - a_2) + (x - a_3)^2 \quad (10)$$

نتیجه حاصل به صورت زیر در شکل ۲ نمایش داده شده است.



شکل ۲- بازدهی بخش اصلاح شده برازش معماری پیشنهادی. (الف) نتیجه برازش، (ب) مقایسه دو روش

در شکل ۲ (الف) به صورت مشخص هر دو روش برازش یعنی برازش معمولی و MLS یا برازش ویرایش شده به نتایج یکسان خواهند رسید. در شکل ۲ (ب) ضرایب a_i نشان دهنده روند گام به گام تغییرات در برازش معمولی و همین روند در MLS_a_i برازش اصلاح شده است. در این شکل پس از ۵۰ گام پیشروی با روش معمولی ضرایب تابع نوعی برازش به مقادیر صحیح همگرا می‌شوند اما در روش بهینه شده با ۴

(ب) استفاده از مانده پاسخ و گام دوم تخمین و تخمین پاسخ غیر میرا شونده چیره،

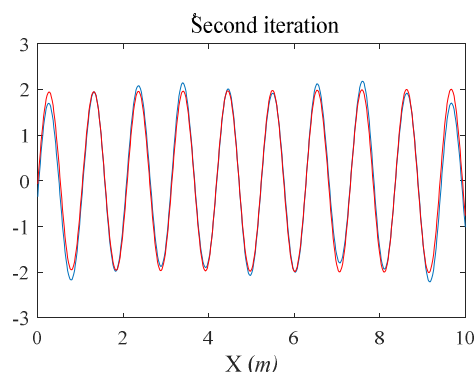
همانگونه که از شکل مشخص است، شبکه تخمین دو موج نخست ترکیب شده را به خوبی تشخیص داده است. در این زمینه چهار تابع تخمین زده شده اند که دو تابع چیره نخست در دو تکرار اول حاصل شده است. این دو تابع به صورت ضرایب حاصل در معادله (۱۳) به دست آمده‌اند.

$$y = e^{-0.33(x)^2} \sin(1.9x + 1.16) + 0.18 \sin(5.98x) \quad (12)$$

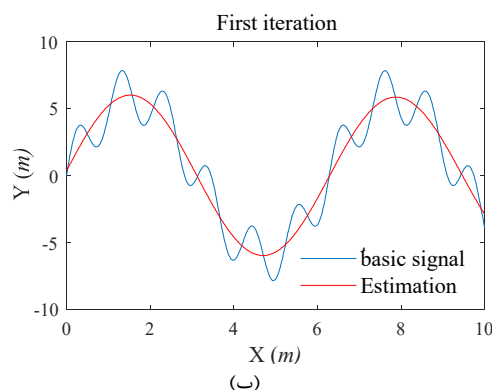
همچنین در دو شبیه سازی پی در پی یکی با معماری اصلاح شده و دیگری با گرادین کاهشی معمولی به ترتیب دو تعداد فراخوانی تابع گرادین کاهشی ۸ و ۳۶ دارد. این بدان معنی است که با تعداد بسیار کمتری از فراخوانی در مجموع دو تکرار اول فراهم خواهد شد. در مثال دوم یک تابع شامل سه فرکانس و دامنه مختلف در نظر گرفته شده است. تابع پایع و تابع حاصل به صورت نمایش یافته در معادله (۱۲) به دست آمده است. نتیجه نهایی نیز در نمودار شکل ۷ زیر حاصل شده است.

$$y = 6 \sin(x) + 2 \sin(6x) + .05 \sin(10x) \quad (13)$$

$$y_{\text{estimate}} = 6.01 \sin(1.02x) + 2.01 \sin(6.24x) + \dots$$



(الف)



(ب)

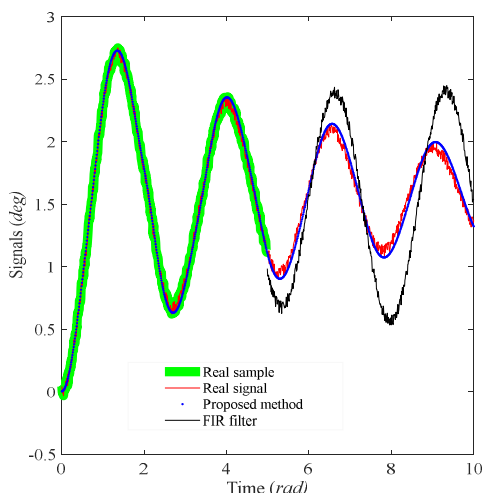
شکل ۴- تخمین و برازش در دو گام تکراری، (الف) یافتن تابع پاسخ چیره، (ب) یافتن تابع پاسخ چیره در مقادیر مانده

اما پاسخ ها الزاما ایدآل نخواهند بود. در واقع تمامی توابعی که چندین حالت صحیح دارند، تنها به یکی از حالات صحیح همگرا خواهند شد. یکی از این توابع، دسته توابع هارمونیک است. اختلاف فاز ناشی از موج نمی‌تواند توسط این تخمین گر به خوبی بر توابع تخمینی نگاشت شود. همچنین، توابعی که در ابتدا و انتهای خود رشد و نمو سریع دارند، حتی اگر نمایی نباشند، با توابع نمایی اشتباه گرفته می‌شوند. در جدول زیر یک بررسی جامع بر روی انواع ترکیب‌های سه و چهار تایی از توابع مرجع موجود در Ω به همراه بررسی نویز تصادفی انجام شده است. فرض بر این است که نویز سوار شده بر سیگنال مرجع بدون بایاس باشد. این بدان معنی است که میانگین نویز همواره صفر فرض شده است. در جدول زیر هر خانه مربوط به یک ترکیب تابع است و خطای نهایی حاصل در هر خانه از جدول نشان دهنده تعداد توابع تشخیص داده شده اشتباه است.

جدول ۱- بررسی عددی موفقیت شبکه تخمین توابع در تشخیصی

درصد نویز به دامنه تابع	۱	۵	۱۰	۲۰
$\Omega_{12} + \Omega_{12}$	۰	۰	۰	۱
$\sum_{i=1}^4 \Omega_{12}$	۰	۰	۰	۱
$\Omega_{22} + \Omega_{22}$	۰	۰	۱	۱
$\sum_{i=1}^3 \Omega_{22}$	۰	۱	۱	۲
Ω_{46}	۰	۰	۰	۰
$\Omega_{46} + \Omega_{22}$	۰	۰	۰	۰
$\Omega_{46} + \Omega_{12}$	۰	۰	۰	۰
$\Omega_{46} + \Omega_{32}$	۰	۰	۰	۱
$\sum_{i=1}^4 \Omega_{22}$	۱	۱	۱	۲

در جدول بالا دو موضوع به خوبی نشان داده شده است. اول اینکه اگر درصد نویز به دامنه تابع بیش از ۱۰ درصد باشد، تخمین گر پیشنهادی قابل اعتماد نخواهد بود. دوم اینکه هر چه تاثیر عبارات در هم تنیده نوسانی در توابع بیشتر باشد، و تابع اصلی از ترکیب بیشتری از توابع نوسانی ایجاد شده باشد، احتمال تخمین صحیح توابع کاهش خواهد یافت. این ضعف در روش پیشنهادی خود به خود مساله را به سمت کاربردهایی با فرکانس کارکرد متوسط و پایین در کنار درصد نویز محدود شده تا ۱۰ درصد دامنه موج موضعی هدایت خواهد کرد. در این صورت این پیش بینی کننده می‌تواند در کاربرد حسگرهای رباتیک مفید به نظر برسد. در این راستا در ادامه یک کاربرد اساسی با این فیلتر تخمین زده خواهد شد. هدف تخمین حرکت پاندول دو درجه آزادی است؛ به گونه‌ای که حسگرها نویزی حدود ۲ درصد روی سیگنال اعمال می‌کنند. در این مساله یک پاندول دو درجه آزادی با



(ب)

شکل ۵- پیاده سازی روش پیشنهادی بر روی دو بازوی صفحه ای با داده های نویزی، (الف) خطای روش پیشنهادی در مقایسه با روش فیلتر های مرسوم تخمین، (ب) سیگنال زاویه بازوی اول پاندول دو درجه آزادی و نتایج دو تخمین گر

در این شکل نمودار سرخ رنگ نمایانگر سیگنال نوسان بازو اول پاندول است. این شبیه سازی در ده ثانیه انجام شده است. نویز اعمال شده با دامنه ۰/۰۵ رادیان روی سیگنال اصلی اعمال شده است. بخش سبز رنگ نمودار، داده برداری در ۵ ثانیه اول از سیگنال نویزی را نشان می‌دهد. انتظار می‌رود در ۵ ثانیه دوم، روش‌های پیش بینی مقدار، بتوانند سیگنال پیش رو را پیش بینی کنند. به عبارتی برای مصارف کنترلی و یادگیری، حدس بزنند که در زمان‌های پیش رو چه اتفاقی برای سیگنال مکانیکی نویز دار خواهد افتاد. این امر در زمان کوتاه معمولاً با روش‌های رایج قابل پیاده‌سازی است. اما در زمان‌های طولانی‌تر، دقت روش‌های موجود به شدت کاهش می‌یابد. از این رو در این پژوهش تلاش شده است تا از این روش برای حدس سیگنال‌های مکانیکی به طور دقیق‌تر و در بازه طولانی‌تر استفاده شود. همانگونه که در شکل ۵ (ب) مشاهده می‌شود، روش پیشنهادی با دقت خوبی نوسانات بازو را در ادامه پنج ثانیه دوم تخمین می‌زند. این پیش بینی با رنگ آبی نشان داده شده است. اما روش رایج فیلتر های FIR با دقتی به طور محسوس کمتر این پیش بینی را انجام می‌دهد. مضاف بر اینکه در شکل ۵ (الف) به خوبی نشان داده شده است که خطای پیش بینی با فاصله گرفتن از زمان آخرین داده برداری در فیلترهای موجود افزایش خواهد یافت. در ادامه کارایی روش در مورد سیگنال‌های مختلف و در مقایسه با روش‌های مختلف بررسی می‌شود.

۷- سیگنال‌های آشوبناک

پیش از هر چیز لازم به ذکر است که پیش‌بینی می‌شود که این فیلتر برای توابع آشوبناک مناسب نیست. البته این موضوع برای روش پیشنهادی و هر روش مبتنی بر کاهش گرایان نیز صادق و قابل اثبات است. وقتی تابعی تغییرات مشتق فراوانی داشته باشد (هر چند نظام مند) به خصوص در مواردی که این تابع به کوچک ترین تغییرات

معادلات دینامیک شناخته شده زیر از وضعیت کاملاً افقی رها می‌شود. در این معادله θ_1 و θ_2 به ترتیب نمایان گر زاویه نسبی بازو اول و دوم هستند. همچنین C_i ، G_i و V_i نمایانگر عبارات درجه دوم، تاثیر گرانش و میرایی هستند. تمامی این موارد بر مبنای طول بازو اول l_1 و دوم l_2 ، جرم بازو اول m_1 و دوم m_2 و شتاب گرانش زمین g حاصل شده اند. همچنین I_i نشانگر اینرسی هر کدام از بازوها است.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}^{-1} \left(- \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \right)$$

$$M_{11} = m_1 \frac{l_1^2}{3} + m_2 (l_1^2 + \frac{l_2^2}{3} + \dots$$

$$l_1 l_2 \cos(\theta_2)) + I_1 + I_2$$

$$M_{12} = m_2 (\frac{l_2^2}{3} + l_1 l_2 \frac{\cos(\theta_2)}{2}) + I_2$$

$$M_{12} = M_{12}$$

$$M_{22} = m_2 \frac{l_2^2}{3} + I_2$$

(۱۴)

$$C_1 = - \frac{m_2 l_1 l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)}{2}$$

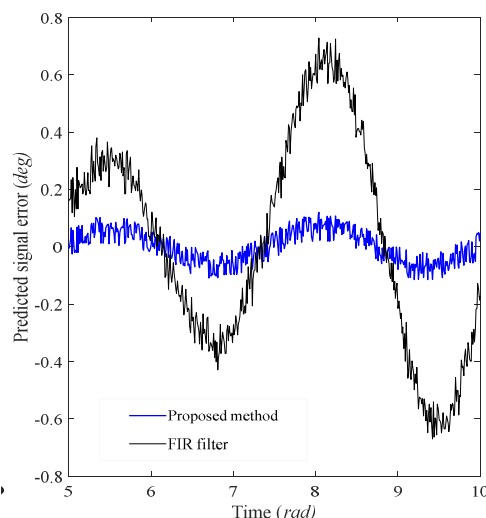
$$C_2 = \frac{m_2 l_1 l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2^2}{2}$$

$$G_1 = -g \left(\frac{m_1 l_1}{2} + m_2 l_1 \right) \cos(\theta_1) - \frac{g m_2 l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)}{2}$$

$$G_2 = -m_2 * l_2 * g * \cos(\theta_1 + \theta_2) / 2$$

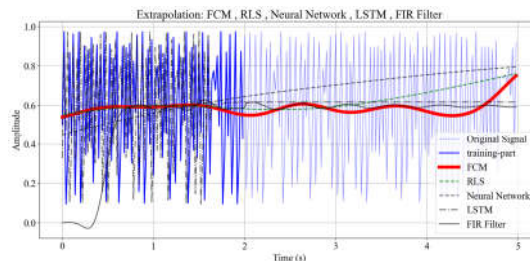
$$V_1 = -v_v \dot{\theta}_1, \quad V_2 = -v_v \dot{\theta}_2,$$

در شکل ۵ نمودار اصلی نوسان، تخمین با استفاده از روش FIR یا همان فیلتر پاسخ دامنه محدود که به طور رایج در پیش بینی پاسخ پیش رو و رفتار سیگنال کاربرد دارد بررسی می‌شود. همچنین روش پیشنهادی در تخمین پاسخ پیش رو نیز بررسی خواهد شد.



(الف)

ورودی پاسخ‌های کاملاً متفاوت بروز می‌دهد، با روش‌های مبتنی بر بررسی مشتق نمی‌توان به پاسخ مناسب و سریع رسید. به عنوان نمونه تابع آشوبناک logistic map، به معادله $t_{n+1} = r t_n (1 - t_n)$ مورد بررسی قرار گرفته است و مقدار $r=3.9$ فرض شده است. در این محدوده این تابع رفتار آشوبناک (شکل ۶) بروز می‌دهد.

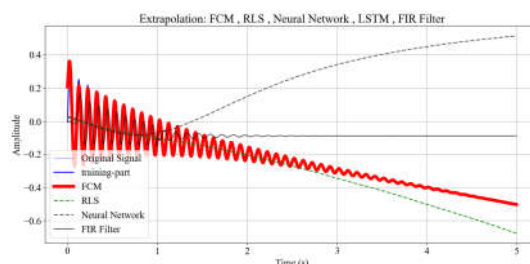


شکل ۶- روش‌های مختلف تخمین برای تابع آشوبناک

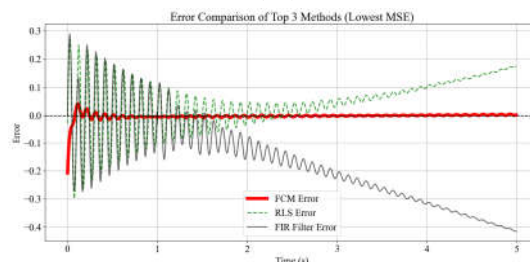
هیچ کدام از روش‌ها به جز LSTM آن‌ها هم در تخمین کوتاه مدت و مبتنی بر سنجش دامنه تخمین، رفتار متناسبی بروز نمی‌دهند و با تابع آشوبناک همچون نویز برخورد می‌کنند. این بدان معنی است که روش پیشنهادی برای توابع آشوبناک حداقل در وضعیت فعلی نامناسب است.

۸- سیگنال‌های فرکانس بالا

یکی از بزرگترین چالش‌های تخمین سیگنال، سیگنال‌های فرکانس بالا است. زمانی که سیگنال فرکانس بالا به صورت کاملاً تناوبی باشد، استفاده از تبدیل فوریه سریع FFT در اولویت است. اما زمانی که این سیگنال فرکانس بالا به صورت موجی از دسته امواج ترکیب شده که بعضاً میرا هم هستند رصد می‌شود، در نتیجه برای تخمین پاسخ افق بلند مدت نیازمند یک تخمین گر دیگر هستیم. در ادامه یک نمونه از این سیگنال با یادگیری محدود و تخمین افق بلند برای روش‌های LSTM, RLS, FIR, MPM-NN و روش پیشنهادی این پژوهش در نظر گرفته شده است. در شکل ۷ پاسخ و خطا به خوبی قابل مشاهده است.



(الف)

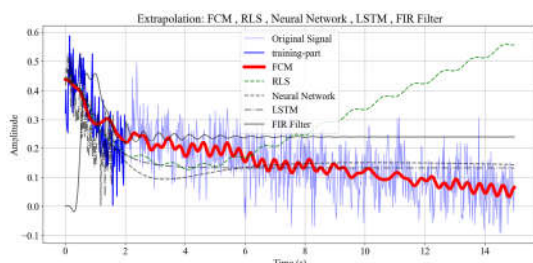


(ب)

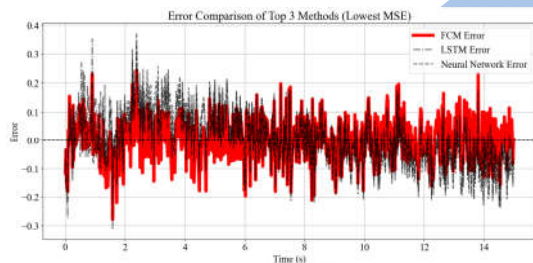
شکل ۸- مقایسه روش‌های مختلف تخمین برای تابع فرکانسی میرا به طور واضح، روش پیشنهادی در بازسازی و تخمین سیگنال دینامیک میراشونده و دارای نوسان فرکانس بالا بهتر از بقیه روش‌ها عمل کرده است. این یادگیری در یک ثانیه از سیگنال انجام شده است برای باقی زمان ۵ ثانیه ای به درستی عمل کرده است که این نتیجه در نمودار خطای MSE نشان داده شده است.

۹- سیگنال‌های با نویز بالا

به طور ذاتی روش‌های مبتنی بر RL یا NRL به دلیل ماهیت برازش و یافتن بهترین پاسخ عبوری از توده نقاط سیگنال، خاصیت ذاتی فیلترینگ را نیز دارند و این مزیت تنها مربوط به روش پیشنهادی نیست. در ادامه یک سیگنال با نویز دامنه بالا به هر پنج تخمین گر تزریق شده است. شکل ۹ این مورد را نشان می‌دهد.



(الف)



(ب)

شکل ۹- روش‌های مختلف تخمین برای تابع نویزی

۱۰- نتیجه گیری

در این پژوهش تلاش شده است تا با پیشنهاد روش اصلاح شده پیش بینی سیگنال‌های مکانیکی و رباتیک، ضمن حفظ سرعت پردازش، در بازه گسترده‌تر زمانی به پیش بینی رفتار سیستم به طور دقیق‌تر پس از آخرین داده برداری پرداخته شود. به این منظور یک روش تکراری تخمین توابع سازنده بهینه سیگنال با مبنای کمینه مربعات مجموع خطا ابداع شده است. همچنین در این روش، برای تسریع فرایند، و کاهش هزینه محاسباتی، از روش پیش بینی احتمالی ضرایب بهینه مجموع مربعات خطا بر مبنای همگرایی سری هندسی استفاده شده است. در شبیه‌سازی نهایی، در شکل ۵، یک پاندول دو عضوی مبنای شبیه سازی مکانیکی قرار گرفته است. فرض بر آن است که حسگرها داده‌های نویزی از زاویه اعضا برداشت خواهند کرد. با مقایسه روش پیشنهادی و روش‌های رایج به این نتیجه می‌رسیم که روش پیشنهادی در بازه زمانی گسترده تر و با خطای کمتر، ادامه مسیر سیگنال در

- [19] Psaros AF, Kawaguchi K, Karniadakis GE. Meta-learning PINN loss functions. *J Comput Phys.* 2022;458:111121.
- [20] Meng Z, et al. PINN-FORM: A new physics-informed neural network for reliability analysis with partial differential equation. *Comput Methods Appl Mech Eng.* 2023;414:116172.
- [21] Hu H, Qi L, Chao X. Physics-informed neural networks (PINN) for computational solid mechanics: Numerical frameworks and applications. *Thin-Walled Struct.* 2024;112495.
- [22] Chen Z, Lai SK, Yang Z. AT-PINN: Advanced time-marching physics-informed neural network for structural vibration analysis. *Thin-Walled Struct.* 2024;196:111423.
- [23] Rossi N, Méndez CG, Huespe A. Surrogate model for a mechanical metamaterial undergoing microstructure instabilities and phase transformations. *Int J Mech Sci.* 2023;243:107913.
- [24] Ranade NV, Ranade VV. ANN based surrogate model for key physico-chemical effects of cavitation. *Ultrason Sonochem.* 2023;94:106327.
- [25] Zhang J, et al. An intelligent digital twin system for paper manufacturing in the paper industry. *Expert Syst Appl.* 2023;230:120614.
- [26] Mardani A, Ebrahimi S. Locomotion enhancement of a Mars rover using statistic estimation of soil type and implementation of reconfigurable wheels. *Iran J Sci Technol Trans Mech Eng.* 2023;47(1):133-47.

آینده خط زمانی را پیش بینی خواهد کرد. برآیند مقایسه سیگنال‌ها و روش‌های مختلف نشان می‌دهد که بجز توابع آشوبناک، در بقیه موارد، روش تخمین پیشنهادی بهتر از روش‌های LSTM, FIR, SGD, MLP-NN, RLS عمل می‌کند. اما این کارکرد مثبت دال بر آن نیست که پژوهشگر الزاماً پیشنهاد کند در همه موارد این روش جایگزین شود. این روش صرفاً در مورد سیگنال‌های مرتبط با دانش رباتیک، مکانرونیک و کنترل دینامیک اجسام چند جسمی، آن هم در زمان دسترسی به پردازنده مناسب، بهتر از روش‌های دیگر عمل می‌کند.

۱۱- منابع

- [1] Hasan SM, et al. Augmented reality and digital twin system for interaction with construction machinery. *J Asian Archit Build Eng.* 2022;21(2):564-74.
- [2] Qiao W, et al. Short-term natural gas consumption prediction based on Volterra adaptive filter and improved whale optimization algorithm. *Eng Appl Artif Intell.* 2020;87:103323.
- [3] Baghalian M, Akbari AA. Improvement of vehicle stability by H-Infinity adaptive fuzzy controller: A new VGS model. *Modares Mech Eng.* 2016;16(9):37-46.
- [4] Khaksari H, Khoshnood A, Roshanian J. Active Noise Cancellation in a Reaction Wheel by simultaneous using of dynamical system identification and online wavelet. *Modares Mech Eng.* 2015;15(3):146-52.
- [5] Liu W, et al. Multichannel adaptive signal detection: Basic theory and literature review. *Sci China Inf Sci.* 2022;65(2):121301.
- [6] Miyoshi S. Statistical-mechanical analysis of adaptive filter with clipping saturation-type nonlinearity. *IEEE Trans Signal Process.* 2022;70:4867-82.
- [7] Wang M, et al. A dual-loop active vibration control technology with an RBF-RLS adaptive algorithm. *Mech Syst Signal Process.* 2023;191:110079.
- [8] Hakvoort WB, Beijen MA. Filtered-error RLS for self-tuning disturbance feedforward control with application to a multi-axis vibration isolator. *Mechatronics.* 2023;89:102934.
- [9] Liu Q, et al. A parallelized input matching LMS adaptive filter for the rejection of spatially cyclic disturbances. *IEEE Trans Ind Electron.* 2022;70(10):10536-45.
- [10] Claser R, Nascimento VH. On the tracking performance of adaptive filters and their combinations. *IEEE Trans Signal Process.* 2021;69:3104-16.
- [11] Ahmad S, et al. A novel multiplier-less LMS adaptive filter design based on offset binary coded distributed arithmetic. *IEEE Access.* 2021;9:78138-52.
- [12] Bisla D, Wang J, Choromanska A. Low-pass filtering SGD for recovering flat optima in the deep learning optimization landscape. In: *International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*; 2022. PMLR.
- [13] Tran-Dinh Q, Liu D, Nguyen LM. Hybrid variance-reduced SGD algorithms for nonconvex-concave minimax problems. *arXiv preprint arXiv:2006.15266.* 2020.
- [14] Yang J, et al. Two sides of one coin: the limits of untuned SGD and the power of adaptive methods. *Adv Neural Inf Process Syst.* 2024;36.
- [15] Liu Z, et al. Modeling and adaptive control for a spatial flexible spacecraft with unknown actuator failures. *Sci China Inf Sci.* 2021;64:1-16.
- [16] Basohbat Novinzadeh A, Heydari M. Model-free adaptive controller design for nonlinear system of an air vehicle pitch channel. *Modares Mech Eng.* 2018;17(11):161-71.
- [17] Khajavi M, Nasernia E. Applications of intelligent methods in online diagnosis of tool wear in milling operation using vibration analysis. *Modares Mech Eng.* 2015;15(2):261-9.
- [18] Chiu PH, et al. CAN-PINN: A fast physics-informed neural network based on coupled-automatic-numerical differentiation method. *Comput Methods Appl Mech Eng.* 2022;395:114909.