

EXTENDED ABSTRACT

Buckling Analysis of Gabled Frames Made of Steel Sections with Variable Moment of Inertia Under Dead-Load Axial Effects

Hossein Khosravi ^{a,*}, Mohammad Reza Zare-Borzeshi ^b, Mojtaba Lezgy-Nazargah ^a

^a Department of Civil Engineering, Hakim Sabzevari University, Sabzevar 9617976487-397, Iran

^b Department of Civil Engineering, Islamic Azad University, Neyshabur, Iran

Received: 17 April 2025; **Reviewed:** 05 September 2025; **Accepted:** 25 September 2025

Keywords:

Gabled frame, Critical load, Thin-walled sections, Variable moment of inertia, Axial force.

1. Introduction

Thin-walled structures are among the critical and vital infrastructures that have been used in various branches of science. Among the applications of these structures in civil engineering, we can mention the storage tanks containing fluids, domes, dams, and slabs. When the axial compressive force tends to a limit value, with the least lateral load, a significant lateral displacement occurs. This axial compressive force is called the critical load, which is also known as the buckling load.

Most of the columns of the frames do not reach the buckling load at the same time, so the axial force of many columns in braced frames during buckling of a particular column is different from their own buckling load. The most common method of determining the critical load of columns is to use the concept of effective length factor. In this research, an attempt has been made to obtain the critical load of the frames using a new analytical method. Various research has been conducted on the effective length factor and critical load. Some of the relevant studies are reviewed in this section.

2. Methodology

First, the slope-deflection equations for steel members with the variable moment of inertia are developed by considering the effects of axial load induced by dead loads. Next, the equilibrium equations of the gabled frame are derived, accounting for both unsymmetrical and symmetrical buckling modes. These equations are then solved numerically using MATLAB to determine the critical buckling load. To validate the accuracy of the developed formulation, a finite element (FE) simulation is performed in Abaqus. The steel frames are modeled using two-node Hermitian beam elements (B23), each with three degrees of freedom per node. To represent the variable moment of inertia in beams and columns, these members are discretized into four segments, each with a constant moment of inertia. Finally, a linear eigenvalue analysis is conducted in Abaqus to perform the stability assessment.

3. Results and discussion

Critical loads of some gabled frames made of steel sections with the variable moment of inertia are obtained by considering the effect of axial force using the analytical formulation presented in Sections 3 and 4. The effects of support conditions and fixity factors on the critical load are also investigated. The accuracy of the results obtained from the presented analytical formulation is examined through comparison with the results of the FE simulation carried out by Abaqus software. It is observed that the predicted critical load using the present analytical model is in good agreement with that obtained by Abaqus software. The discrepancy between the predicted results of the two models is insignificant and it is less than 4%.

4. Conclusions

In most studies conducted on thin-walled sections with a variable moment of inertia, the critical buckling load has been calculated without considering the effects of axial force due to dead loads. In this study, the critical loads of gabled frames made of steel sections with the variable moment of inertia have been obtained by considering the effects of axial forces. Also, the effects of support conditions and the fixity factor of connections on the critical load have been investigated. The accuracy of the results has been evaluated through comparison with the results of Abaqus software.

By investigating the effect of axial forces on gabled frames with the variable moment of inertia, the following results have been obtained:

- By considering the effects of axial force due to dead load, the critical load of the gabled frame is reduced. As is known, the critical load is used extensively in structural stability analysis. Therefore, structural design engineers are advised never to ignore the effect of the weight of the structure in frame stability analyses.
- The presence of axial force in the frame reduces the effective length factor of the column. Given its vital role in structural design, analysis, and stability, reducing the effective length factor is essential.
- As the connection moves towards clamped, the critical load of the gabled frame increases. It was also observed that the buckling load of the gabled frame increases significantly by increasing the ratio of the span length to the height.
- In gabled frames, as the fixity factor increases, the critical load of the frame increases. Since the stability of structures depends largely on the stiffness of the column-to-foundation connection, it is necessary to consider its effect on the critical load of the structure. Among structural engineers, the column-to-foundation connection is often modeled as either an ideal clamped or an ideal hinge. However, most connections behave semi-rigidly in practical conditions. According to the analytical results obtained in this study, the optimal fixity factor for the column-to-foundation connection is recommended to be between 0.8 and 0.9.

تحلیل کمانشی قاب‌های شیب‌دار ساخته شده از مقاطع فولادی دارای ممان اینرسی متغیر با در نظر گرفتن اثرات نیروی محوری ناشی از بارهای مرده

حسین خسروی^{1*}، مجتبی لزگی نظرگاه²، محمدرضا زارع برزشی³

¹ استادیار گروه مهندسی عمران - سازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار

² دانشیار گروه مهندسی عمران - سازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار

³ کارشناس ارشد عمران - سازه، دانشکده مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد نیشابور

دریافت: 1404/1/28، بازنگری: 1404/6/17، پذیرش: 1404/7/5، نشر آنلاین: 1404/7/5

چکیده

کمانش در ستون‌های قاب‌های شیب‌دار یک پدیده مهم است که می‌تواند بر پایداری و عملکرد سازه تأثیر بگذارد. رایج‌ترین روش تعیین بار کمانشی ستون‌ها استفاده از مفهوم ضریب طول مؤثر می‌باشد. ضریب طول مؤثر که تابعی از شرایط تکیه‌گاهی است، نقش مهمی در تعیین رفتار کمانشی ستون دارد. با استفاده از این ضریب، طراحی ستون‌ها بدون تحلیل غیرخطی سازه امکان‌پذیر می‌باشد. مطالعات انجام شده جهت تعیین ضریب طول مؤثر و بار بحرانی عمدتاً محدود به اعضای با ممان اینرسی ثابت می‌باشد. همچنین علاوه بر ممان اینرسی ثابت، در بیشتر تحقیقات بار محوری ناشی از بارهای مرده سازه لحاظ نمی‌گردد، که باعث بروز خطاهایی در محاسبه بار بحرانی می‌شود. در این پژوهش بار بحرانی قاب‌های شیب‌دار دارای ممان اینرسی متغیر با در نظر گرفتن تأثیر نیروی محوری محاسبه شده است. همچنین تأثیرات شرایط تکیه‌گاهی و درجه گیرداری اتصالات بر بار بحرانی و ضریب طول مؤثر قاب‌های شیب‌دار دارای ممان اینرسی متغیر نیز بررسی شده‌اند. با بررسی نتایج معادلات و صحت‌سنجی انجام شده، می‌توان نتیجه گرفت که لحاظ نیروی محوری ناشی از بارهای مرده در قاب شیب‌دار با ممان اینرسی متغیر باعث کاهش ضریب طول مؤثر و در نتیجه کاهش میزان بار بحرانی قاب می‌شود.

کلیدواژه‌ها: قاب شیب‌دار، بار بحرانی، مقاطع جدار نازک، ممان اینرسی متغیر، نیروی محوری.

1- مقدمه

استفاده از مفهوم ضریب طول مؤثر می‌باشد. در این پژوهش نیز سعی شده با استفاده از روشی نوین، بار بحرانی قاب‌ها به صورت تحلیلی به دست آورده شود. تحقیقاتی بر روی ضریب طول مؤثر و بار بحرانی صورت پذیرفته که در ذیل به چند مورد آن اشاره شده است.

Johnson (1976) جهت تعیین ضریب طول مؤثر با استفاده از نمودارهای پیشنهادی شورای تحقیقات پایداری سازه‌ها (SSRC) روشی را ارائه نمود که در حالت کلی ممکن است خطاهایی داشته باشد.

Aristozabal-Ochoa (1994) روش‌هایی جهت اصلاح نمودارها در حالت‌های خاص که بستگی به عواملی چون وضعیت تقارن سازه و بار، نحوه اتصال ستون به پی و رفتار غیرالاستیک مصالح دارد، ارائه نمود.

سازه‌های جدار نازک از جمله زیرساخت‌های حساس و حیاتی می‌باشند که در شاخه‌های مختلف علوم مورد استفاده قرار گرفته‌اند. از جمله کاربردهای این سازه‌ها در مهندسی عمران می‌توان به مخازن ذخیره محتوی سیالات، گنبدها، سدها و همچنین دال‌ها اشاره کرد. زمانی که نیروی محوری فشاری به سمت مقدار حدی میل می‌کند، با کمترین بار جانبی، تغییر مکان جانبی قابل ملاحظه‌ای به وجود می‌آید. این مقدار حدی نیروی فشاری، بار بحرانی نام دارد و به بار کمانشی نیز معروف است.

اکثر ستون‌های قاب‌ها هم‌زمان به بار کمانشی نمی‌رسند، بدین ترتیب نیروی محوری بسیاری از ستون‌ها در قاب‌های مهاربندی شده هنگام کمانش یک ستون خاص با بار کمانشی خودشان متفاوت است. رایج‌ترین روش تعیین بار بحرانی ستون‌ها



تنش و جابه‌جایی به‌عنوان متغیرهای میدانی، Bai و همکاران (2020) یک المان اجزای محدود جدید برای تیر- ستون‌های دارای ممان اینرسی متغیر ارائه نمودند. در این مرجع، اثرات نقص هندسی اولیه و تنش‌های برشی مستقیماً در فرمول‌بندی المان لحاظ شده‌اند.

Quan و همکاران (2020) یک روش جدید برای طراحی تیرهای فولادی با ممان اینرسی متغیر ارائه نمودند که مبتنی بر استفاده از تحلیل غیرالاستیک مرتبه دوم است. در رویکرد طراحی پیشنهاد شده توسط این محققین، علاوه بر اثرات غیرخطی هندسی، اثرات غیرخطی مصالح نیز لحاظ شده است و مقاومت نهایی عضو با رسیدن به حد کرنش تعریف شده یا ضریب بار حداکثر، هر کدام که زودتر اتفاق بیفتد، تعیین می‌شود.

Abdelrahman و همکاران (2022) فرمول‌بندی المان خطی موجود برای اعضای با مقطع متغیر را به‌گونه‌ای اصلاح کردند که قادر به لحاظ مستقیم اثرات تغییر شکل ناشی از تابیدگی مقطع باشد. در این مرجع، صلبیت خمشی عضو با ممان اینرسی متغیر به‌صورت تحلیلی در قالب یک ماتریس سختی بیان می‌شود که با استفاده از مجموعه‌ای از ضرایب متغیر محاسبه شده است. مدل ارائه شده می‌تواند تحلیل دقیق‌تری نسبت به روش‌های المان پله‌ای مرسوم یا توزیع تقریبی (مثلاً خطی، سهموی یا مکعبی) ارائه دهد.

Salama و همکاران (2023) یک الگوریتم ساختار کریستالی بهبود یافته برای بهینه‌سازی قاب‌های شیب‌دار با اعضای ممان اینرسی متغیر پیشنهاد نمودند. در این مرجع چندین بهبود در الگوریتم پیاده‌سازی شده است که از جمله می‌توان به مکانیسم گنجاندن کریستال پویا و محدود کردن مداوم محدوده جستجو اشاره نمود.

همان‌طور که در پژوهش‌های فوق ملاحظه گردید، مطالعات انجام شده جهت تعیین ضریب طول مؤثر و بار بحرانی عمده‌تاً مربوط به اعضای با ممان اینرسی ثابت می‌باشد. همچنین علاوه بر محدودیت ممان اینرسی ثابت، در بیشتر تحقیقات بار محوری سازه لحاظ نمی‌گردد، که باعث بروز خطاهایی در محاسبه بار بحرانی سازه می‌شود. در این پژوهش، یک مدل تحلیلی جهت محاسبه بار بحرانی قاب‌های شیب‌دار دارای ممان اینرسی متغیر را با در نظر گرفتن تأثیر نیروی محوری ارائه شده است. تأثیرات شرایط تکیه‌گاهی و درجه گیرداری بر ضریب طول مؤثر و بار بحرانی قاب‌های شیب‌دار ساخته شده از مقاطع با ممان اینرسی متغیر نیز مورد بررسی قرار گرفته است. برای رسیدن به این اهداف، ابتدا معادلات شیب- افت برای اعضای فولادی با ممان اینرسی متغیر با در نظر گرفتن اثرات بارهای محوری ناشی از

Ermopoulos (1997) در زمینه ضریب طول مؤثر برای اعضای با ممان اینرسی متغیر اقداماتی صورت داد که مهم‌ترین آن تبدیل عضو با ممان اینرسی متغیر به چند عضو با ممان اینرسی ثابت و نوشتن روابط سازگاری تغییر شکل‌ها در نقاط فصل مشترک بود.

Saka (1997) با استفاده از روش‌های المان محدود، ضریب طول مؤثر برای یک قاب یک دهانه یک طبقه را مورد بررسی قرار داد.

Planut و Vigrin (2004) با توجه به این‌که اثر وزن را مهم و لازم می‌دانستند، به بررسی اثر وزن در محاسبه بار بحرانی ستون پرداخته و با استفاده از اثر متقابل بار محوری متمرکز و بار محوری گسترده توانستند بار بحرانی ستون را با در نظر گرفتن اثر وزن به‌دست آورند.

Saffari و همکاران (2008) جهت تعیین بار بحرانی ستون- های قاب‌های شیب‌دار ساخته شده از مقاطع جدار نازک دارای ممان اینرسی متغیر با به‌کارگیری روابط تحلیلی دقیق، ضریب طول مؤثر ستون‌های یک قاب شیب‌دار را محاسبه کرده و برای دسترسی آسان، نتایج محاسبات را به‌صورت گراف ارائه کردند که می‌تواند مبنای طراحی ستون‌های قاب‌های شیب‌دار قرار گیرد.

Rahgozar و همکاران (2011) به بررسی فرکانس‌های تقریبی سازه‌های دیوار برشی کوپل با در نظر گرفتن اثرات ناشی از نیروی محوری پرداختند. در این مرجع با استفاده از شرایط مرزی در ساختمان روشی جهت تحلیل ارتعاش آزاد سازه‌های دیوار برشی کوپل ارائه شده است که در فرمول‌بندی ارائه شده اثر نیروی محوری بر رفتار ارتعاش سازه منظور شده است.

Aristizabal-Ochoa (2008) با توسعه روابط شیب- افت برای اعضای با ممان اینرسی متغیر و بسط آن به انواع قاب‌ها و اعمال شرایط مرزی معادله ویژه کمانش قاب، ضریب طول مؤثر و بار بحرانی قاب‌های متشکل از اعضای با مقطع متغیر را محاسبه نمودند. اساس مدل تحلیلی ارائه شده توسط وی بر این موضوع مبتنی است که استفاده از روش ماتریسی، روشی متداول برای طراحی ستون‌ها و به‌دست آوردن ضریب طول مؤثر و بار بحرانی قاب‌ها است.

Al-Lebban (2020) یک تحلیل نظری برای تخمین پایداری الاستیک غیرخطی هندسی درون صفحه‌ای اعضای فولادی با ممان اینرسی متغیر تحت بارهای دینامیکی ارائه نمود. در این مرجع، یک المان تیر- ستون برای مدل‌سازی اعضای سازه‌ای توسعه داده شده است. فرمول‌بندی این المان بر اساس توصیف اولیه با در نظر گرفتن تأثیر نیروی محوری بر سختی خمشی است. تغییرات ناشی از تغییر شکل محوری و خمشی در طول مؤثر عضو نیز در نظر گرفته شده است. با احتساب هردوی

با توجه به شکل (2)، معادله تعادل به صورت زیر قابل بیان است:

$$M = M_a + Py - \left(\frac{M_a + M_b + P\delta}{L} \right) (x - a) \quad (1)$$

در رابطه فوق M_a و M_b لنگرهای انتهایی، θ_a دوران ابتدایی عضو، θ_b دوران انتهایی عضو و δ تغییر مکان دو انتها نسبت به وضعیت ابتدایی عضو می‌باشند. معادله دیفرانسیل حاصل از تعادل لنگر در مقطعی به فاصله X از نقطه O به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$-EI_x \frac{d^2 y}{dx^2} = M_a + Py - \left(\frac{M_a + M_b + P\delta}{L} \right) (x - a) \quad (2)$$

با جاگذاری رابطه ممان اینرسی متغیر (I_x) در طول عضو در معادله دیفرانسیل بالا و پس از حل آن و اعمال شرایط مرزی و انجام عملیات ریاضی، روابط شیب-افت زیر برای اعضای با ممان اینرسی متغیر تحت تأثیر بار محوری به دست می‌آید:

$$\begin{cases} M_a = \frac{2EI_a}{L} \left[\alpha_1 \theta_a + \alpha_2 \theta_b - (\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\delta}{L} \right] \\ M_b = \frac{2EI_b}{L} \left[\alpha_2 \theta_a + \alpha_3 \theta_b - (\alpha_2 + \alpha_3) \frac{\delta}{L} \right] \end{cases} \quad (3)$$

پارامترهای α_1 ، α_2 و α_3 از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\alpha_1 = \frac{-e_3 \left(\mu^2 + \frac{1}{4} \right) \eta}{(e_2^2 - e_1 e_3)} \quad (4-الف)$$

$$\alpha_2 = \frac{e_2 \left(\mu^2 + \frac{1}{4} \right) \eta}{(e_2^2 - e_1 e_3)} \quad (4-ب)$$

$$\alpha_3 = \frac{-e_1 \left(\mu^2 + \frac{1}{4} \right) \eta}{(e_2^2 - e_1 e_3)} \quad (4-ج)$$

پارامترهای e_1 ، e_2 و e_3 در رابطه فوق به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} e_1 = \frac{2}{\eta} + 1 - \frac{2\mu}{\tan(\beta)} \\ e_2 = \frac{2}{\eta} - \frac{1}{\sqrt{\eta+1}} \frac{2\mu}{\sin(\beta)} \\ e_3 = \frac{2}{\eta} - \frac{1}{\eta+1} - \frac{1}{\eta+1} \frac{2\mu}{\tan(\beta)} \end{cases} \quad (5)$$

$$\beta = \mu \ln(\eta + 1)$$

در روابط فوق، μ ثابت بار تعریف می‌شود و از رابطه زیر حاصل می‌گردد:

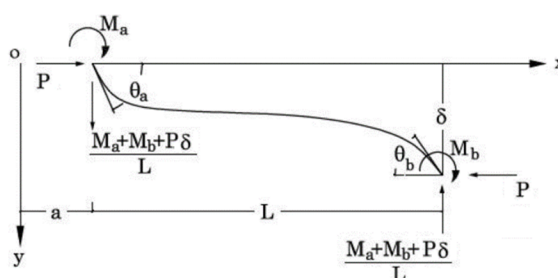
$$\mu^2 = \frac{Pa^2}{EI_c} - \frac{1}{4} \quad (6)$$

که I_c بیانگر مقدار ممان اینرسی در انتهای عضو می‌باشد.

بارهای مرده ارائه شده‌اند. در مرحله بعد، معادلات تعادل قاب شیب‌دار با در نظر گرفتن هر دو حالت کمناش نامتقارن و متقارن استخراج شده‌اند. سپس این معادلات به صورت عددی با استفاده از MATLAB حل شده‌اند تا مقدار بار بحرانی کمناشی قاب تعیین گردد. صحت نتایج از طریق مقایسه با نرم افزار Abaqus مورد ارزیابی قرار گرفته است.

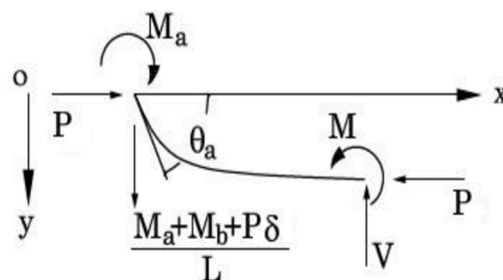
2- روابط شیب-افت با در نظر گرفتن نیروی محوری

با توجه به مطالعات گذشته جهت تعیین ضریب طول مؤثر و بار بحرانی، بهترین روش استفاده از معادلات دیفرانسیل کلی ستون است، زیرا معادله دیفرانسیل به روش تحلیلی حل می‌شود و به جواب واقعی نزدیک می‌باشد. در واقع اگر حل معادله دیفرانسیل پایداری ستون به درستی انجام گیرد، جواب در حقیقت همان جواب واقعی خواهد بود. با توجه به محاسبه ممان اینرسی متغیر در تحقیقات گذشته، در نظر است توسعه روابط شیب-افت جهت اعضا ممان اینرسی متغیر با تأثیر نیروی محوری انجام گردد. در شکل (1)، تغییر شکل عضو با ممان اینرسی متغیر تحت تأثیر لنگرهای انتهایی آن با لحاظ تأثیر بار محوری ناشی از بار مرده نشان داده شده است.



شکل 1- نیروها و تغییر شکل عضو با ممان اینرسی متغیر با تأثیر بار محوری

همان‌طور که ملاحظه می‌شود در این شکل به دلیل وجود بار محوری ناشی از اثر وزن سازه، عبارت $P\delta$ در عبارت تعادل لنگرها اضافه شده است. با توجه به این تغییرات، تعادل لنگر در مقطعی به فاصله X از نقطه O به صورت شکل زیر است:



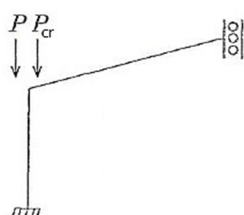
شکل 2- تعادل لنگر در مقطعی به فاصله X از نقطه O

در به کارگیری روابط شیب-افت، ثابت مقطع η برای تمام اعضا یکسان در نظر گرفته شده است. شکل های (4) دو قاب را نشان می دهد که یکی از آنها قاب با ممان اینرسی متغیر تحت اثر بارگذاری کمانشی متقارن (شکل (4-الف)) و دیگری قاب با ممان اینرسی متغیر تحت اثر بارگذاری کمانشی متقارن معکوس (شکل (4-ب)) است.

3-1- قاب شیبدار بدون حرکت جانبی با شرایط تکیه -

گاهی گیردار

در این حالت با توجه به تقارن، می توان قاب را به صورت شکل زیر در نظر گرفت:



شکل 5- تأثیر خاصیت تقارن در قاب شیبدار با ممان اینرسی متغیر تحت اثر نیروی محوری

روابط شیب-افت برای عضوهای ab و bc که اعضای با ممان اینرسی متغیر و تحت تأثیر نیروی محوری می باشند، به صورت زیر قابل بیان است:

$$M_{ab} = \frac{2EI_a}{L} \left[\alpha_2 \theta_b - (\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\delta}{L} \right] \quad (7-الف)$$

$$M_{ba} = \frac{2EI_a}{L} \left[\alpha_3 \theta_b - (\alpha_2 + \alpha_3) \frac{\delta}{L} \right] \quad (7-ب)$$

$$M_{bc} = \frac{2EI_b}{L_b} \times 2 \times \cos(\gamma) \times [\beta_2 \theta_c + \beta_3 \theta_b] \quad (7-ج)$$

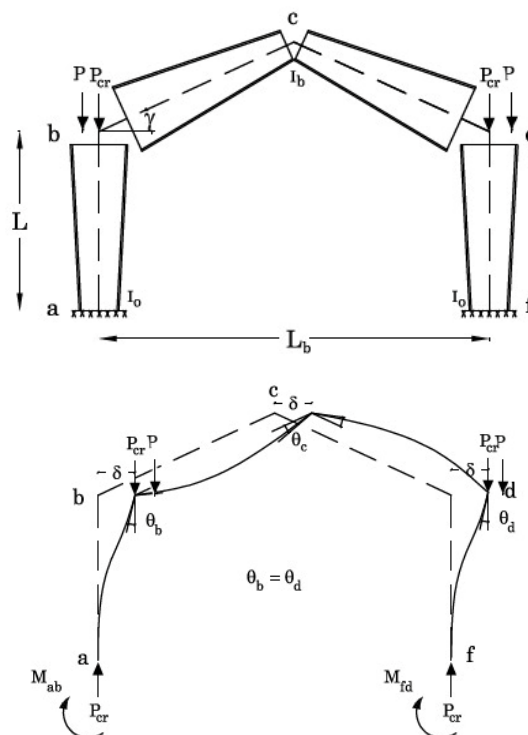
$$M_{cb} = \frac{2EI_b}{L_b} \times 2 \times \cos(\gamma) \times [\beta_1 \theta_c + \beta_2 \theta_b] \quad (7-د)$$

برای به دست آوردن معادلات تعادل لازم است تغییر شکل ها و نیروهای داخلی در اعضای قاب را به صورت زیر در قالب دیاگرام آزاد جسم نشان داد. با نوشتن روابط تعادل در گره های b و c و با استفاده از دیاگرام آزاد عضو ab، روابط زیر به دست می آید:

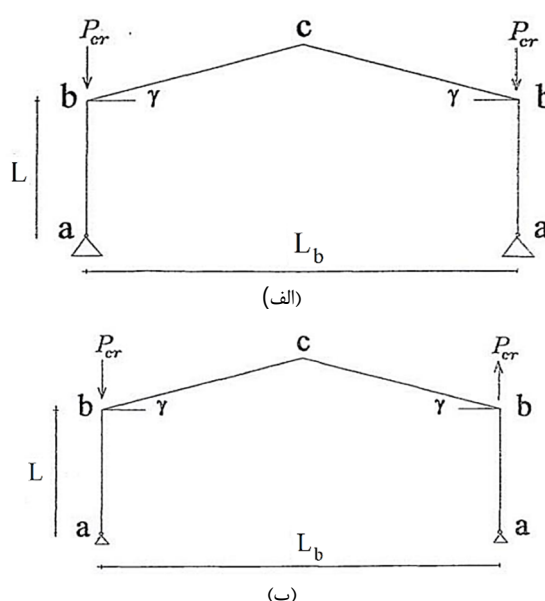
$$\begin{cases} M_{ba} + M_{bc} = 0 \\ M_{cb} + M_{ab} = 0 \\ M_{ab} + M_{ba} + P_{cr} \delta = 0 \end{cases} \quad (8)$$

3- محاسبه ضریب طول مؤثر قاب شیبدار با مقطع متغیر

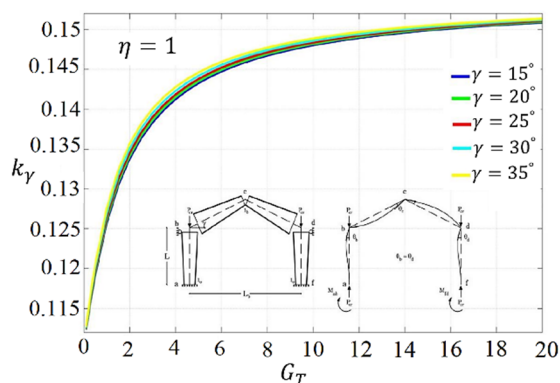
در شکل (3) قاب شیبدار abcdf به همراه تغییر شکل آن هنگام کمانش و نیروهای آن نشان داده شده اند. در این شکل، ممان اینرسی مقطع ابتدایی اعضای ستون قاب و I_b ممان اینرسی مقطع ابتدایی تیرهای قاب می باشد.



شکل 3- تغییر شکل قاب شیبدار ساخته شده از مقاطع با ممان اینرسی متغیر در هنگام کمانش



شکل 4- الف) قاب شیبدار تحت اثر بار متقارن،
ب) قاب شیبدار تحت اثر بار متقارن معکوس



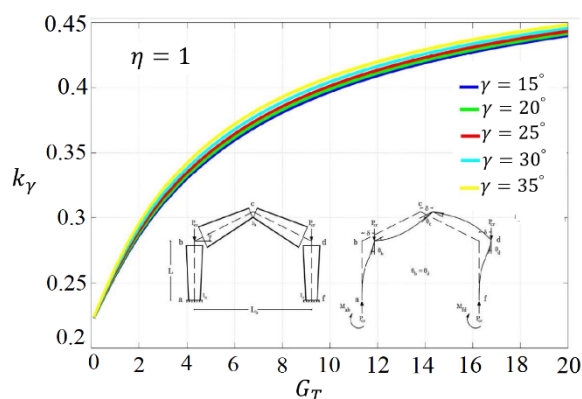
شکل 7- ضریب طول مؤثر قاب شیب‌دار مقطع متغیر بدون حرکت جانبی با شرایط تکیه‌گاهی گیردار

3-2- قاب شیب‌دار مقطع متغیر با حرکت جانبی در شرایط تکیه‌گاهی گیردار

با روندی مشابه بخش قبل، معادله ویژه کمانش قاب شیب‌دار مقطع متغیر با حرکت جانبی و در شرایط تکیه‌گاهی گیردار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{G_T}{2 \times \cos(\gamma)} \alpha_3 + \beta_3 - \frac{\beta_2^2}{\beta_1} = 0 \quad (14)$$

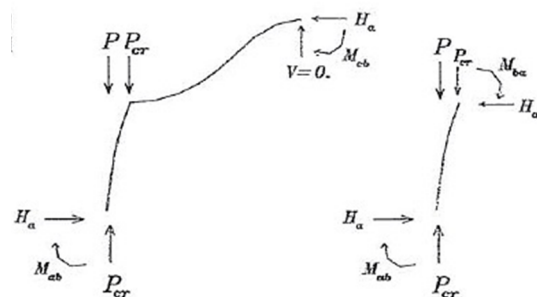
در شکل (8) تغییرات ضریب طول مؤثر قاب برای مقادیر مختلف γ و G_T نشان داده شده است.



شکل 8- ضریب طول مؤثر قاب شیب‌دار مقطع متغیر با حرکت جانبی در شرایط تکیه‌گاهی گیردار

3-3- محاسبه ضریب طول مؤثر قاب شیب‌دار مقطع متغیر با شرایط تکیه‌گاهی مفصلی

با روندی مشابه آنچه در بخش 3-1 اشاره شد، معادله ویژه کمانش قاب شیب‌دار مقطع متغیر بدون حرکت جانبی و با شرایط تکیه‌گاهی مفصلی به صورت زیر به دست می‌آید:



شکل 6- تغییر شکل‌ها و نیروهای داخلی در اعضای قاب شیب‌دار بدون حرکت جانبی با شرایط تکیه‌گاهی گیردار

پس از جایگزینی روابط (7) در معادلات (8) و ساده کردن روابط، لازم است دترمینان ضرایب برابر صفر گردد که همان معادله ویژه کمانش قاب می‌باشد:

$$\begin{vmatrix} \frac{G_T}{2 \times \cos(\gamma)} \alpha_3 + \beta_3 - \frac{\beta_2^2}{\beta_1} & \frac{-G_T}{2 \times \cos(\gamma)} (\alpha_2 + \alpha_3) \\ (\alpha_2 + \alpha_3) & -(\alpha_1 + 2 \times \alpha_2 + \alpha_3) + \left(\mu^2 + \frac{1}{4} \right) \frac{\eta^2}{2} \end{vmatrix} = 0 \quad (9)$$

در رابطه بالا، ثابت مقطع و ضریب اصلاح گیرداری η و G_T به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$G_T = \frac{L_b I_o}{L I_b} \quad (10)$$

$$\eta = 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (11)$$

با نوشتن یک برنامه و حل عددی معادله ویژه کمانش قاب، ثابت بار μ حاصل شده که با استفاده از آن می‌توان ضریب طول مؤثر قاب شکل (5) را به دست آورد. پس از تعیین ضریب طول مؤثر، مقدار بار بحرانی قاب را می‌توان از رابطه زیر محاسبه نمود:

$$P_{cr} = \frac{E I_m}{(k_\gamma L)^2} \quad (12)$$

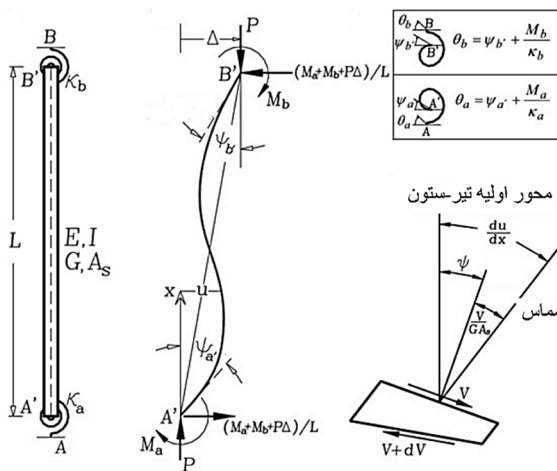
که I_m بیانگر مقدار ممان اینرسی ستون در وسط ارتفاع آن می‌باشد. حال با استفاده از روابط (6) و (12)، رابطه زیر برای ضریب طول مؤثر اعضای ساخته شده از مقطع متغیر با لحاظ اثر نیروی محوری به دست می‌آید:

$$k_\gamma = \frac{1}{\eta \sqrt{\frac{1}{4} + \mu^2}} \quad (13)$$

در شکل (7) ضریب طول مؤثر قاب شکل (5) برای مقادیر مختلف γ و G_T نمایش داده شده است.

4- محاسبه ضریب طول مؤثر قاب شیب‌دار با در نظر گرفتن درجه گیرداری اتصالات

از آنجایی که پایداری سازه‌ها تا حد زیادی به سختی و مقاومت اتصالات دو انتهای تیر و ستون بستگی دارد در بسیاری از موارد لازم است تأثیر آن بر روی بار بحرانی سازه نیز در نظر گرفته شود. در میان مهندسان سازه، اتصالات دو انتهای تیر و ستون اغلب با فرض گیرداری کامل (اتصال صلب) و مفصلی کامل (اتصال ساده) انجام می‌شود ولی آزمایش‌های مختلف نشان می‌دهد که بیشتر اتصالات تیر و ستون به صورت نیمه‌صلب است که این موضوع باعث کم شدن دقت نتایج می‌گردد. در ادامه با توجه به موارد فوق، تلاش شده است تأثیر درجه گیرداری اتصالات بر بار بحرانی قاب شیب‌دار (با در نظر گرفتن اثر نیروی محوری) بررسی گردد. برای این کار مطابق شکل (12) اتصالات یک تیر-ستون با فنر مدل می‌گردد.



شکل 11- مدل کردن اتصالات یک ستون با فنر

در این حالت روابط شیب-افت دیگر مطابق رابطه (3) نبوده و به صورت زیر قابل بیان می‌باشند:

$$\begin{cases} M_a = \frac{2EI_a}{L} \left[s_1 \theta_a + s_2 \theta_b - (s_1 + s_2) \frac{\Delta}{L} \right] \\ M_b = \frac{2EI_a}{L} \left[s_2 \theta_a + s_3 \theta_b - (s_2 + s_3) \frac{\Delta}{L} \right] \end{cases} \quad (17)$$

s_1 ، s_2 و s_3 ثوابتی هستند که علاوه بر μ و η تابعی از میزان درجه گیرداری تیر-ستون در نقاط a و b نیز می‌باشند. برای محاسبه ضریب طول مؤثر قاب شیب‌دار با گیرداری نسبی α (شکل (13))، لازم است ابتدا روابط (7) به صورت زیر بازنویسی گردند:

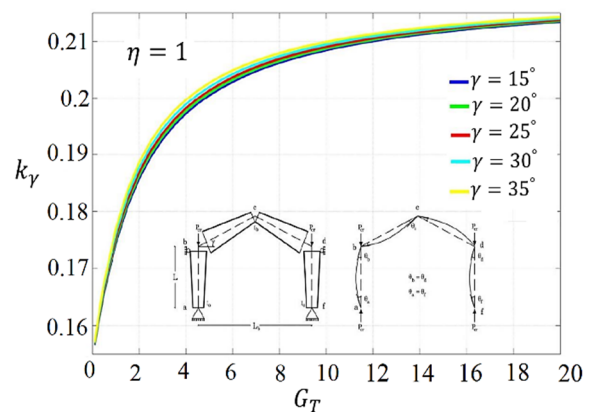
$$M_{ab} = \frac{2EI_a}{L} \left[s_2 \theta_b - (s_1 + s_2) \frac{\delta}{L} \right] \quad (\text{الف-18})$$

$$\frac{G_T}{2 \times \cos(\gamma)} \left(\alpha_3 - \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1} \right) + \beta_3 - \frac{\beta_2^2}{\beta_1} = 0 \quad (15)$$

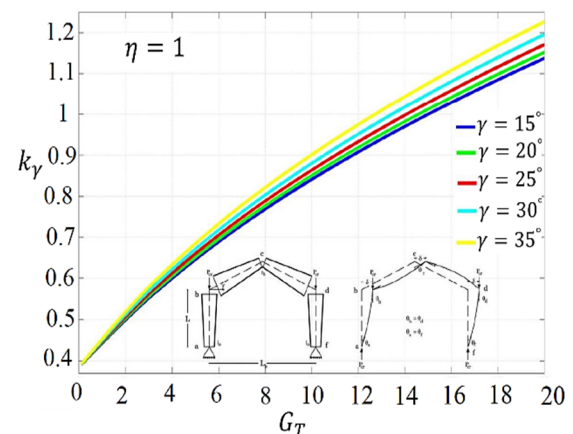
معادله ویژه کمانش قاب شیب‌دار مقطع متغیر با حرکت جانبی و در شرایط تکیه‌گاهی مفصلی نیز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{G_T}{2 \times \cos(\gamma)} \left(\alpha_3 - \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1} \right) + \beta_3 - \frac{\beta_2^2}{\beta_1} & \frac{-G_T}{2 \times \cos(\gamma)} \left(\alpha_3 - \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1} \right) \\ \left(\alpha_3 - \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1} \right) & - \left(\alpha_3 - \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1} \right) + \left(\mu^2 + \frac{1}{4} \right) \frac{\eta^2}{2} \end{array} \right| = 0 \quad (16)$$

در شکل‌های (9) و (10)، تغییرات ضریب طول مؤثر قاب شیب‌دار با شرایط تکیه‌گاهی مفصلی نسبت به G_T و γ در دو حالت با و بدون حرکت جانبی نشان داده شده‌اند.



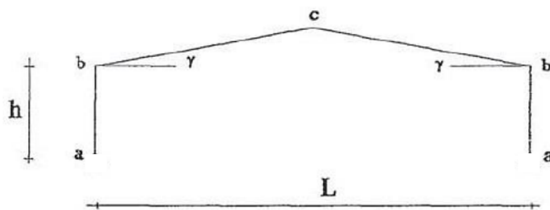
شکل 9- ضریب طول مؤثر قاب شیب‌دار مقطع متغیر بدون حرکت جانبی با شرایط تکیه‌گاهی مفصلی



شکل 10- ضریب طول مؤثر قاب شیب‌دار مقطع متغیر با حرکت جانبی با شرایط تکیه‌گاهی مفصلی

5-1-1 تحلیل قاب بدون در نظر گرفتن نیروی محوری

تحلیل پایداری یک قاب شیب‌دار فولادی ساخته شده از اعضای با ممان اینرسی متغیر در این قسمت انجام شده است. قاب تحلیل شده به همراه پارامترهای هندسی آن در شکل (15) به‌طور شماتیک نشان داده‌اند. در این مثال، از اثرات نیروی محوری در تحلیل پایداری صرف‌نظر شده است.



شکل 13- پارامترهای هندسی قاب شیب‌دار با ممان اینرسی متغیر (قاب 1)

پارامترهای ظاهر شده در شکل فوق (قاب 1) در ذیل تعریف شده‌اند:

ممان اینرسی پایین ستون (در نقطه a)	I_a
ممان اینرسی بالای ستون (در نقطه b)	I_{b-c}
ممان اینرسی پایین تیر (در نقطه b)	I_{b-b}
ممان اینرسی بالای تیر (در نقطه c)	I_c
طول دهانه قاب	L
ارتفاع ستون قاب	h
شیب قاب	γ

مقادیر زیر برای پارامترهای فوق در نظر گرفته شده‌اند:

$$\begin{aligned}\gamma &= 10^\circ, L = 20 \text{ m}, h = 4 \text{ m} \\ I_a &= 6000 \times 10^{-8} \text{ m}^4 \\ I_{b-c} &= 60000 \times 10^{-8} \text{ m}^4 \\ I_{b-b} &= 90000 \times 10^{-8} \text{ m}^4 \\ I_c &= 12000 \times 10^{-8} \text{ m}^4\end{aligned}$$

5-1-1-1 شرایط تکیه‌گاهی گیردار

با داشتن مشخصات هندسی و با استفاده فرایند تشریح شده در بخش 3، ضریب طول مؤثر ستون برابر با $k=1.92$ محاسبه می‌گردد. با توجه به این‌که ممان اینرسی مقطع میانی ستون برابر است با:

$$I_m = \frac{(I_a + I_{b-c})}{2} = 33000 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

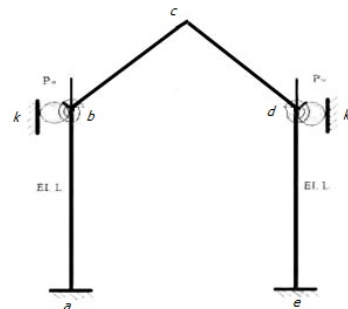
بنابراین خواهیم داشت:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_m}{(kh)^2} = 1159.6 \text{ kN}$$

$$M_{ba} = \frac{2EI_a}{L} \left[s_3 \theta_b - (s_2 + s_3) \frac{\delta}{L} \right] \quad (18-ب)$$

$$M_{bc} = \frac{2EI_b}{L_b} \times 2 \times \cos(\gamma) \times [t_2 \theta_c + t_3 \theta_b] \quad (18-ج)$$

$$M_{cb} = \frac{2EI_b}{L_b} \times 2 \times \cos(\gamma) \times [t_1 \theta_c + t_2 \theta_b] \quad (18-د)$$



شکل 12- نحوه مدل کردن اتصالات یک قاب شیب‌دار با گیرداری نسبی

پس از جایگزینی روابط (18) در معادلات (8) و ساده کردن روابط، لازم است دترمینان ضرایب برابر صفر گردد که همان معادله ویژه کمانش قاب با گیرداری نسبی می‌باشد.

5- مطالعات عددی

در این قسمت بار بحرانی چند قاب شیب‌دار دارای ممان اینرسی متغیر با در نظر گرفتن تأثیر نیروی محوری با استفاده از فرمولاسیون ارائه شده در بخش‌های 3 و 4 به‌دست آورده شده است. تأثیرات شرایط تکیه‌گاهی و درجه گیرداری بر بار بحرانی قاب شیب‌دار ساخته شده از اعضای با ممان اینرسی متغیر (تحت اثر نیروی محوری ناشی از بار مرده) نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

صحت نتایج از طریق مقایسه با نرم‌افزار Abaqus مورد بررسی قرار گرفته است. در این نرم‌افزار، قاب‌های فولادی با کمک المان‌های تیر هرمیتی دو گرهِی صفحه‌ای (B23) مدل‌سازی شده‌اند. المان مورد استفاده دارای سه درجه آزادی در هر گرهِ می‌باشد. برای مدل‌سازی تیر و ستون‌های با ممان اینرسی متغیر در نرم‌افزار به این صورت عمل شده است که آن اعضا به چهار قطعه با ممان اینرسی ثابت تقسیم شده‌اند. جهت تحلیل قاب‌های شیب‌دار در نرم‌افزار نیز تحلیل مقدار ویژه خطی از نوع کمانشی به‌کار گرفته شده است.

5-2-1- شرایط تکیه‌گاهی گیردار

با استفاده از روابط و فرایند تحلیلی معرفی شده در بخش 3، مقدار ضریب طول مؤثر ستون‌های قاب (گیردار) با در نظر گرفتن اثر نیروی محوری برابر با $k_y = 0.34$ به دست می‌آید. با توجه به این که ممان اینرسی مقطع میانی ستون برابر:

$$I_m = 42769 \times 10^{-8} m^4$$

می‌باشد، بنابراین خواهیم داشت:

$$P_{cr} = \frac{E I_m}{(k_y h)^2} = 485.6 kN$$

جهت ارزیابی میزان دقت، بار بحرانی با استفاده از نرم‌افزار Abaqus برای شرایط تکیه‌گاهی گیردار نیز محاسبه گردید. جهت انجام این کار، عضو با ممان اینرسی متغیر از طریق تقسیم به چند عضو با ممان اینرسی ثابت مدل‌سازی گردید و نتیجه حاصله در جدول (3) آورده شده است. مجدداً ملاحظه می‌گردد که بار بحرانی پیش‌بینی شده با استفاده از مدل تحلیلی حاضر تطابق مناسبی با نتیجه حاصل از نرم‌افزار Abaqus دارد. اختلاف بین دو مدل ناچیز و برابر با 3/2% می‌باشد.

جدول 3- بار بحرانی قاب شیب‌دار با در نظر گرفتن نیروی محوری (تکیه‌گاه گیردار)

	Abaqus	تحقیق حاضر
مقدار بار بحرانی	470/5 kN	485/6 kN
درصد خطا	-	3/2%

5-2-2- شرایط تکیه‌گاهی مفصلی

در شرایط تکیه‌گاهی مفصلی و با لحاظ اثرات نیروی محوری، مقدار ضریب طول مؤثر ستون‌ها برابر با $k_y = 0.64$ به دست می‌آید. با توجه به این که ممان اینرسی مقطع میانی ستون برابر:

$$I_m = 89378 \times 10^{-8} m^4$$

می‌باشد، مقدار زیر برای بار بحرانی قاب به دست می‌آید:

$$P_{cr} = \frac{E I_m}{(k_y h)^2} = 286.4 kN$$

بار بحرانی با استفاده از نرم‌افزار Abaqus برای شرایط تکیه‌گاهی مفصلی و با لحاظ اثرات نیروی محوری محاسبه و نتیجه در جدول (4) آورده شده است. همان‌گونه که در این جدول ملاحظه می‌شود، درصد خطا ناچیز می‌باشد (2/01% خطا)، که این امر نشان‌دهنده صحت مدل تحلیلی پیشنهاد شده در این پژوهش می‌باشد.

پس از به دست آوردن بار بحرانی قاب 1 با استفاده از روش تحلیلی، بار بحرانی قاب با استفاده از نرم‌افزار Abaqus نیز برای شرایط تکیه‌گاهی گیردار محاسبه گردید و نتیجه در جدول (1) آورده شده است. مشاهده می‌شود بار بحرانی پیش‌بینی شده با استفاده از مدل تحلیلی حاضر تطابق مناسبی با نتیجه به دست آمده توسط نرم‌افزار Abaqus دارد به طوری که اختلاف بین دو مدل ناچیز و برابر با 2/14% می‌باشد.

جدول 1- بار بحرانی قاب شیب‌دار با ممان اینرسی متغیر بدون در نظر گرفتن اثر نیروی محوری (تکیه‌گاه گیردار)

	Abaqus	تحقیق حاضر
مقدار بار بحرانی	1185 kN	1159/6 kN
درصد خطا	-	2/14%

5-2-1- شرایط تکیه‌گاهی مفصلی

ضریب طول مؤثر ستون قاب شیب‌دار با در نظر گرفتن شرایط تکیه‌گاهی مفصلی مجدد محاسبه و مقدار آن برابر با $k=2.98$ به دست آمد. با توجه به این که ممان اینرسی مقطع میانی ستون برابر است با:

$$I_m = \frac{(I_a + I_{b-c})}{2} = 33000 \times 10^{-8} m^4$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_m}{(k h)^2} = 479.5 kN$$

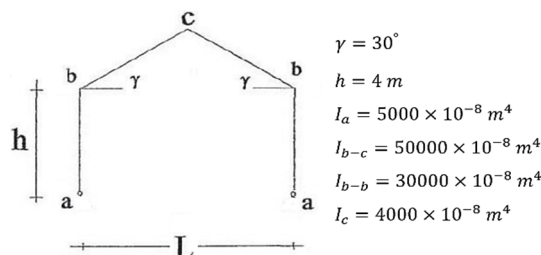
در ادامه، بار بحرانی با استفاده از نرم‌افزار Abaqus برای قاب دارای شرایط تکیه‌گاه مفصلی محاسبه و نتیجه در جدول (2) آورده شده است. چنانچه ملاحظه می‌شود، خطای مدل حاضر در پیش‌بینی بار بحرانی برابر 3/33% می‌باشد.

جدول 2- بار بحرانی قاب شیب‌دار با ممان اینرسی متغیر بدون در نظر گرفتن اثر نیروی محوری (تکیه‌گاه مفصلی)

	Abaqus	تحقیق حاضر
مقدار بار بحرانی	495/5 kN	479/5 kN
درصد خطا	-	3/33%

5-2- تحلیل قاب با در نظر گرفتن نیروی محوری

در اینجا قاب شیب‌دار معرفی شده در بخش 5-1، مجدداً با در نظر گرفتن اثرات نیروی محوری ناشی از بار مرده برای دو حالت شرایط تکیه‌گاهی مفصلی و گیردار تحلیل شده است.



شکل 14- مشخصات هندسی قاب شیب‌دار با ممان اینرسی متغیر (قاب 2)

در جدول (6) ضریب طول مؤثر و بار بحرانی قاب فوق برای مقادیر متفاوت $\frac{L}{H}$ با در نظر گرفتن اثر نیروی محوری و بدون در نظر گرفتن آن به‌دست آورده شده است. در این جدول نتایج برای هر دو تکیه‌گاه مفصلی و گیردار ارائه شده‌اند. چنانچه ملاحظه می‌شود، بار کمانشی قاب شیب‌دار با افزایش نسبت $\frac{L}{H}$ به‌طور قابل توجهی افزایش می‌یابد. به‌عنوان نمونه، بار کمانشی قاب مفصلی با $\frac{L}{H}=1$ در حالت عدم لحاظ اثرات نیروی محوری برابر 92/23 کیلونیوتن است. این مقدار برای $2=\frac{L}{H}$ به 138/7 کیلونیوتن افزایش می‌یابد. این روند برای هر دو نوع تکیه‌گاه و صرف‌نظر از این که اثر نیروی محوری لحاظ گردد یا نه، برقرار می‌باشد. به‌منظور بررسی جامع‌تر تأثیر نسبت طول دهانه به ارتفاع، قاب شیب‌دار معرفی شده در بخش 5-1 نیز مجدداً با در نظر گرفتن مقادیر متفاوت $\frac{L}{H}$ تحلیل گردید. ضریب طول و بار بحرانی قاب برای شرایط تکیه‌گاهی مفصلی و گیردار، در دو حالت با در نظر گرفتن اثر نیروی محوری و بدون در نظر گرفتن آن، محاسبه و نتایج در جدول (7) نشان داده شده‌اند. مجدداً مشاهده می‌شود که بار کمانشی قاب شیب‌دار با افزایش نسبت $\frac{L}{H}$ به‌طور قابل توجهی افزایش می‌یابد.

جدول 4- بار بحرانی قاب شیب‌دار با در نظر گرفتن نیروی محوری (تکیه‌گاه مفصلی)

	Abaqus	تحقیق حاضر
مقدار بار بحرانی	292/3 kN	286/4 kN
درصد خطا	-	2/01%

3-5- بررسی تأثیر شرایط تکیه‌گاهی بر بار بحرانی قاب

با توجه به تحلیل‌های انجام شده در بخش‌های 5-1 و 5-2، تأثیر شرایط تکیه‌گاهی بر بار بحرانی قاب‌های شیب‌دار در هر دو حالت بدون لحاظ اثرات نیروی محوری و با لحاظ آن بررسی شده و نتایج حاصله در جدول (5) نشان داده شده‌اند. می‌توان نتیجه گرفت که شرایط تکیه‌گاهی پای ستون (مفصلی و گیردار)، هر چه به‌سمت گیرداری و صلب حرکت کند، ضریب طول مؤثر کاهش و بار بحرانی افزایش می‌یابد.

جدول 5- تأثیر شرایط تکیه‌گاهی بر بار بحرانی قاب شیب‌دار با ممان اینرسی متغیر

بار بحرانی (kN)	بدون در نظر گرفتن نیروی محوری			
	تکیه‌گاه مفصلی		تکیه‌گاه گیردار	
	محوری		محوری	
	286/4	485/6	479/5	1596

4-5- بررسی تأثیر نسبت طول دهانه به ارتفاع قاب

تأثیر نسبت طول دهانه به ارتفاع بر مقدار بار بحرانی قاب شیب‌دار در این قسمت بررسی شده است. بدین‌منظور، یک قاب شیب‌دار با مشخصات نشان داده شده در شکل (14) در نظر گرفته شده است.

جدول 6- تأثیر نسبت طول دهانه به ارتفاع بر ضریب طول و بار بحرانی قاب شیب‌دار با ممان متغیر (قاب 2)

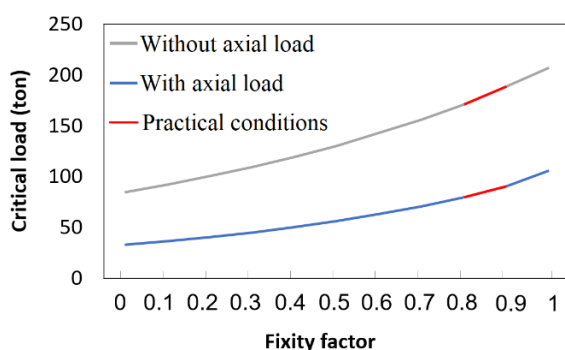
γ	نوع تکیه‌گاه (شیب)	$\frac{L}{h}$ (نسبت طول دهانه به ارتفاع)	k (ضریب طول مؤثر بدون نیروی محوری)	k_{γ} (ضریب طول مؤثر با نیروی محوری)	P_{cr} (kN) (بار بحرانی بدون نیروی محوری)	P_{cr} (kN) (بار بحرانی با نیروی محوری)
30°	مفصلی	5	1/9	0/45	277/95	92/23
	گیردار		1/22	0/27	658/29	150/47
30°	مفصلی	10	2/61	0/51	334/12	138/7
	گیردار		1/62	0/29	882/27	429/1

جدول 7- تأثیر نسبت طول دهانه به ارتفاع بر ضریب طول و بار بحرانی قاب شیب‌دار با ممان متغیر (قاب 1)

γ	نوع تکیه‌گاه (شیب)	$\frac{L}{h}$ (نسبت طول دهانه به ارتفاع)	k (ضریب طول مؤثر بدون نیروی محوری)	k_{γ} (ضریب طول مؤثر با نیروی محوری)	P_{cr} (kN) (بار بحرانی بدون نیروی محوری)	P_{cr} (kN) (بار بحرانی با نیروی محوری)
10°	مفصلی	5	3/05	0/64	479/5	286/4
	گیردار		1/92	0/34	1159/6	485/6
10°	مفصلی	10	7/4	0/82	188/3	108/8
	گیردار		2/02	0/39	2554/6	727/1

جدول 8- تأثیر گیرداری نسبی اتصال پای ستون بر بار بحرانی قاب

α (درجه گیرداری اتصال پای ستون)	k (ضریب طول مؤثر بدون نیروی محوری)	k_y (ضریب طول مؤثر با نیروی محوری)	P_{cr} (ton) (بار بحرانی بدون نیروی محوری)	P_{cr} (ton) (بار بحرانی با نیروی محوری)
0	2/19	0/52	84/67	32/94
0/1	2/10	0/49	92/08	36/50
0/2	2/01	0/47	100/32	40/49
0/3	1/93	0/45	109/25	44/98
0/4	1/85	0/42	119/17	50/25
0/5	1/75	0/40	130/22	56/23
0/6	1/69	0/37	142/87	63/34
0/7	1/62	0/36	155/90	70/68
0/8	1/54	0/34	170/79	79/37
0/9	1/47	0/31	188/96	90/34
1	1/40	0/29	207/20	105/92



شکل 16- تغییرات بار بحرانی قاب نسبت به ضریب گیرداری

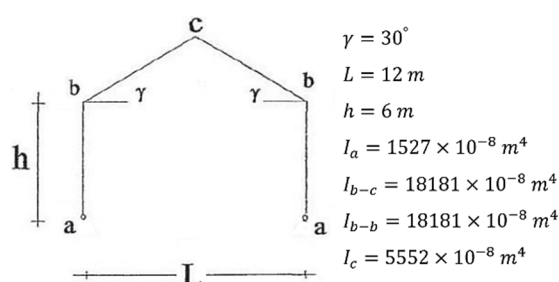
در شکل (16) مشاهده می‌شود که بخشی از نمودارهای حاصله از بررسی دو حالت مختلف در فاصله ضریب گیرداری 0/8 تا 0/9 با رنگ قرمز نشان داده شده‌اند. در شرایط عملی و واقعی، اتصالات قاب‌های شیب‌دار گیردار ایده‌آل نبوده و گیرداری نسبی آن‌ها در فاصله 0/8 تا 0/9 واقع می‌شود. با توجه به شکل (16) مشاهده می‌شود که مقدار بار بحرانی قاب در این فاصله کمتر از حالت تمام گیردار ایده‌آل است. بنابراین مهندسین برای طراحی قاب شیب‌دار با ممان اینرسی متغیر می‌بایست علاوه بر در نظر گرفتن اثر نیروی محوری، مقداری بین 0/8 تا 0/9 نیز برای ضریب گیرداری اتصال پای ستون در نظر گرفته و از فرض اتصال کامل گیردار اجتناب نمایند.

6- نتیجه‌گیری

اکثر مطالعات انجام شده در زمینه مقاطع جدار نازک دارای ممان اینرسی متغیر، بار بحرانی بدون در نظر گرفتن اثرات نیروی محوری ناشی از بارهای مرده محاسبه شده است. در این پژوهش معادلات بار بحرانی قاب‌های شیب‌دار دارای ممان اینرسی متغیر با در نظر گرفتن تأثیر نیروی محوری به‌دست آورده شده است. همچنین تأثیرات شرایط تکیه‌گاهی و درجه گیرداری بر بار

5-5- بررسی تأثیر درجه گیرداری اتصال پای ستون

در این مثال تأثیر درجه گیرداری پای ستون در نتایج تحلیل پایداری قاب شیب‌دار فولادی بررسی شده است. مشخصات هندسی قاب مورد مطالعه در شکل (15) نشان داده است. در این قسمت حالت‌های مختلفی برای گیرداری اتصال در نقطه a در نظر گرفته شده است.



شکل 15- پارامترهای هندسی قاب شیب‌دار با ممان اینرسی متغیر و گیرداری نسبی در پای ستون (قاب 3)

جهت تحلیل پایداری قاب، ابتدا معادلات مربوطه مطابق آنچه در بخش 4 تشریح شده استخراج شدند. در ادامه با استفاده از نرم‌افزار Matlab، معادله ویژه کمانش قاب به‌ازای ضریب گیرداری‌های متفاوت $0 \leq \alpha \leq 1$ برای دو حالت با در نظر گرفتن اثر نیروی محوری و بدون در نظر گرفتن آن محاسبه گردید. نتایج حاصله در جدول (8) و همچنین شکل (16) نشان داده شده‌اند. در این نمودار ضریب گیرداری صفر بیانگر اتصال مفصلی ایده‌آل و ضریب 1 بیانگر اتصال گیردار ایده‌آل است. چنانچه ملاحظه می‌شود، با افزایش درجه گیرداری (از مفصلی به گیردار)، بار کمانشی قاب افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که لحاظ بار محوری ناشی از بار مرده باعث کاهش ظرفیت کمانشی قاب شیب‌دار ساخته شده از مقاطع با ممان اینرسی متغیر می‌شود.

- Al-Lebban YF, "Geometric nonlinear dynamic analysis of tapered steel members", Canadian Journal of Civil Engineering, 2020, 48 (6), 594-603.
<https://doi.org/10.1139/cjce-2019-0490>
- Aristozabal-Ochoa JD, "K-factor for Columns in any Type of Construction Nonparadoxical Approach", Journal of Structural Engineering, ASCE, 1994, 120 (4), 1272-1290.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1994\)120:4\(1272\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1994)120:4(1272))
- Aristizabal-Ochoa JD, "Slope-deflection equations for stability and second-order analysis of Timoshenko beam-column structures with semi-rigid connections", Engineering Structures, 2008, 30 (9), 2517-2527.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.02.007>
- Bai R, Hajjar JF, Liu SW, Chan, "A mixed-field timoshenko beam-column element for direct analysis of tapered I-sections members", Journal of Constructional Steel Research, 2020, 172, 106157.
<https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106157>
- Ermopoulos JC, "Equivalent buckling length of non-uniform members", Journal of Construction of Steel Research, 1997, 42 (2), 141-158.
[https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(97\)00010-2](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(97)00010-2)
- Quan C, Kucukler M, Gardner L, "Design of web-tapered steel I-section members by second-order inelastic analysis with strain limits", Engineering Structures, 2020, 224, 111242.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111242>
- Rahgozar R, Malekinejad M, Jahanshahi MR, "Free vibration analysis of coupled shear walls with axial force effects", The IES Journal Part A: Civil & Structural Engineering, 2011, 4 (4), 224-231.
<http://dx.doi.org/10.1080/19373260.2011.615493>
- Johnson BG, "Structural stability research council, guide to stability design criteria for metal structures", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1976.
- Vigrin LN, Planut RH, "Post buckling and vibration of linearity and softening column under self-weight", International Journal of Solids and Structures, 2004, 41 (18-19), 4989-5001.
<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2004.03.023>
- Saffari H, Rahgozar R, Jahanshahi R, "An efficient method for computation of effective length factor of columns in a steel gabled frame with tapered members", Journal of Constructional Steel Research, 2008, 64 (4), 400-406.
<https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2007.09.001>
- Saka, MP, "Optimum design of steel frames with tapered members", Computers and Structures, 1997, 63 (4), 797-811.
[https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(96\)00074-0](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(96)00074-0)
- Salama A, Atif A, Eraky A, Samir R, "Optimal design of steel gable frames with tapered members using Enhanced Crystal Structure Algorithm (ECrStAl)", Structures, 2023, 50, 1742-1751.
<https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.03.019>

بحرانی مورد بررسی قرار گرفته است. صحت نتایج از طریق مقایسه با نرم افزار Abaqus ارزیابی شده است. با بررسی تأثیر نیروی محوری بر قاب شیب دار با ممان اینرسی متغیر، نتایج زیر حاصل گردیده است:

- در صورت در نظر گرفتن اثرات نیروی محوری ناشی از بار مرده، بار بحرانی قاب شیب دار کاهش پیدا می کند. همان طور که مشخص است بار بحرانی سازه در محاسبات پایداری سازه به شدت مورد استفاده قرار می گیرد به همین دلیل به مهندسین طراح سازه توصیه می شود هرگز از اثر وزن سازه در محاسبات پایداری قاب چشم پوشی ننمایند.

- وجود نیروی محوری قاب باعث کاهش ضریب طول مؤثر ستون می گردد. با توجه به این که مفهوم ضریب طول مؤثر در طراحی و تحلیل سازه و همچنین پایداری آن نقش مهمی دارد، لازم است کاهش این ضریب مورد توجه قرار گیرد.

- با توجه به بررسی به عمل آمده بر روی شرایط تکیه گاهی پای ستون (مفصلی و گیردار)، مشخص شد که هر چه اتصال به سمت گیرداری حرکت کند، مقدار بار بحرانی قاب شیب دار افزایش می یابد. همچنین مشاهده گردید که بار کمناشی قاب شیب دار با افزایش نسبت طول دهانه به ارتفاع به طور قابل توجهی افزایش می یابد.

- در قاب های شیب دار هر چه درجه گیرداری افزایش یابد، یعنی از شرایط تکیه گاهی مفصلی به گیردار تبدیل شود، مقدار بار بحرانی قاب افزایش می یابد. از آنجایی که پایداری سازه ها تا حد زیادی به سختی و مقاومت اتصال پای ستون بستگی دارد پس لازم است تأثیر آن بر روی بار بحرانی سازه در نظر گرفته شود. در میان مهندسان سازه، اتصالات پای ستون اغلب با فرض گیرداری ایده آل (اتصال صلب) و مفصلی ایده آل (اتصال ساده) انجام می شود. با این وجود، نتایج نشان دهنده این است که بیشتر اتصالات در شرایط اجرایی به صورت نیمه صلب رفتار نموده و عدم لحاظ این موضوع باعث کم شدن دقت نتایج می گردد. با توجه به نتایج تحلیلی به دست آمده در این پژوهش، درجه گیرداری بهینه قاب بین 0/8 تا 0/9 توصیه می گردد.

7- مراجع

- Abdelrahman AHA, Chen L, Liu SW, Ziemian RD, "Timoshenko line-element for stability analysis of tapered I-section steel members considering warping effects", Thin-Walled Structures, 2022, 175, 109198.
<https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.109198>