

بررسی عددی نیروی مقاوم بر تیغه متحرک روبنده سیال بینگهام بر روی سطح افقی

رحیم شمس‌الدینی

دانشیار، گروه تبدیل و سیستم‌های انرژی، دانشکده مواد و مکانیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان، ایران

چکیده

در این پژوهش، نیروی پسای وارد بر تیغه‌ی روبنده‌ی سیال غیرنیوتنی بینگهام بررسی می‌شود. بسیاری از مواد پیرامون ما مانند انواع خاک‌ها، گل‌ولای، رسوبات، خمیرهای غذایی و پلیمرها رفتار رئولوژیکی مشابه سیالات بینگهام دارند. برای به حرکت درآوردن این سیالات باید ابتدا بر تنش تسلیم آنها غلبه کرد، ازاین‌رو استفاده از عامل صلب خارجی مانند تیغه، یکی از مؤثرترین روش‌های جابه‌جایی آنهاست. در این تحقیق، با بهره‌گیری از روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر (ISPH)، جریان سیال بینگهام تحت اثر حرکت افقی اجباری تیغه‌ی قائم شبیه‌سازی شده و نیروی وارد بر تیغه برای سیالاتی با مقادیر مختلف تنش تسلیم و لزجت پلاستیک محاسبه می‌گردد. معادلات بقای جرم و ممنتوم برای سیال بینگهام به‌صورت منفصل و با الگوریتم پیش‌بین-مصحح حل شده‌اند. همچنین اثر ارتفاع اولیه سیال بر مقاومت در برابر حرکت تیغه بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد نیروی پسای تابعی از تنش تسلیم، لزجت پلاستیک و ارتفاع سیال در برابر تیغه است و افزایش هر یک از این پارامترها موجب افزایش نیروی پسای می‌گردد. شدت و سهم هر پارامتر در افزایش نیرو در ادامه تحلیل می‌شود.

واژه‌های کلیدی: هیدرودینامیک ذرات هموار؛ ضریب پسای؛ سیال بینگهام؛ تنش تسلیم؛ لزجت پلاستیک؛ تیغه متحرک

Numerical investigation of the resistive force on the moving blade of a Bingham fluid sweeper on a horizontal surface

Rahim Shamsoddini

Department of Energy Conversion and Systems, Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran

Abstract

In the present study, the drag force exerted on a blade moving through a Bingham non-Newtonian fluid is investigated. Many materials in our surroundings, such as various soils, mud, sediments, food pastes, paints, molten materials, and polymers, exhibit rheological behavior similar to that of Bingham fluids. Since motion in such fluids requires overcoming a yield stress, using a rigid external agent such as a blade is one of the most effective means of inducing flow. In this research, the incompressible smoothed particle hydrodynamics (ISPH) method is employed to simulate the flow of a Bingham fluid subjected to the forced horizontal motion of a vertical blade, and the drag force on the blade is evaluated for different yield stresses and plastic viscosities. The governing equations of mass and momentum are discretized and solved using a predictor-corrector algorithm. Furthermore, the effect of the initial fluid height on the resistance against blade motion is examined. The results show that the drag force depends on yield stress, plastic viscosity, and fluid height in front of the blade; increasing any of these parameters leads to a higher drag, whose magnitude and contribution are analyzed in detail.

Keywords: Smooth particle hydrodynamics; drag coefficient; Bingham fluid; yield stress; plastic viscosity, moving blade

۱- مقدمه

غلبه بر مقاومت سیال در برابر حرکت اجسام در محیط سیال همواره یک چالش بزرگ برای بشر بوده است. در بیشتر موارد، سیال عامل مانند سیال نیوتنی رفتار نمی‌کند. در دسته‌ای از این سیالات، یک مقاومت اولیه برای به حرکت درآوردن سیال وجود دارد که سیال بینگهام نمونه‌ای از این سیالات است. این سیالات می‌تواند شامل گل در کانال‌های کشاورزی، دوغاب در صنایع معدنی، مخلوط تهیه بتن و ترکیبات سیمانی در صنایع ساختمانی و یا خمیر غذایی در صنایع غذایی باشد. گاهی در مواجهه با این مایعات، مجبور می‌شویم به اجبار آنها را برای بهره‌برداری، استفاده و یا حتی تخلیه و دفع، جابه‌جا کنیم. در خیلی از حالات، حرکت سیالات غیرنیوتنی به آسانی سیالات نیوتنی نیست. برخی از انواع سیالات غیرنیوتنی، جدا از لزجت بالا و رفتار غیرخطی، دارای تنش تسلیم هستند که غلبه بر آن شرط اولیه حرکت است. به این دلیل، هول دادن سیال توسط یک عامل یا وسیله خارجی یکی از روش‌های رایج برای جابه‌جایی سیالات غیرنیوتنی

است. مدل‌سازی مرزهای متحرک و برهمکنش‌های سیال-جامد چالش‌های عددی پیچیده‌ای را برای روش‌های مبتنی بر شبکه ارائه می‌کند. از جمله تکنیک‌های مورد استفاده برای پرداختن به مسائل مرز متحرک، روش‌های اوپلری-لاگرانژی دلخواه [۱] و روش‌های مرز غوطه‌ور [۲] است که هر کدام دارای پیچیدگی‌ها، محدودیت‌ها و کاربردهای خاص هستند. در دو دهه اخیر، روش‌های لاگرانژی که به مراتب فرآیند شبیه‌سازی این دسته از جریانها را ساده‌تر کرده‌اند، توسعه یافته‌اند. ویژگی‌های لاگرانژی و آزادی و تحرک مش این روش‌ها توانایی انجام شبیه‌سازی‌های پیچیده را افزایش می‌دهد. یکی از معروفترین این روش‌ها، روش هیدرودینامیک ذرات هموار است. دسته‌ای از مطالعات اخیر، مسائل مرز متحرک و اندرکنش سازه-سیال را با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار مورد بررسی قرار داده‌اند؛ رفیعی و تیاگراجان [۳] یک روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر را برای شبیه‌سازی برهمکنش‌های سازه-سیال، با استفاده از معادله فشار پواسون برای برقراری شرایط تراکم‌ناپذیری، معرفی کردند. روش ایشان نشان می‌داد که روش هیدرودینامیک ذرات هموار،

روشی ساده و مناسب برای این دست مسائل است. کاجتار و موناها [۴] شبیه سازی اجسام صلب شناور را به کمک این روش دنبال کردند که نتایج به طور شگفت انگیزی با نتایج تجربی همخوانی داشت. در مطالعه‌ی کوهن و همکاران [۵]، حرکت شمای دلفینی با استفاده از هیدرودینامیک ذرات هموار شبیه سازی شد. هدف، تجزیه و تحلیل برهمکنش بدن شناگر به عنوان سازه و آب به عنوان سیال بود که به خوبی توانایی این روش در شبیه سازی اثرات دوطرفه به نمایش گذاشت. هاشمی و همکاران [۶، ۷] از روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم پذیر ضعیف برای مدل سازی برهمکنش‌های دو طرفه سیال-جامد برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی استفاده کردند. ایشان در الگوریتم پیشنهادی خود، از روش جدیدی برای تعریف مرز دیوار استفاده کردند که مشکلات روش‌های گذشته را تا حد زیادی برطرف می‌کرد. روش هیدرودینامیک ذرات هموار همچنین در شبیه سازی دینامیک سیالات غیر نیوتنی موثر بوده است. بخش قابل توجهی از تحقیقات عددی انجام شده با این روش، بر روی جریان های سیال غیر نیوتنی متمرکز شده است. برای مثال، ژو و همکاران، [۸] رفتار رئولوژیکی را در یک جریان کوئت دو بعدی با استفاده از همین روش بررسی کردند. این مطالعه نشان می‌دهد که مدل سازی رفتار رئولوژیکی در جریان کوئت با روش هیدرودینامیک ذرات هموار با دقت مناسبی قابل انجام است. ژو و همکاران [۹] از فرمول لاگرانژی معادلات ناویر-استوکس، مبتنی بر چارچوب هیدرودینامیک ذرات هموار، برای ارزیابی تعیین پارامترهای رئولوژیکی، مانند لزجت پلاستیک، از داده‌های رئومتر پره استفاده کردند. نتایج ایشان نشان داد که روش هیدرودینامیک ذرات هموار می‌تواند به‌طور مؤثری الگوهای جریان، نواحی تسلیم و پدیده‌های وابسته به هندسه را در سیالات بینگهام پیش‌بینی کند. نتایج به خوبی نشان می‌داد که با افزایش تنش تسلیم در سیالات شبه‌بینگهام، نواحی بدون حرکت (ناحیه جامد) بزرگ‌تر شده و جریان کندتر به حالت پایدار می‌رسد. علاوه بر این، رفیعی و همکاران [۱۰] یک روش SPH تراکم ناپذیر را با هدف حل جریان های سطح آزاد ناپایدار برای سیالات نیوتنی و ویسکوالاستیک ارائه کردند. نتایج نشان می‌دهد که این روش نه تنها از نظر عددی پایدار است، بلکه قابلیت بالایی در مدل سازی دقیق رفتار پیچیده سیالات ویسکوالاستیک دارد و برای کاربردهای مهندسی قابل اعتماد است. جیانگ و همکاران [۱۱] یک روش اصلاح شده هیدرودینامیک ذرات هموار را برای توسعه بیشتر این زمینه پیشنهاد کردند. نتایج شبیه سازی‌ها نشان داد که این روش قادر است رفتار پیچیده سیالات ویسکوالاستیک را در حالت گذرا با دقت بالایی مدل کند. این روش در مقایسه با هیدرودینامیک ذرات هموار کلاسیک، نوسانات عددی کمتر و پایداری زمانی بهتری ارائه داد. فن و همکاران [۱۲] یک روش ضمنی هیدرودینامیک ذرات هموار بدون ماتریس را پیشنهاد دادند که به طور خاص برای جریان غیر نیوتنی طراحی شده است. برای افزایش پایداری این روش و کاهش ناپایداری کششی، آنها یک مکانیسم فشار مصنوعی بین ذرات را وارد کردند. در حالی که تحقیقات قابل توجهی در مورد جریان سیالات غیر نیوتنی بر روی اجسام عریض ثابت، به ویژه استوانه های مربعی وجود دارد [۱۳، ۱۴، ۱۵]، کمبود قابل توجهی در مطالعات متمرکز بر اجسام متحرک حس می‌شود. از معدود کارهای انجام شده در زمینه حرکت جسم در سیال غیر نیوتنی می‌توان به تحقیق انجام شده توسط شمس

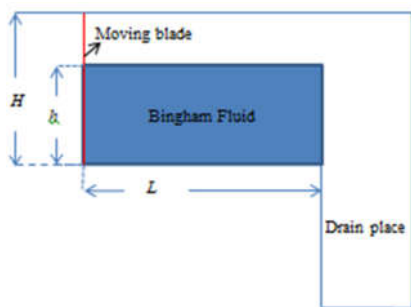
الدینی و همکاران [۱۶] اشاره کرد که آن هم برای سیال با پیروی از قاعده توانی انجام پذیرفته است. ایشان نشان دادند که روش بهبودیافته تراکم پذیر ضعیف می‌تواند جریان‌های غیرنیوتنی اطراف اجسام متحرک را با دقت بالا مدل سازی کند و نسبت به نسخه‌های استاندارد روش هیدرودینامیک ذرات هموار، پایداری و دقت بهتری ارائه می‌دهد، که آن را برای تحلیل‌های مهندسی جریان‌های پیچیده مناسب می‌سازد. همچنین در مورد شبیه سازی حرکت جسم صلب در محیط سیال بینگهام می‌توان به کار صالحی و شمس الدینی [۱۷] اشاره کرد این مطالعه به بررسی متغیرهای مؤثر بر ورود اجباری یک جسم صلب به خاک اشباع می‌پردازد که به عنوان یک سیال غیر نیوتنی شناخته می‌شود. نتایج نشان می‌داد که پارامترهایی مانند سرعت نفوذ و شرایط رطوبت اولیه تأثیر قابل توجهی بر مقاومت خاک دارند. نوربخش و همکاران [۱۸] با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم پذیر جزئی جریان ماسه را شبیه سازی کردند. آنها برای شبیه سازی جریان ماسه از مدل سیال بینگهام استفاده کردند. نتایج نشان می‌داد که با افزایش مقدار تنش تسلیم، تبدیل جریان به حالت ریبیل (نوسانی) با تأخیر بیشتری رخ می‌دهد.

اگر چه نیروی وارد بر جسم متحرک در سیال نیوتنی توسط لی و همکاران [۱۹] بررسی شده است، بر اساس اطلاعات نویسنده، تحقیقی که نیروی پسا وارد بر جسم روبنده سیال غیر نیوتنی بینگهام را گزارش کرده باشد یافت نمی‌شود. از آنجایی که برخی از بسترها، خاکها و گل و لای را می‌توان با سیال بینگهام مدل کرد، اهمیت تحقیق به خوبی آشکار می‌شود. از اینرو در کار حاضر نیروی وارد بر تیغه جاروب کننده سیال غیرنیوتنی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ادامه به بیان مسئله و روش حل آن پرداخته می‌شود.

۲- تعریف مسئله

مسئله، مطابق شکل ۱، شامل یک تیغه متحرک است که سیال غیر نیوتنی با سطح آزاد را روی سطح افقی جابجا می‌کند. طول سطح L و ارتفاع سیال روی سطح h و H ارتفاع تیغه متحرک در نظر گرفته می‌شود.

در ادامه، مقاومت سیالات بینگهام با لزجت‌های پلاستیک و تنش تسلیم‌های متفاوت در برابر حرکت تیغه متحرک بررسی می‌شود. برای انجام این کار، هندسه اولیه نشان داده شده در شکل با ذرات عددی گسسته شده و با استفاده از روش SPH حاضر شبیه سازی و حل می‌شود. در هر مرحله زمانی، علاوه بر حل معادلات حاکم بر سیال، نیروی وارد بر تیغه متحرک نیز محاسبه، رسم و بررسی می‌شود.



که از حل آن، فشار محاسبه می شود. در این مرحله، با استفاده از گرادین فشار، سرعت نهایی به صورت زیر تصحیح می شود:

$$\mathbf{V}_i^{n+1} = \mathbf{V}_i^{*,n+1} - \left(\frac{\nabla p}{\rho}\right)_i^{n+1} \Delta t \quad (11)$$

در نهایت، موقعیت جدید ذره محاسبه می شود:

$$\mathbf{r}_i^{n+1} = \mathbf{r}_i^n + \mathbf{V}_i^{n+1} \Delta t \quad (12)$$

مقدار گام زمانی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\Delta t = \beta_t \min \left(\frac{\delta_{\min}}{U_{\max}}, \frac{\rho \delta_{\min}^2}{\mu_0}, \sqrt{\frac{\delta_{\min}}{g}} \right), \quad (13)$$

در این رابطه، $\delta_{\min}$ کمترین فاصله ذرات و $U_{\max}$ بیشترین سرعت ذرات در میدان محاسبات است. β_t ضریب ثابت کوچکتر از یک است. طبیعی است که هر چقدر که این ضریب کوچکتر باشد دقت محاسبات بیشتر خواهد بود. در این پژوهش در راستای افزایش دقت، مقدار $\beta_t = 0.1$ در نظر گرفته می شود.

لازم به ذکر است که از الگوریتم جابجایی ذرات برای جلوگیری از چسبیدن و خوشه ای شدن ذرات مطابق الگوریتم مرجع [۱۶] استفاده شده است. برای اعمال شرط مرزی فشار از دو ردیف ذرات مجازی در مجاورت دیوار استفاده می شود. فشار ذرات مجازی، از ضرب داخلی معادله ممتموم در بر دار نرمال سطح بدست می آید؛ با توجه به ثابت بودن سرعت تیغه و دیوارها داریم:

$$\left(\frac{\nabla p}{\rho}\right) \cdot \mathbf{n}_w = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n_w} = 0 \quad (14)$$

در رابطه فوق $\mathbf{n}_w$ بردار نرمال سطح می باشد. برای حل معادلات فوق، یک کد محاسباتی در محیط ++C توسعه داده شده که در بخش بعدی میزان دقت کد محاسباتی و همگرایی آن بررسی خواهد شد. در هر گام زمانی، نیروی مقاوم وارد بر جسم متحرک نیز حساب می شود.

$$\mathbf{F} = \oint \mathbf{T} \cdot d\mathbf{A} \quad (15)$$

در این رابطه، A مساحت می باشد و $\mathbf{T}$ تانسور تنش کل است که برابر است با:

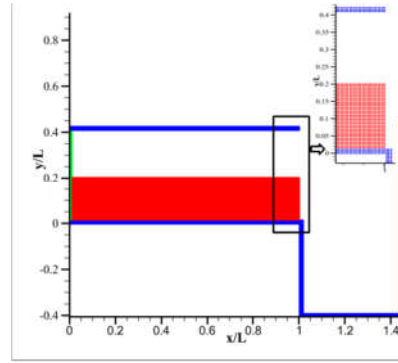
$$\mathbf{T} = \boldsymbol{\tau} - p\mathbf{I}, \quad (16)$$

سپس، ضریب پسا محاسبه می شود:

$$C_D = \frac{|\mathbf{F}|}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 L b} \quad (17)$$

۴- مطالعه شبکه ذرات و اعتبارسنجی

انجمن تحقیقاتی اروپایی روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPHERIC) تعدادی مسئله معیار جهت تطابق و اعتبار سنجی معرفی کرده است. یکی از بهترین مسائل برای مقایسه و اعتبارسنجی کد محاسباتی فعلی، نمونه آزمایش شماره ۶ این انجمن است که توسط لی و همکاران ارائه شده است [۱۹]. مسئله از یک سیلندر مربعی با اندازه ضلع ۱ متر تشکیل شده که در یک محیط مستطیل شکل به عرض ۵ متر و طول ۱۰ متر با سرعت ثابت در سیال نیوتنی و تراکم ناپذیر حرکت می کند. این مسئله برخلاف ظاهر ساده جزء یکی از مسائل نسبتاً سنگین برای محک کدهای محاسباتی است چرا که تبادل و تقابل امواج رفت و برگشتی از سمت سیلندر و برخورد آن به دیوار



شکل ۱- هندسه مسئله و شبکه ذرات در شرایط اولیه.

۳- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر مسئله، معادلات بقای جرم و ممتموم می باشد که به شرح زیر است:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \mathbf{g} + \frac{\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}}{\rho} \quad (2)$$

که p ، $\mathbf{V}$ ، $\mathbf{g}$ و $\boldsymbol{\tau}$ به ترتیب چگالی، زمان، بردار سرعت، فشار، شتاب گرانش و تانسور تنش تنش برشی هستند. تانسور تنش به صورت زیر تعریف می شود:

$$\boldsymbol{\tau} = 2\mu_e \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (3)$$

که در این رابطه، $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ برار است با

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T) \quad (4)$$

و لزجت موثر سیال بینگهام به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mu_{ei} = \mu_0 + \left(\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}\right)(1 - e^{-m\dot{\gamma}}) \quad (5)$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2(\dot{\boldsymbol{\gamma}} : \dot{\boldsymbol{\gamma}})} \quad (6)$$

که در آن τ_0 تنش تسلیم است. انفصال آخرین جمله در معادله ممتموم برابر است با:

$$\langle \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \rangle_i = \sum_j 2\dot{\gamma}_{ij} \left(\mu_{eij} \frac{\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j}{r_{ij}} \mathbf{e}_{ij} \cdot (\mathbf{B}_i \cdot \nabla \mathbf{W}_{ij}) \right) \quad (7)$$

در این رابطه، r_{ij} اندازه بردار وصل ذره i و j ، بردار $\mathbf{e}_{ij}$ یک بردار، $\mu_{eij} = (\mu_{ei} + \mu_{ej})/2$ و تانسور مصحح $\mathbf{B}_i$ برابر است با:

$$\mathbf{B}_i = - \left[\sum_j \dot{\gamma}_{ij} \mathbf{r}_{ij} \nabla \mathbf{W}_{ij} \right]^{-1} \quad (8)$$

با استفاده از تغییرات تنش برشی محاسبه شده، سرعت میانی بر اساس رابطه زیر به حساب می شود:

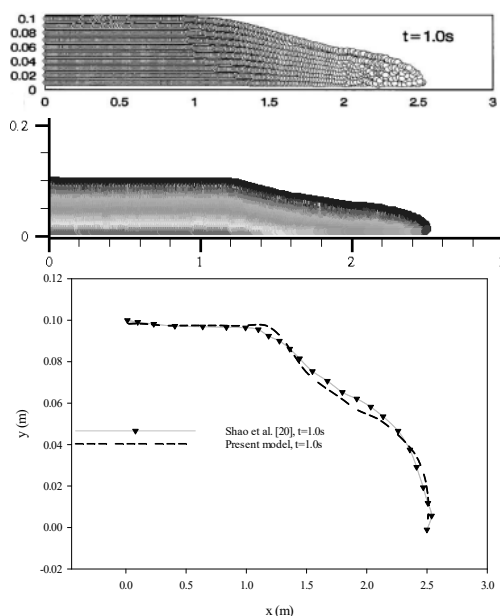
$$\mathbf{V}_i^{*,n+1} = \mathbf{V}_i^n + \left(\mathbf{g} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \right) \Delta t \quad (9)$$

پس، از محاسبه سرعت میانی، گسسته سازی SPH معادله پواسون را می توان به صورت زیر تشکیل داد:

$$\sum_j 2 \frac{\dot{\gamma}_{ij}}{\rho_{ij}} \frac{P_i^{n+1} - P_j^n}{r_{ij}} \mathbf{e}_{ij} \cdot (\mathbf{B}_i \cdot \nabla \mathbf{W}_{ij}) = \frac{\langle \nabla \cdot \mathbf{V}_i^{*,n+1} \rangle}{\Delta t} \quad (10)$$

$$RSMPE = 100 \times \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{C_{Dref} - C_{Dpr}}{C_{Dref}} \right)^2} \quad (18)$$

محاسبه می شود که برابر است با ۵/۳۵ درصد که خطای قابل قبولی است. در این تحقیق تقریباً از شبکه‌ای با این تراکم ($A_p/A=0.0004$) استفاده شده است. البته برای مسئله اصلی چندین شبکه ذرات با چگالی ذرات مختلف مورد آزمایش قرار گرفت که تقریباً برابر با نسبت مساحت ذرات مسئله اعتبار سنجی است. لازم به ذکر است که برای بررسی دقت کد محاسباتی برای شبیه سازی سیال غیر نیوتنی بینگهام، از نمونه مسئله روان شدن سیال غیر نیوتنی بر روی سطح افقی که پیش از این توسط شائو و همکاران [۲۰] نتایج آن گزارش شده است، استفاده شده است. شرایط اولیه، یک مستطیل $2 \times 1m^2$ از سیال غیر نیوتنی بینگهام می باشد. نتایج مقایسه شبیه سازی در شکل ۴ آورده شده است. در اینجا نیز انطباق نتایج به وضوح قابل مشاهده است.



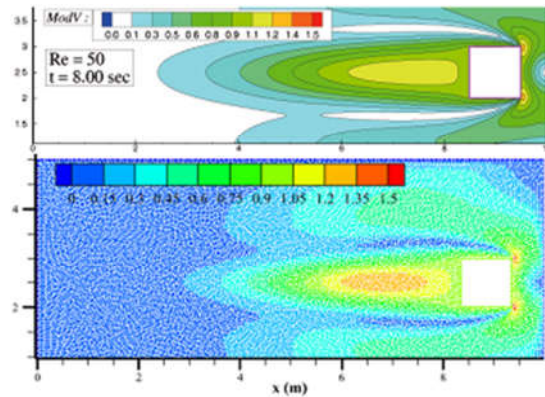
شکل ۴- نتایج شائو و همکاران [۲۰] و کار حاضر، شکل بالا: نتایج شبیه سازی شائو و همکاران [۲۰]، شکل وسط: شبیه سازی کار حاضر، شکل پایین: پروفیل سطح آزاد کار حاضر و کار شائو و همکاران [۲۰].

۵- بحث و بررسی نتایج

در تحقیق حاضر، سیالات مختلفی که تنش تسلیم و لزجت پلاستیک آنها در تحقیقات مختلف تعیین شده است، برای بررسی رفتار مقاومت تیغه متحرک در سیال بینگهام استفاده شده‌اند. در جدول ۱ اطلاعاتی در مورد چند نمونه از مایعات بینگهام مورد استفاده در این تحقیق آورده شده است.

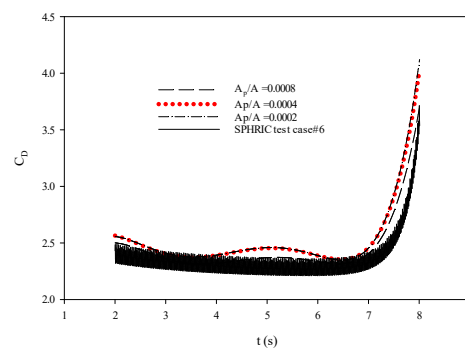
اولین و سومین مورد موجود در جدول، مواردی هستند که در مطالعه و بررسی جریان توده‌ای خاکها گزارش شده‌اند [۲۱] و مورد دوم، در مطالعه رسوبات ریزدانه گزارش شده است [۲۲]. لزجت خاک و رسوبات یک پارامتر رئولوژیکی است که رفتار ویسکوپلاستیک خاک را نشان می دهد. سیالات ویسکوپلاستیک مانند یک جامد تحت تنش برشی رفتار می کنند تا زمانی که به تنش تسلیم معینی (τ_0) برسند.

مقابل می تواند موجب واگرایی روش عددی شود. در شکل ۲، مقایسه کیفی بین نتایج کانتور سرعت به دست آمده از روش SPH و نتایج آزمون شماره ۶ برای عدد رینولدز $Re=50$ انجام شده است.



شکل ۲- نتایج میدان سرعت برای مسئله معیار شماره ۶ SPHERIC [۱۹] (شکل بالا) و کار حاضر (شکل پایین)

کد محاسباتی حاضر با اعمال $\tau_0=0$ قابل تبدیل به جریان نتوتنی است. حل و مقایسه این مسئله محک جدی بر محاسباتی معادلات (۱۵) تا (۱۷) است. همانطور که در شکل ۲، نشان داده شده است، روش SPH توانسته است میدان سرعت و جزئیات آن را به خوبی مدل سازی کند. در شکل ۳، نتایج کار حاضر در مساحت های بدون بعد مختلف ذرات (A_p/A) در مقایسه با نتایج آزمون SPHERIC شماره ۶ نشان داده شده است. A_p مساحت اشغال شده توسط ذره محاسباتی و A مساحت کل است. نتایج علاوه بر همگرایی، صحت روش حاضر را نیز نشان می دهد.



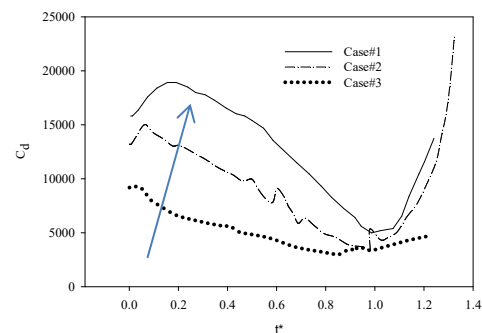
شکل ۳- تغییرات ضریب پسادر طول حرکت استوانه مربع در کار حاضر و نتایج آزمایش شماره ۶ SPHERIC [۱۹].

به علت وجود نوسان در نتایج روش SPH، در مطالعه حاضر از مقادیر میانگین که با رگرسیون چند جمله‌ای مرتبه ۵ به دست آمدند استفاده شد. نتایج نشان می دهد که شبکه با نسبت مساحت $A_p/A=0.0004$ مستقل از اندازه و مناسب برای تحلیل است. برای مقایسه کمی نتایج این شبکه با نتایج آزمون شماره ۶ SPHERIC، از درصد خطای میانگین مربعات استفاده شده است که با رابطه

جدول ۱- ویژگی های مایعات بینگهام مورد استفاده در مطالعه حاضر.

مورد	τ_0	μ_0	مرجع
۱	۴۶۰/۱	۱۱۲	[۲۱]
۲	۴۸۲	۰/۶۳۸	[۲۲]
۳	۱۱۴/۵	۱۹/۸	[۲۱]

بنابراین، آنها رفتار سیال غیر نیوتنی را نشان می‌دهند. وقتی این تنش از تنش تسلیم بیشتر شود، رفتار ماده تغییر می‌کند و مانند یک مایع رفتار می‌کند. بنابراین در فرآیند لایروبی، جارو کردن و به طور کلی جابجایی اجباری خاک‌ها و رسوبات باید به پارامترهای لزجت و تنش تسلیم توجه شود. سه مورد ارائه شده در جدول ۱ رفتارهای مختلف لزجت و تنش تسلیم را نشان می‌دهد. مورد ۱: هر دو تنش تسلیم و لزجت دارای مقادیر نسبتاً بالایی هستند. مورد ۲: تنش تسلیم مقدار نسبتاً بالایی دارد اما لزجت پلاستیک، مقدار نسبتاً پایینی دارد. مورد ۳: لزجت پلاستیک متوسط و تنش تسلیم کمتری نسبت به دو مورد دیگر دارد. این سه مورد به عنوان سیال عامل مسئله، مورد آزمایش قرار می‌گیرند. در بررسی اول، $h/H=0.5$ در نظر گرفته شده است. حرکت تیغه برای به حرکت درآوردن سیال روی سطح افقی با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار معرفی شده انجام می‌شود و ضریب پسا وارد بر تیغه در حین حرکت تیغه بر حسب زمان بدون بعد $(t^* = tU_b/L)$ محاسبه می‌شود. از نیروی پسا، ضریب پسامحاسبه شده و بر حسب زمان رسم می‌شود که نتایج در شکل ۵ نشان داده شده است.



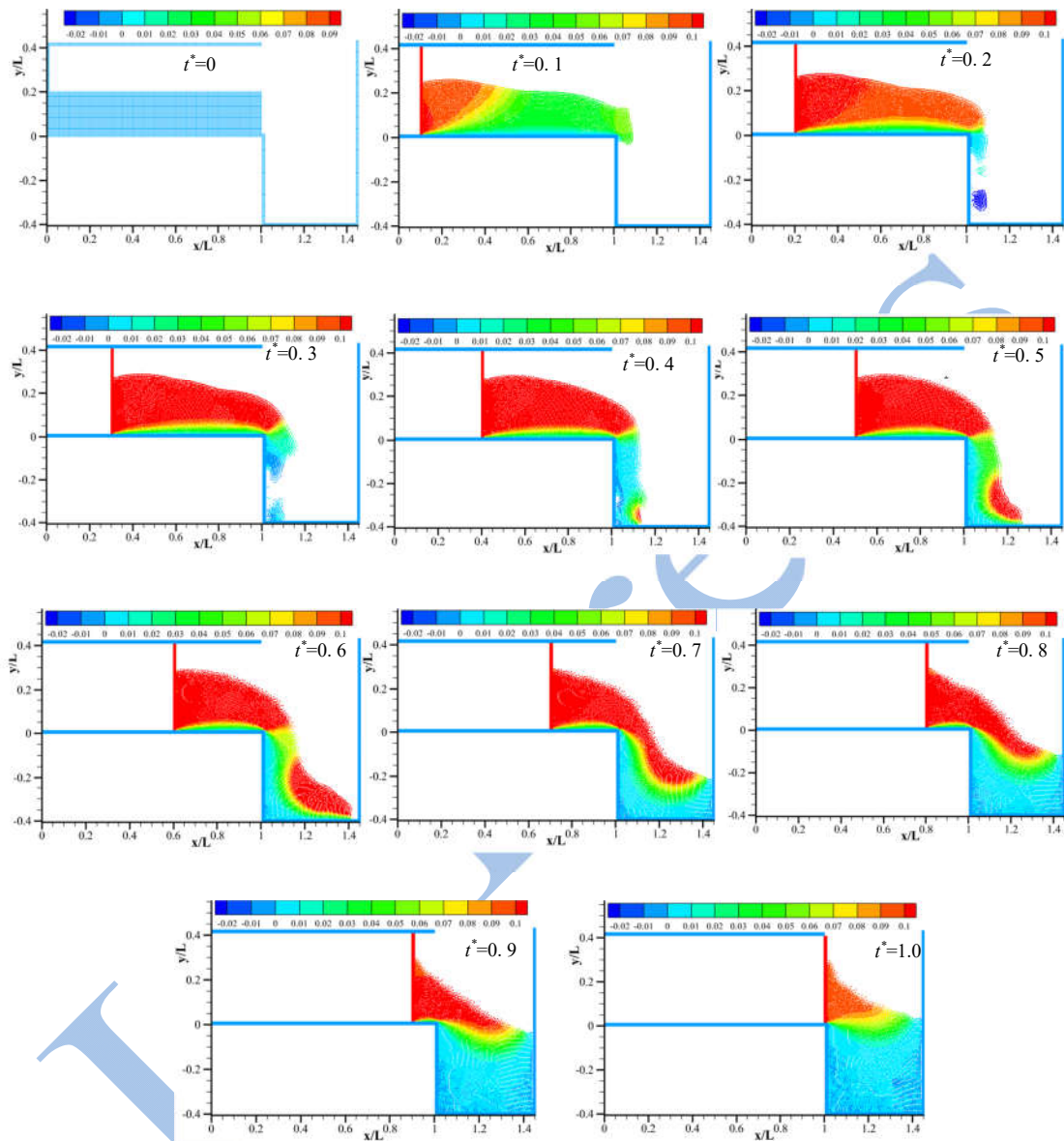
شکل ۵- تغییرات در ضریب پسا حرکت تیغه در محیط سیال بینگهام در طول زمان برای سیالات فهرست شده در جدول ۱ برای $h/H=0.5$

برای بررسی رفتار ضریب پسا، کانتور تغییرات سرعت محوری که به طور همزمان تغییرات سیال و حرکت سیال را نشان می‌دهد، در شکل ۶ برای زمان‌های مختلف ترسیم شده است. سیال عامل در این شبیه‌سازی، اولین مورد جدول ۱ می‌باشد. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، در ابتدای حرکت، ارتفاع سیال روی تیغه افزایش می‌یابد که باعث افزایش فشار روی تیغه و در نهایت افزایش ضریب پسا روی تیغه می‌شود. در حدود زمان $t^*=0.2$ اولین ذرات خاک وارد مخزن تخلیه می‌شود. با شروع تخلیه به مخزن، ضریب پسا شروع به کاهش

می‌کند. این روند نزولی برای ضریب پسا ادامه می‌یابد تا زمانی که تیغه به لبه مخزن برسد. با کاهش تنش تسلیم و لزجت سیال، نقطه بیشینه منحنی در زمان کوتاه‌تری رخ می‌دهد. این نشان می‌دهد که تجمع سیال در جلوی تیغه در تنش تسلیم و لزجت کمتر، کمتر اتفاق می‌افتد.

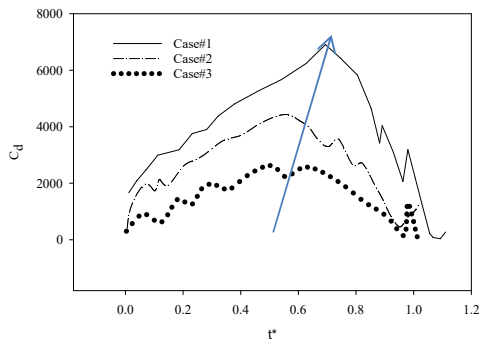
در شکل ۷، میزان پرشدن مخزن تخلیه که به صورت جزء حجمی V_f (نسبت حجم سیال وارده به مخزن تخلیه به حجم مخزن تخلیه) بر حسب زمان بدون بعد t^* رسم شده است. نتایج این شکل نشان می‌دهد که در هر زمان، حجم ذرات وارد به مخزن تخلیه برای حالت اول جدول (۱) از حالت دوم کمتر و حالت دوم هم از حالت سوم کمتر است. یعنی در این حالت نیز هرچه تنش تسلیم و لزجت پلاستیک کمتر باشد، روان شوندگی سیال بیشتر در نتیجه سرعت تخلیه به مخزن بیشتر است. شکل ۸، تغییرات ضریب پسا در طول زمان برای حالت $h/H=0.25$ ترسیم شده است. در اینجا نیز روند کاهش ضریب پسا با کاهش تنش تسلیم و لزجت پلاستیک به وضوح مشهود است. اما نکته قابل توجه این است که نسبت به حالت قبل، نقطه بیشینه نمودارها به سمت راست حرکت کرده است. مجدداً، در مقایسه با دو مورد دیگر، نقطه بیشینه در مورد ۱ جدول ۱ (تنش تسلیم و لزجت بزرگتر) در زمان بیشتری رخ می‌دهد ($t^*\approx 0.4$). هر چه تنش تسلیم و لزجت کمتر باشد، قله زودتر اتفاق می‌افتد.

شکل ۹ تغییرات ضریب پسا برای $h/H=0.125$ برای هر سه حالت جدول ۱ را نشان می‌دهد. در این شکل برای هر سه حالت، ضریب پسا در ابتدا افزایش می‌یابد، به یک نقطه حداکثر می‌رسد و سپس کاهش می‌یابد. ضریب پسا برای مورد ۱ دارای بالاترین مقدار (اثر تنش تسلیم و لزجت پلاستیک بالاتر) است. طبیعی است که هر چه قدر تنش تسلیم و لزجت پلاستیک جسم بالاتر باشد، اصطکاک سیال در مقابل حرکت بیشتر است. از اینرو نیروی بیشتری برای به حرکت درآوردن تیغه لازم است. برای هر سه مورد، نقطه بیشینه نمودارها نسبت به شکل ۵ و شکل ۸، بیشتر به سمت راست حرکت کرده است.

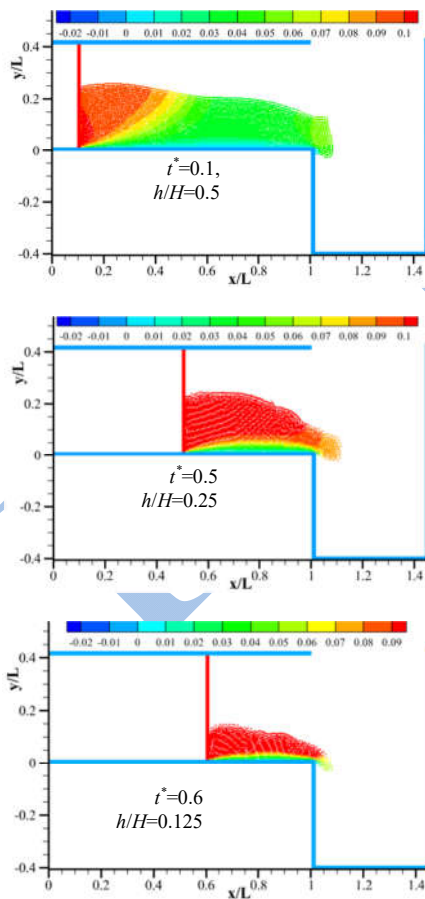


شکل ۶- کانتور تغییرات سرعت محوری برای حالت اول جدول ۱

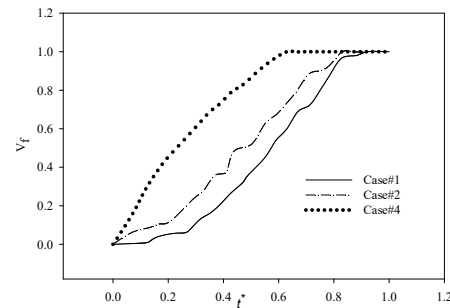
حرکت می‌کنند، تخلیه زودتر اتفاق می‌افتد و به دنبال آن نقطه بیشینه هم زودتر مشاهده می‌شود. دلیل اینکه هرچه تنش تسلیم و لزجت پلاستیک سیال کمتر باشد، نقطه بیشینه زودتر اتفاق می‌افتد نیز با همین منطق قابل توضیح است؛ هرچه تنش تسلیم کمتر باشد، نیرو راحتتر و سریعتر به پایین دست منتقل می‌شود، پس انباشت کمتری در مقابل تیغه اتفاق می‌افتد.



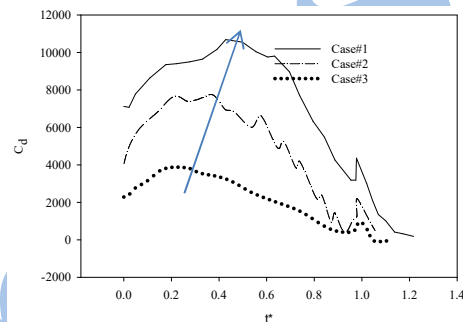
شکل ۹- تغییرات در ضریب پساحرکت تیغه در محیط سیال بینگهام در طول زمان برای سیالات فهرست شده در جدول ۱ برای $h/H=0.125$.



شکل ۱۰- کانتور سرعت در حالت تغییر ارتفاع اولیه سیال برای حالت اول جدول ۱.



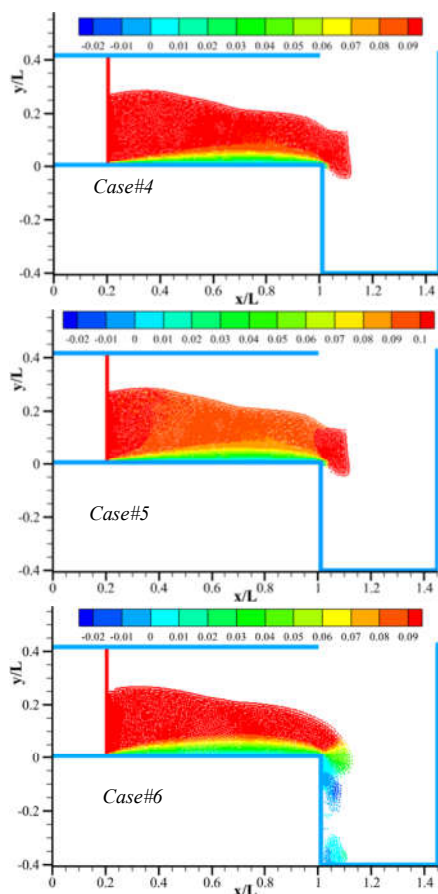
شکل ۷- تغییرات جزء حجمی میزان پرشدن مخزن تخلیه (V/V_0) بر حسب زمان بدون بعد



شکل ۸- تغییرات در ضریب پسا تیغه در طول زمان در محیط سیالات فهرست شده در جدول ۱ برای $h/H=0.25$.

بررسی رفتار نمودارهای شکل های ۵، ۸ و ۹ نشان می‌دهد که در هر سه حالت، ضریب پسا ابتدا پس از رسیدن به مقدار معین (نقطه بیشینه) افزایش و سپس کاهش می‌یابد. هر چه ارتفاع سیال بیشتر باشد، مدت زمان بیشتری طول می‌کشد تا به حداکثر مقدار برسد. برای به حرکت درآمدن سیال بینگهام، باید بر تنش تسلیم آن غلبه شود. پس از عبور از تنش تسلیم هر چه قدر لزجت پلاستیک کمتر باشد سیال راحتتر و سریعتر به حرکت در می‌آید. به همین دلیل هر چه تنش تسلیم و لزجت پلاستیک سیال کمتر باشد، سیال سریعتر حرکت می‌کند. در ابتدای حرکت، در پایین دست که تنش سیال به مقدار تنش تسلیم نرسیده است، هیچ حرکتی مشاهده نمی‌شود. به همین دلیل ذرات سیالی که در مجاورت تیغه قرار دارند زودتر و بیشتر از این حد تسلیم عبور می‌کنند و به حرکت در می‌آیند در حالی که با فاصله گرفتن از تیغه، این اثر کمتر شده و سرعت ذرات کمتر می‌شود.

طبیعی است که در این شرایط، به علت اختلاف سرعت محوری بالادست و پایین دست، برای برقراری بقای جرم، حرکت سیال به سمت بالا نیز اتفاق خواهد افتاد و ارتفاع سیال مجاور تیغه افزایش می‌یابد. این مطلب باعث می‌شود که نیروی وارد بر تیغه در طول حرکت تا زمان شروع تخلیه، مرتب افزایش یابد و هرچه ارتفاع سیال بیشتر باشد این انباشت بیشتر هم می‌شود. این انباشت، باعث افزایش اصطکاک و کاهش انتقال تنش به پایین دست می‌شود که نتیجه آن، کاهش انتقال نیروی لازم برای به حرکت درآمدن ذرات پایین دست است. به همین دلیل هرچه ارتفاع سیال کمتر باشد ذرات پایین دست زودتر شروع به



شکل ۱۲- کانتور سرعت و تجمع سیال برای $t^*=0.2$ برای هر سه مورد در جدول ۲

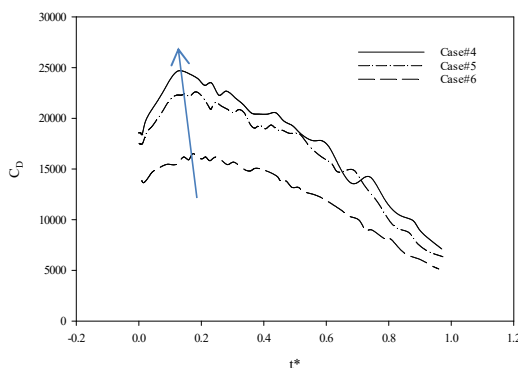
۶- نتیجه گیری

در کار حاضر یک الگوریتم محاسباتی با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم ناپذیر بسط داده شد تا حرکت یک تیغه قائم که به صورت اجباری سیال بینگهام در مقابل خود را به حرکت در می آورد، مدل سازی شود. ابتدا کد محاسباتی با استفاده از نتایج مراجع مطرح در این زمینه، اعتبار سنجی شد و شبکه ذرات مناسب برای تحلیل استخراج شد. سپس کد محاسباتی برای مسئله اصلی که محاسبه نیروی پسا وارد بر تیغه متحرک بود، بکار برده شد. خصوصیات سیالات بینگهام مورد استفاده تماماً از گزارشات و مراجعی که پیش از این بر روی خصوصیات سیال بینگهام کار کرده بودند، استخراج و استفاده شد. موارد سیال بینگهام به گونه ای انتخاب شد که گستره مناسبی از تغییرات تنش تسلیم و لزجت سیال بینگهام را در بر بگیرد. نتایج نشان از آن دارد که تنش تسلیم و لزجت پلاستیک سیال هر دو از پارامترهای تاثیر گذار بر میزان ضریب پسا هستند. همچنین تغییرات ضریب پسا بر حسب زمان یک نمودار صعودی- نزولی را به تصویر می کشید که از ابتدای حرکت سیال تا زمان شروع تخلیه اولین ذرات کلنی خاک به داخل مخزن تخلیه صعودی و پس از آن نزولی می شود. آنچه که در پایان می توان به آن اشاره کرد این است که این تحقیق بایی بر موضوعات محاسبه نیروی پسا سیال غیر نیوتنی بر تیغه متحرک بود که بیشترین کاربرد آن در بحث خاکبرداری و لایروبی گل

پس از غلبه بر تنش تسلیم، هرچه لزجت پلاستیک کمتر باشد، سیال روانتر و سریعتر، جاری می شود. به همین دلیل است که با کاهش تنش تسلیم و لزجت پلاستیک سیال، ضریب پسا کاهش می یابد. در مرحله بعد، برای تایید تحلیل صورت گرفته، سه مورد تکمیلی مطابق جدول ۲ بررسی می شود. نمودار ضریب پسا در طول زمان برای سه مورد ارائه شده در جدول ۲، برای $h/H=0.5$ ، در شکل ۱۱ نشان داده شده است. رفتار منحنی ها در شکل ۱۱ بسیار شبیه منحنی های شکل های ۵، ۸ و ۹ است. این امر تأیید می کند که منحنی تغییر ضریب پسا ابتدا صعودی و سپس نزولی است. نکته جالب در مورد این نمودار این است که منحنی های موارد ۴ و ۵ بسیار نزدیک به یکدیگر هستند. دلیل این امر را می توان تا حدی از ویژگی های فهرست شده در جدول ۲ درک کرد. تنش تسلیم مورد چهارم بیشتر از حالت پنجم است، در حالی که لزجت پلاستیک مورد پنجم بیشتر از حالت چهارم است. شکل ۱۲، سرعت و انباشت سیال را برای $t^*=0.2$ برای هر سه مورد ذکر شده در جدول ۲ نشان می دهد. در این زمان، بیشترین مقدار ضریب پسا گزارش شده است (نقطه بیشینه). همانطور که مشاهده می شود در این شرایط سیال برای هر سه مورد در آستانه تخلیه مخزن قرار دارد.

جدول ۲- ویژگی های سه مورد مایع مکمل بینگهام مورد استفاده در مطالعه حاضر.

مورد	τ_0	μ_0	مرجع
۴	۸۰۰/۱	۵۵/۵	[۲۳]
۵	۶۳۵/۱	۸۸/۲	[۲۳]
۶	۲۲۸/۲	۱۷۰/۶	[۲۳]



شکل ۱۱- تغییرات ضریب پسا در طول زمان برای موارد معرفی شده در جدول ۲

لای است. با توجه به کمبود داده در این زمینه، در جهت گسترش موضوع برای انواع خاکها، می توان از مدل‌های الاستوپلاستیک، هایپوپلاستیک و سایر مدل‌های ارائه شده برای خاکها استفاده کرد و تحلیل‌هایی در این زمینه به جامعه علمی ارائه نمود.

۷- نمادها

A	مساحت (m^2)
B	تانسور مصحح کرنل
b	عرض عمود بر صفحه (m)
C_D	ضریب پسا
e	بردار واصل ذرات (m)
F	بردار نیرو (N)
F_D	بردار نیروی پسا (N)
T	تانسور تنش کل (Pa)
g	شتاب گرانش (m/s^2)
h	ارتفاع اولیه سیال بینگهام (m)
H	ارتفاع کانال (m)
i, j	شمارنده ذرات
L	طول مشخصه (m)
n	شمارنده گام زمانی
p	فشار (Pa)
r	بردار مکان (m)
t	زمان (s)
V	بردار سرعت (m/s)
V_f	جزء حجمی (نسب سیال وارد به مخزن تخلیه به حجم آن)
W	تابع کرنل
β_t	ضریب گام زمانی
ρ	چگالی (kg/m^3)
τ	تنش برشی (Pa)
μ	لزجت ($Pa.s$)
μ_{ei}	لزجت موثر سیال بینگهام ($Pa.s$)
μ_0	لزجت پلاستیک سیال بینگهام ($Pa.s$)
∇	حجم اشغالی ذره (m^3)
$\dot{\gamma}$	نرخ کرنش s^{-1}

۸- مراجع

- [2] Fadlun EA, Verzicco R, Orlandi P, Mohd-Yusof J. Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations. *Journal of computational physics*. 2000 Jun 10;161(1):35-60.
- [3] Rafiee A, Thiagarajan KP. An SPH projection method for simulating fluid-hypoelastic structure interaction. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2009 Jul 1;198(33-36):2785-95.
- [4] Kajtar JB, Monaghan JJ. On the swimming of fish like bodies near free and fixed boundaries. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*. 2012 May 1;33:1-3.
- [5] Cohen RC, Cleary PW, Mason BR. Simulations of dolphin kick swimming using smoothed particle hydrodynamics. *Human movement science*. 2012 Jun 1;31(3):604-19.
- [6] Hashemi MR, Fatehi R, Manzari MT. A modified SPH method for simulating motion of rigid bodies in Newtonian fluid flows. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2012 Jul 1;47(6):626-38.
- [7] Hashemi MR, Fatehi R, Manzari MT. SPH simulation of interacting solid bodies suspended in a shear flow of an Oldroyd-B fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2011 Nov 1;166(21-22):1239-52.
- [8] Zhou G, Ge W, Li J. Smoothed particles as a non-Newtonian fluid: a case study in Couette flow. *Chemical Engineering Science*. 2010 Mar 15;65(6):2258-62.
- [9] Zhu H, Martys NS, Ferraris C, De Kee D. A numerical study of the flow of Bingham-like fluids in two-dimensional vane and cylinder rheometers using a smoothed particle hydrodynamics (SPH) based method. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2010 Apr 1;165(7-8):362-75.
- [10] Rafiee A, Manzari MT, Hosseini M. An incompressible SPH method for simulation of unsteady viscoelastic free-surface flows. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2007 Dec 1;42(10):1210-23.
- [11] Jiang T, Ouyang J, Li Q, Ren J, Yang B. A corrected smoothed particle hydrodynamics method for solving transient viscoelastic fluid flows. *Applied Mathematical Modelling*. 2011 Aug 1;35(8):3833-53.
- [12] Fan XJ, Tanner RI, Zheng R. Smoothed particle hydrodynamics simulation of non-Newtonian moulding flow. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2010 Mar 1;165(5-6):219-26.
- [13] Sahu AK, Chhabra RP, Eswaran V. Two-dimensional laminar flow of a power-law fluid across a confined square cylinder. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2010 Jul 1;165(13-14):752-63.
- [14] Bouaziz M, Kessentini S, Turki S. Numerical prediction of flow and heat transfer of power-law fluids in a plane channel with a built-in heated square cylinder. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2010 Nov 1;53(23-24):5420-9.
- [15] Sahu AK, Chhabra RP, Eswaran V. Two-dimensional unsteady laminar flow of a power law fluid across a square cylinder. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2009 Aug 1;160(2-3):157-67.
- [16] Shamsoddini R, Aminizadeh N, Sefid M. An improved WCPH method to simulate the non-Newtonian power law fluid flow induced by motion of a square cylinder. *CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences*. 2015 Mar 1;105(3):209-30.
- [17] Salehi F, Shamsoddini R. SPH simulation of the penetrating object in the wet soil. *Geomechanics and Geoengineering*. 2022 Jan 2;17(1):155-65.

[۱۸] نوربخش ا، روزبهانی ف، کوهینی ت. شبیه سازی جریان ماسه به وسیله روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری جزئی. *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*. ۱۳۹۸. د. ۴۹. ش. ۲، ص ۳۳۷-۳۴۶.

- [1] Wang WQ, Yan Y. Strongly coupling of partitioned fluid-solid interaction solvers using reduced-order models. *Applied Mathematical Modelling*. 2010 Dec 1;34(12):3817-30.

- stress of mass-flowing soils (Doctoral dissertation, PUC-Rio).
- [22] Jeong SW. The viscosity of fine-grained sediments: A comparison of low-to medium-activity and high-activity clays. *Engineering Geology*. 2013 Feb 28;154:1-5.
- [23] Yun KK, Kim JB, Song CS, Hossain MS, Han S. Rheological behavior of high-performance shotcrete mixtures containing colloidal silica and silica fume using the bingham model. *Materials*. 2022 Jan 6;15(2):428.
- [19] Lee ES, Violeau D, Laurence D, Stansby P, Moulinec C. SPHERIC Test Case 6: 2-D Incompressible flow around a moving square inside a rectangular box. " SPHERIC-Smoothed Particle Hydrodynamics European Research Interest Community".. 2007:37.
- [20] Shao S, Lo EY. Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface. *Advances in water resources*. 2003 Jul 1;26(7):787-800.
- [21] de Campos TM. Development of laboratory methodologies for the determination of viscosity and yield

ImPress