

شبیه‌سازی عددی جریان آزاد مولکولی با اصلاح زمان حرکت مولکول در یک طبقه پمپ توربومولکولی به روش ذره آزمون مونت کارلو

دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهیدرجایی، تهران، ایران،
mojtabaaasadeghian@gmail.com
دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهیدرجایی، تهران، ایران، m.mahdi@sru.ac.ir

مجتبی صادقیان
میراعلم مهدی*

چکیده

در این پژوهش پس از بررسی تحقیقات انجام‌شده در زمینه شبیه‌سازی رفتار مولکول در پمپ‌های توربومولکولی و کارهای آزمایشگاهی صورت‌پذیرفته، شبیه‌سازی جریان مولکولی آزاد در یک طبقه پمپ توربومولکولی و اصلاح زمان برخورد مولکول از طریق وارد کردن زمان برخورد نوک پره در معادلات مربوط به زمان پره و مرزهای تناوبی، انجام شده‌است. این شبیه‌سازی به روش ذره آزمون مونت کارلو، در دستگاه مختصات استوانه‌ای و با در نظر گرفتن هندسه واقعی و سه‌بعدی پره شامل لقی بین نوک پره و پوسته، فاصله بین روتور و استاتور و ضخامت پره انجام‌شده، سپس کار حاضر با نتایج تجربی اعتبارسنجی می‌شود. در نهایت می‌توان دریافت که افزایش تعداد طبقات در پمپ توربومولکولی، ضمن پر رنگ کردن تاثیر استاتور نسبت به روتور، عملکرد گاز با جرم مولکولی بیشتر را بهبود می‌بخشد.

واژه‌های کلیدی: پمپ توربومولکولی؛ شبیه‌سازی عددی؛ روش ذره آزمون مونت کارلو؛ جریان مولکولی آزاد؛ زمان حرکت مولکول؛ نسبت تراکم.

Numerical simulation of free molecular flow by correcting the movement time of molecules in a single-stage turbomolecular pump using the TPMC method

M. Sadeghian
M. Mahdi

Mechanical Engineering Faculty, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran
Mechanical Engineering Faculty, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

Abstract

In this research, after reviewing studies conducted on simulating molecular behavior in turbomolecular pumps and experimental work, the free molecular flow in a single-stage turbomolecular pump was simulated. The collision time of molecules was modified by incorporating the blade tip collision time into the equations related to blade time and periodic boundaries. This simulation was performed using the test-particle Monte Carlo method in a cylindrical coordinate system, considering the real and three-dimensional geometry of the blade, including the clearance between the blade tip and the casing, the gap between the rotor and stator, and the blade thickness. The present work was then validated against experimental results. Finally, it can be concluded that increasing the number of stages in a turbomolecular pump enhances the performance of gases with higher molecular mass while emphasizing the influence of the stator over the rotor.

Keywords: Turbomolecular Pump, Numerical Simulation, Test-Particle Monte Carlo Method, Free molecular flow, Time of Molecule Movement, Compression Ratio.

بدون هیدروکربن را فراهم می‌کند و از توان بالاتر و مصرف کمتر نسبت به پمپ سرمایشی^۵ برخوردار است. عملکرد پمپ توربومولکولی به تعداد ردیف تیغه‌ها، ارتفاع، طول و شیب پرها بستگی دارد [۳]. پمپ‌های توربومولکولی با طراحی کلاسیک از دو بخش اصلی به نام‌های روتور و استاتور تشکیل شده‌اند. اصول فیزیکی حاکم بر عملکرد این نوع پمپ، همان اصول مربوط به عمل و عکس‌العمل میان یک مولکول گاز و یک سطح متحرک می‌باشد. هنگامی که یک مولکول به یک سطح متحرک (پره‌های روتور) برخورد می‌کند در جهت حرکت سطح شتاب می‌گیرد و با توجه به جهت حرکت پرها و زاویه آن به سمت جلو هدایت شده و از میان پره‌های ساکن (پره‌های استاتور) عبور کرده و به پره متحرک بعدی می‌رسد [۴].

از لحاظ تاریخی، توسعه پمپ‌های توربومولکولی به سال ۱۹۱۳ بر می‌گردد، زمانی که گاند " پمپ پسای مولکولی " خود را معرفی کرد.

۱- مقدمه

امروزه در صنعت الکترونیک، انرژی هسته‌ای و مهندسی هوافضا استفاده از خلاء بالا و فوق العاده اغلب مورد نیاز است [۱ و ۲]. برای مثال در صنایع هوافضا برای آزمایش ماهواره‌ها به اتاق‌های خلاء وسیع نیاز است؛ در نتیجه دستیابی به دانش طراحی و ساخت تجهیزات خلاء بالا یکی از دستاوردهای مهم هر کشور به‌شمار می‌رود. وظیفه اصلی در ایجاد محیط خلاء بر عهده پمپ‌های تولیدکننده خلاء می‌باشد. از انواع پمپ‌های مورد استفاده در زمینه خلاء بالا و فوق بالا می‌توان به پمپ‌های انتشار^۱، پمپ یونی^۲، پمپ سرمایشی^۳ و پمپ توربومولکولی^۴ اشاره کرد. در این میان، پمپ توربومولکولی عملکرد آسانتر و نیاز به مراقبت کمتر نسبت به سایر پمپ‌ها را دارد. این پمپ عملکرد لرزشی کم و

¹ Diffusion pump

² Ion sputter pump

³ Cryo pump

⁴ Turbomolecular pump

⁵ Cryo pump

⁶ Molecular drag pump

پمپ توربومولکولی که توسط بکر [۵] در سال ۱۹۵۷ اختراع شد، در سال ۱۹۵۸ به صورت تجاری در دسترس قرار گرفت. با این وجود برای اولین بار کروگر و شاپیرو [۶] عملکرد پمپ توربومولکولی را در جریان آزاد مولکولی به صورت آزمایشگاهی و تحلیلی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها نتایج خود را برای یک و چند طبقه شامل روتور و استاتور با در نظر گرفتن ارتفاع نامتناهی پره ارائه کردند. در سال ۱۹۷۱ ساوادا و همکاران [۷] عملکرد یک ردیف روتور با تیغه‌های مسطح و ارتفاع محدود را در جریان آزاد مولکولی بررسی کردند. آنها دریافتند، برای پیش‌بینی دقیق عملکرد پمپ و تطابق بیشتر نتایج با داده‌های تجربی باید اثر برخورد مولکول با دیواره بیرونی لحاظ شود. ساوادا [۸] با گسترش کار خود، جریان آزاد مولکولی را در ترکیبات مختلف ردیف تیغه‌ها شامل ردیف‌های روتور - استاتور، استاتور- روتور و روتور- استاتور - روتور به صورت نظری مطالعه کرد و رابطه بین احتمال انتقال برای ردیف‌های جداگانه در یک ترکیب و احتمال انتقال کلی ترکیب را محاسبه نمود. در سال ۱۹۹۵ کاتسیمیچاس و همکاران [۹] جریان آزاد مولکولی را در یک پره‌ی مسطح با هندسه سه‌بعدی و به روش مونت‌کارلو در دستگاه مختصات غیر اینرسی (چرخشی) و صرفه‌نظر از لقی بین پره و پوسته مورد بررسی قرار دادند. در سال ۲۰۰۰ اسکورودکو [۱۰] با در نظر گرفتن شکل واقعی و سه بعدی پره‌ها، فاصله میان روتور و استاتور و لقی بین پره و پوسته به حل جریان آزاد مولکولی با روش مونت‌کارلو در چندین طبقه روتور- استاتور پرداخت. او محاسبات خود را در دستگاه مختصات اینرسی (که در آن مولکول در مسیر مستقیم حرکت می‌کند) و صرفه‌نظر از ضخامت دیواره‌های پره انجام داد. در سال ۲۰۰۳ آملی و همکاران [۱۱] عملکرد پمپ توربومولکولی را با حل جریان آزاد مولکولی به روش مونت‌کارلو در یک طبقه پمپ بررسی کردند. آن‌ها شبیه‌سازی خود را برای چندین طبقه پمپ نیز تعمیم دادند. در این شبیه‌سازی لقی بین پره و پوسته پمپ و نیز روتور و استاتور، شکل واقعی و سه بعدی پره و ضخامت آن در نظر گرفته شده بود. تجزیه و تحلیل جریان نشان داد که، اگرچه مولکول‌ها تمایل دارند در ناحیه شعاع بزرگ جمع شوند اما غلظت مولکول‌ها در ناحیه لقی روتور کاهش می‌یابد و در ناحیه لقی استاتور بیشتر می‌شود. در سال ۲۰۰۵ وانگ و همکاران [۱۲] عملکرد پمپ توربومولکولی یک مرحله‌ای را تحت انواع مختلف گاز، ارتفاع و زوایای مختلف تیغه به روش مستقیم مونت‌کارلو بررسی کردند. آن‌ها برای محاسبه برخوردهای بین‌مولکولی از مدل کره نرم متغیر^۱ و طرح‌های برخورد بدون زمان‌شمار^۲ استفاده کردند. ایکبال و همکاران [۱۳] در ادامه کارهای سنجیل همکاران [۱۴] با مطالعه بر روی کیفیت مواد و طراحی تیغه، توانستند به میزان ۳۴٪ از انحراف و تغییر شکل پره‌ها جلوگیری کنند و ۲۳٪ سرعت پره روتور را نسبت به قبل افزایش دهند. حسیه و همکاران [۱۵] پمپ توربومولکولی با حداکثر سرعت پمپاژ ۴۶۴ لیتر در ثانیه طراحی کردند و تأثیر فشار ورودی بر سرعت، رسانایی و توان پمپاژ را مورد مطالعه قرار دادند. ژانگ و همکاران [۱۶] در راستای کارهای مائو و لیو [۱۷] به توسعه پتانسیل‌های مغناطیسی در پمپ توربومولکولی پرداختند. هوانگ و همکاران [۱۸] روش طراحی

سیستماتیک برای یک پمپ توربومولکولی معلق مغناطیسی ارائه کردند. سان و همکاران [۱۹] یک روش جدید برای شبیه‌سازی جریان مولکول‌های گاز در پمپ توربومولکولی بر اساس روش ذره‌آزمون مونت‌کارلو ارائه کردند. آن‌ها دریافتند که چگالی مولکولی در پشت تیغه‌های روتور، بیشترین مقدار است و این امر برای سرعت پمپاژ پمپ مفید می‌باشد زیرا ۵۷٪ از مولکول‌های پشت تیغه‌های روتور احتمالاً به خروجی می‌رسند. چن و همکاران [۲۰] با بهینه‌سازی ساختار پره‌ها و بررسی منحنی‌های مختلف به این نتیجه رسیدند که در مقایسه با تیغه‌های موازی، ردیف تیغه‌های تک مرحله‌ای تراکمی با ساختار سطح درجه دوم حداکثر نسبت تراکم را ۱۰/۳۵ درصد و حداکثر سرعت پمپاژ ۴/۶۱ درصد افزایش می‌دهد. حسین‌زاده و ابراهیمی [۲۱] به بررسی تأثیر متغیرهای هندسی پره بر مشخصه‌های عملکردی پمپ توربومولکولی در دستگاه مختصات چرخشی برای یک ردیف روتور پرداختند. آنها دریافتند زاویه بهینه تیغه برای حداکثر عملکرد روتور در هر نسبت سرعت متفاوت است و روتور با تعداد پره کمتر عملکرد بهتری را دارد. در این پژوهش شبیه‌سازی جریان آزاد مولکولی در یک طبقه پمپ توربومولکولی با اصلاح زمان برخورد مولکول از طریق وارد کردن زمان برخورد نوک پره در معادلات مربوط به زمان پره و مرزهای تناوبی، به روش ذره‌آزمون مونت‌کارلو و با در نظر گرفتن هندسه واقعی و سه‌بعدی پره انجام شده است.

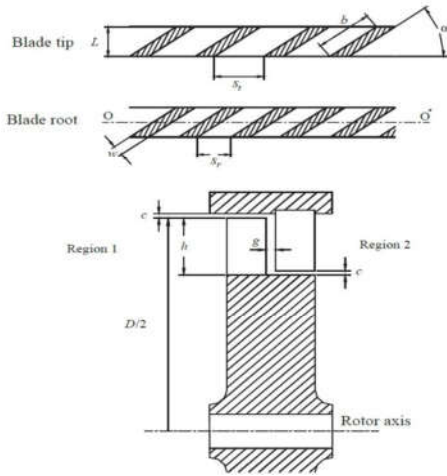
۲- مبانی و روش‌ها

۲-۱- روش ذره‌آزمون مونت‌کارلو

روش ذره‌آزمون مونت‌کارلو یکی از روش‌های حل جریان مولکولی است که توسط دیویس در سال ۱۹۶۰ معرفی شد. این روش تنها برای جریان آزاد مولکولی که در آن می‌توان از برخوردهای بین‌مولکولی در مقایسه با برخورد مولکول با دیواره‌های صلب میدان محاسباتی صرفه‌نظر کرد، کاربرد دارد. در این روش ابتدا گروهی از مولکول‌های جریان به عنوان مولکول‌های نمونه انتخاب می‌شوند. سپس هر یک از مولکول‌ها به صورت جداگانه و پشت‌سرهم وارد میدان شده و حرکت آن تا زمانیکه که از بالادست یا پایین‌دست میدان خارج گردد، دنبال می‌شود. در نهایت نسبت مولکول‌هایی که از پایین‌دست میدان خارج می‌شوند به کل مولکول‌های ورودی، ضریب عبوردهی طبقه مورد نظر را خواهد داد. در شکل ۱ الگوریتم مونت‌کارلو برای شبیه‌سازی جریان آزاد مولکولی در یک طبقه پمپ توربومولکولی ارائه شده است.

^۱ Variable Soft Sphere

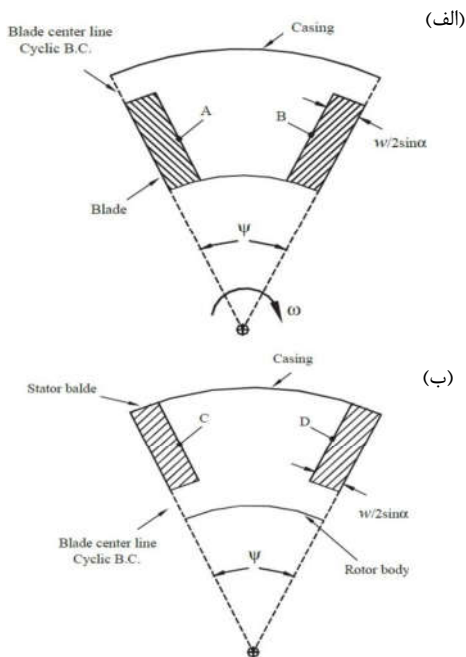
^۲ No time counter



شکل ۲- نمای بالا و برش خورده یک طبقه پمپ توربومولکولی [۱۱]

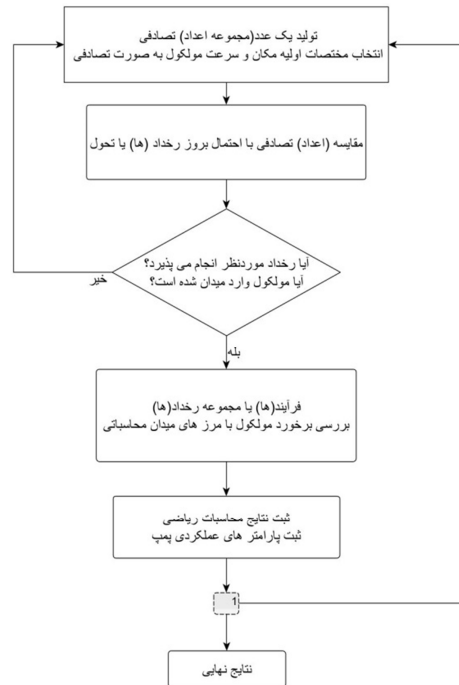
۳-۲- مرزهای میدان محاسباتی و معادلات تحلیلی

حرکت مولکول‌ها در ردیف تیغه‌ها از طریق کانال‌هایی صورت می‌گیرد که بین دو پره مجاور تعریف می‌شود؛ بدین‌صورت که هر کانال فضای بین نصف ضخامت یک پره تا نصف ضخامت پره مجاور آن را شامل می‌شود. مرزهای میدان محاسباتی شامل مرزهای ورود و خروج، مرزهای صلب (دیواره پره‌های روتور و استاتور، محور روتور، پوسته پمپ) و مرزهای تناوبی (صفحه تقارن پره) می‌باشد. در شکل ۳ مرزهای میدان محاسباتی برای ردیف روتور و استاتور نشان داده شده‌است.



شکل ۳- مرزهای میدان محاسباتی بین دو پره مجاور [۱۱]
(الف) روتور (ب) استاتور

برای محاسبه برخورد مولکول (مکان و زمان برخورد) با مرزهای



شکل ۱- فلوجارت شبیه‌سازی مونت کارلو برای یک طبقه پمپ توربومولکولی

۲-۲- هندسه مسئله و پارامترهای عملکردی پمپ

در شکل ۲ نمای بالا و برش خورده از یک طبقه پمپ توربومولکولی نشان داده شده‌است. در این شکل D قطر روتور، h فاصله شعاعی بین ریشه تا نوک پره، b وتر پره، w ضخامت پره، s_1 و s_2 به ترتیب فاصله بین دو پره مجاور در ریشه و نوک، α زاویه نصب پره، c و g به ترتیب لقی بین نوک پره با پوسته و فاصله بین ردیف روتور با استاتور و L برابر طول پره می‌باشد. رابطه بین ضریب عبوردهی Σ ، نسبت فشار و سرعت بی‌بعد پمپاژ W به شرح زیر می‌باشد [۱۱]

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{s_1}{s_2} \left(\frac{\Sigma_{12} - W}{\Sigma_{21}} \right) \quad (1)$$

که در آن P فشار، W سرعت بی‌بعد پمپاژ و s سطح مقطع ورودی جریان است. همچنین اندیس ۱ مربوط به بالادست جریان و اندیس ۲ مربوط به پایین‌دست جریان می‌باشد. باتوجه‌به رابطه بالا می‌توان دریافت، هنگامی نسبت فشار حداکثر می‌شود که سرعت بی‌بعد پمپاژ به صفر میل کند. همچنین حداکثر سرعت بی‌بعد پمپاژ در فشار برابر بالادست با پایین‌دست اتفاق می‌افتد [۱۱].

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{\max} = \frac{s_1}{s_2} \left(\frac{\Sigma_{12}}{\Sigma_{21}} \right) \quad (2)$$

$$W_{\max} = \Sigma_{12} - \left(\frac{s_2}{s_1} \right) \Sigma_{21} \quad (3)$$

$$r \sin \alpha \sin(\theta - \psi_A) - (3L/2 + g - \quad (12)$$

$$z) \cos \alpha + w/2 = 0$$

باتوجه به میدان محاسباتی پره‌ها در ردیف روتور و استاتور واضح است که با قراردادن ضخامت صفر در معادلات بالا، معادله مرزهای تناوبی هر ردیف به دست می‌آید.

برای اینکه مولکول وارد میدان محاسباتی شود باید زاویه میدان محاسبه گردد؛ به این صورت که یک صفحه فرضی، موازی مرزهای تناوبی کانال از مولکول عبور داده می‌شود که با خط مرجع در $z = L/2$ ، زاویه θ ایجاد می‌کند.

$$\theta = \theta - \sin^{-1} \left(\frac{z - L/2}{r \tan \alpha} \right) \quad (13)$$

$$\psi_A = \theta - \xi$$

باتوجه به شکل ۴، ξ زاویه‌ای است که این سطح فرضی با مرز تناوبی پره A کانال محاسباتی جدید می‌سازد. در نهایت برای محاسبه زاویه‌های پره‌های کانال جدید، از عبارات زیر استفاده می‌شود.

$$\psi_A = \theta - \sin^{-1} \left(\frac{z - L/2}{r \tan \alpha} \right) - \left[\frac{N \cot \left(\frac{z - L/2}{r \tan \alpha} \right)}{2\pi} \right] \quad (14)$$

$$\psi_B = \psi_A + \frac{2\pi}{N}$$

زمان برخورد مولکول با مرزهای ورودی، خروجی، محور روتور، پوسته و نوک پره باتوجه به معادلات تحلیلی و به صورت صریح محاسبه می‌شود اما زمان برخورد مولکول با پره‌ها و مرزهای تناوبی را نمی‌توان به صورت صریح به دست آورد به همین دلیل از روش دوبخشی استفاده می‌شود. در این روش پس از مشخص شدن ابتدا و انتهای بازه لازم است تا تابع در بازه مذکور $[t_i, t_{f_A}]$ تعریف شده باشد. با عنایت به وجود جمله \sin^{-1} در معادلات لازم است تا تابع در تمام بازه تعیین شده، تعریف شده باشد؛ بنابراین باید معادلات [۹] و [۱۰] نسبت به زمان حل شود. انتهای بازه تعیین شده نباید از این زمان (t_{s_A}) بیشتر باشد. همچنین زمان به دست آمده باید از زمان برخورد مولکول با مرزهای قبلی کمتر باشد در غیر این صورت مولکول ابتدا به آنها برخورد داشته و نیازی به محاسبه زمان برخورد جدید نمی‌باشد. در نهایت زمان نهایی برابر کمترین زمان به دست آمده به غیر از زمان برخورد با نوک پره می‌باشد. برای نمونه در زیر معادلات مربوط به محاسبه زمان برخورد با پره A آورده شده است.

$$\left| \frac{w/2 + (z(t_{s_A}) - L/2) \cos \alpha}{r(t_{s_A}) \sin \alpha} \right| = 1$$

$$m_1 = (v_{r_0}^2 + v_{\theta_0}^2) \cdot (\tan \alpha)^2 - v_{z_0}^2$$

$$m_2 = r_0 v_{r_0} (\tan \alpha)^2 - (v_{z_0} \sec \alpha) \cdot w/2 + v_{z_0} (L/2 - z_0) + 0.5$$

$$m_3 = r_0^2 (\tan \alpha)^2 - (w/2 - (L/2 - z_0) \cos \alpha)^2 \cdot (\sec \alpha)^2$$

$$t_{s_A} = \frac{-m_2 \pm \sqrt{m_2^2 - m_1 m_3}}{m_1} \quad (15)$$

که در آن t_{s_A} کمترین زمانی است که تابع وارون سینوس در بازه مورد نظر تعریف شده می‌باشد. در نهایت زمان انتهای بازه (کمترین زمان محاسبه شده) از رابطه زیر بدست می‌آید. لازم به ذکر است زمان ابتدای بازه t_i صفر می‌باشد.

$$t_{f_A} = \min(t_{s_A}, t_{\text{محور}}, t_{\text{پوسته}}, t_{\text{نوک}}, t_{\text{ورودی}}, t_{\text{خروجی}}) \quad (16)$$

$$t_{b_A} \in [t_i, t_{f_A}]$$

در این شبیه‌سازی فرض بر این است که بازتاب مولکول از سطوح صلب میدان به صورت کاملاً پخش و با تطبیق دمایی انجام شده است.

میدان محاسباتی، لازم است تا معادلات تحلیلی خط سیر مولکول با معادلات مرزهای میدان محاسباتی تلاقی داده شود. معادلات در دستگاه مختصات استوانه‌ای نوشته شده است، بطوریکه مبدأ مختصات در سطح ورودی روتور و در راستای محور آن می‌باشد. در روش مونت کارلو هر مولکول به صورت یک ذره با سرعت مشخص در نظر گرفته می‌شود که در خط راست حرکت می‌کند؛ بنابراین معادلات مکان مولکول در این روش، همان معادلات حرکت ذره در مسیر مستقیم در دستگاه استوانه‌ای می‌باشد همکاران [۱۱].

$$r(t) = \sqrt{(v_{r_0}^2 + v_{\theta_0}^2)t^2 + 2r_0 v_{r_0} t + r_0^2}$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \tan^{-1} \left[\frac{(v_{r_0}^2 + v_{\theta_0}^2)t + r_0 v_{r_0}}{r_0 v_{\theta_0}} \right] - \tan^{-1} \left[\frac{v_{r_0}}{v_{\theta_0}} \right] \quad (4)$$

$$z(t) = z_0 + v_{z_0} t$$

که در آن (r_0, θ_0, z_0) مولفه‌های مکان اولیه و $(v_{r_0}, v_{\theta_0}, v_{z_0})$ مولفه‌های سرعت اولیه مولکول می‌باشد. با مشتق گیری از معادله (۴) مولفه‌های سرعت مولکول بدست می‌آید همکاران [۱۱].

$$v_r(t) = [(v_{r_0}^2 + v_{\theta_0}^2)t + r_0 v_{r_0}] / r(t)$$

$$v_{\theta}(t) = r_0 v_{\theta_0} / r(t) \quad (5)$$

$$v_z(t) = v_{z_0}$$

با فرض توزیع یکنواخت مولکول در ورودی روتور معادلات مربوط به مختصات اولیه مولکول برحسب عدد تصادفی به صورت زیر می‌باشد همکاران [۱۱].

$$r_0 = \sqrt{R_1^2 + R_f(R_2^2 - R_1^2)}$$

$$\theta_0 = \xi_A + R_f(\xi_B - \xi_A)$$

$$z_{0 \text{ Rotor}} = 0 \quad (6)$$

که در آن R_f دنباله اعداد تصادفی، R_1 و R_2 به ترتیب شعاع محور و شعاع پوسته پمپ و ξ_A و ξ_B زاویه‌ای است که از حل معادله پره A و B برای زمان صفر در $r = r_0$ و $z = z_0$ بدست می‌آید. برای ورود به استاتور به طریق مشابه عمل می‌شود با این تفاوت که $z_{0 \text{ stator}} = 2L + g$ همچنین سرعت اولیه مولکول (بی‌بعد نسبت به محتمل ترین سرعت مولکول) از روابط زیر محاسبه می‌شود همکاران [۲۲].

$$v_{r_0} = \rho \cos \varphi$$

$$v_{\theta_0} = \rho \sin \varphi$$

$$v_{z_0} = \sqrt{-\ln R_f} \quad (7)$$

که در آن φ و ρ از تابع سرعت مولکولی بدست می‌آید.

$$\rho = \sqrt{-\ln R_f} \quad \text{و} \quad \varphi = 2\pi R_f \quad (8)$$

با عنایت به مسطح بودن پره‌ها، معادلات مربوط به پره، همان معادله صفحه مسطح در فضای سه‌بعدی در دستگاه مختصات استوانه‌ای می‌باشد. در زیر معادلات مربوط به صفحات A و B مربوط به پره‌های روتور آورده شده است همکاران [۲۳].

$$r \sin \alpha \sin(\theta - (\psi_A + \omega t)) + \quad (9)$$

$$(L/2 - z) \cos \alpha - w/2 = 0$$

$$r \sin \alpha \sin(\theta - (\psi_B + \omega t)) + \quad (10)$$

$$(L/2 - z) \cos \alpha - w/2 = 0$$

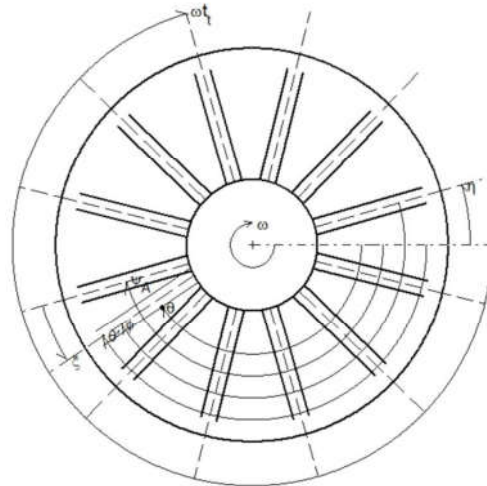
که در آن ω سرعت زاویه‌ای پره‌ها، N تعداد پره و $\psi_B - \psi_A = \frac{2\pi}{N}$ زاویه بین محور تقارن دو پره مجاور می‌باشد. معادلات مربوط به پره‌های استاتور به صورت ارائه می‌شود. دقت شود برای استاتور سرعت زاویه‌ای پره‌ها صفر می‌باشد [۲۳].

$$r \sin \alpha \sin(\theta - \psi_A) - (3L/2 + g - \quad (11)$$

$$z) \cos \alpha - w/2 = 0$$

جدول ۱- پارامترهای هندسی یک ردیف پره

شماره ۳	شماره ۲	شماره ۱	نماد	پارامتر هندسی
۴۸	۳۶	۲۴	N	تعداد پره
۱۲/۴	۱۶	۲۳/۴	b(mm)	وتر
۴۰	۳۰	۲۰	$\alpha(^{\circ})$	زاویه
۴/۹	۶/۴	۹/۵	s_r (mm)	شعاع ریشه
۷/۲	۹/۵	۱۴/۳	s_t (mm)	شعاع نوک
۲/۹	۳/۱	۳/۲	w(mm)	ضخامت
۱۸	۱۸	۱۸	h(mm)	فاصله شعاعی پره
۱۸۰	۱۸۰	۱۸۰	D(mm)	قطر روتور
۰/۳	۰/۳	۰/۳	c(mm)	لقی بین پره و پوسته
۱	۱	۱	g(mm)	فاصله بین ردیف روتور استاتور



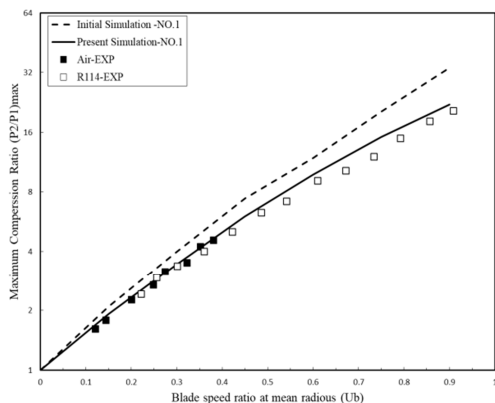
شکل ۴- طرحواره ورود مولکول به میدان محاسباتی

برای محاسبه مقدار خطا بین تعدادی داده عددی از خطای ریشه میانگین مربعات استفاده می‌شود که خطاهای بزرگ‌تر را پررنگ‌تر می‌کند.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (A_i - F_i)^2}{n}} \quad (19)$$

که در آن A مقدار واقعی، F مقدار پیش‌بینی شده و n تعداد داده‌ها می‌باشد.

در شکل‌های ۵، ۶، ۷ و ۸، نتایج شبیه‌سازی برای گاز فرئون ۱۱۴ در دو حالت مختلف ارائه شده‌است. در شبیه‌سازی نخست (شبیه‌سازی اولیه)، اثر زمان برخورد مولکول با نوک پره در معادلات مرتبط با پره‌ها و مرزهای تناوبی لحاظ نشده‌است، درحالی‌که در شبیه‌سازی دوم (شبیه‌سازی حاضر)، این اثر در تحلیل در نظر گرفته شده‌است. لازم‌به‌ذکر است خطوط توپر و خط‌چین به ترتیب بیانگر شبیه‌سازی انجام‌شده و شبیه‌سازی اولیه می‌باشد. همچنین نقاط توپر و توخالی به ترتیب داده‌های تجربی هوا و گاز فرئون را نشان می‌دهد. سرعت زاویه پره در شعاع متوسط برای هوا و فرئون ۱۱۴ در $U_b = 1$ به‌ترتیب برابر 48000 و 20000 دور در دقیقه (rpm) می‌باشد.



شکل ۵- شبیه‌سازی حاضر و شبیه‌سازی اولیه برای روتور - استاتور ترکیب شماره ۱

۳- بررسی نتایج

در این بخش الگوریتم طراحی‌شده برای یک طبقه پمپ توربومولکولی شامل روتور - استاتور و روتور - استاتور - روتور با داده‌های تجربی ساوادا همکاران [۸] مقایسه خواهد شد. الگوریتم حاضر برای دو گاز هوا و فرئون ۱۱۴ آزمایش خواهد شد. در ابتدا برای درک بهتر نتایج پارامترهای عملکردی بی‌بعد پمپ توضیح داده می‌شود.

یکی از مشخصه‌های اصلی پمپ، دبی آن می‌باشد که نسبت به سرعت پمپاژ پمپ اطلاعات جامع‌تری را در اختیار می‌گذارد [۱۱].

$$Q_{max} = W_{max} \left(\frac{A_p}{b^2} \right) \quad (17)$$

$$A_p = \pi(c+h)(D+c-h) - \frac{Nwh}{\sin \alpha}$$

برای سرعت پره، از سرعت در شعاع میانگین استفاده می‌شود.

$$U_b = \frac{\omega(D-h)}{2\sqrt{2RT}} \quad (18)$$

که در آن $c_{mp} = \sqrt{2RT}$ محتمل‌ترین سرعت مولکول، T دما برحسب کلون و R ثابت گاز می‌باشد.

در جدول زیر پارامترهای هندسی مربوط به سه نوع ترکیب مختلف از روتور آورده شده‌است. همچنین مشخصات هندسی پره‌های استاتور مشابه روتور فرض شده‌است با این تفاوت که زاویه نصب پره‌ها در استاتور با علامت منفی لحاظ می‌گردد. در جدول ۱ واحد طول، میلی‌متر و واحد زاویه، درجه می‌باشد.

گاز فرئون در سرعت ۰/۹ (۱۸۰۰۰ دوردردقیقه) و هوا در سرعت ۰/۳۸ (۱۸۰۰۰ دوردردقیقه) برای ترکیبات شماره ۱، ۲ و ۳ نشان داده شده است.

جدول ۲- نسبت فشار ترکیبات شماره ۲، ۱ و ۳ در سرعت ۰/۹ برای گاز فرئون

شماره ترکیب	داده تجربی	کار حاضر	خطا	کار اولیه	خطا
شماره ۱	۲۰/۵	۲۲/۱	٪۸	۳۳/۸	٪۶۵
شماره ۲	۱۴/۱	۱۳/۹	٪۱	۱۸/۱	٪۲۸
شماره ۳	۸/۳	۸/۵	٪۲	۹/۷	٪۱۷

جدول ۳- نسبت فشار ترکیبات شماره ۲، ۱ و ۳ در سرعت ۰/۳۸ برای گاز هوا

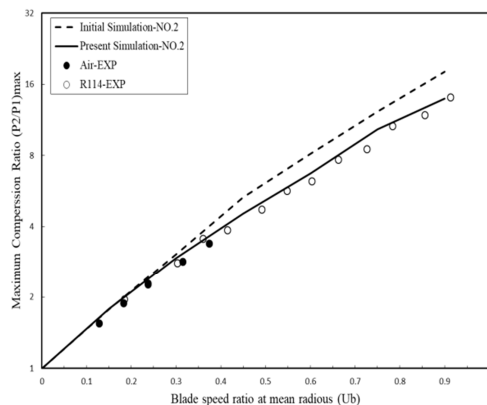
شماره ترکیب	داده تجربی	کار حاضر	خطا	کار اولیه	خطا
شماره ۱	۴/۵۶	۴/۶۳	٪۲	۵/۵۴	٪۲۱
شماره ۲	۳/۴۳	۳/۶۴	٪۶	۴/۰۱	٪۱۷
شماره ۳	۳	۳/۰۲	٪۱	۳/۱۷	٪۶

برای محاسبه اختلاف مجموعه‌ای از داده‌ها با مقدار تجربی از خطای ریشه میانگین مربعات استفاده می‌شود که در جدول شماره ۴ این خطا برای ترکیبات شماره ۱، ۲ و ۳ آورده شده است.

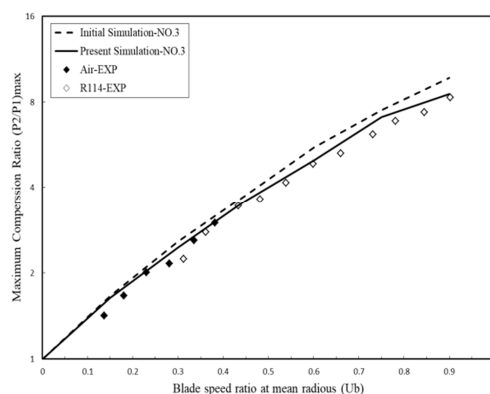
جدول ۴- خطای ریشه میانگین مربعات برای ترکیبات شماره ۲، ۱ و ۳

نوع گاز	شماره ترکیب	خطا کار حاضر	خطا کار اولیه
هوا	۱	۰/۱۲۷	۰/۶۶۵
فرئون		۱/۳۶	۶/۲۵۷
هوا	۲	۰/۱۴۹	۰/۳۸
فرئون		۰/۴۹۶	۲/۳۲۹
هوا	۳	۰/۰۸۴	۰/۱۸۹
فرئون		۰/۳۶۲	۰/۹۰۶

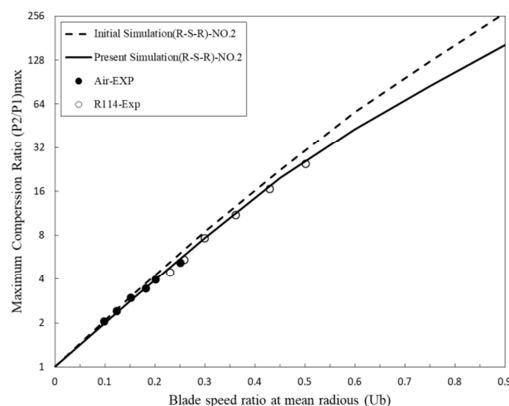
همان‌طور که در جدول ۴ مشاهده می‌شود کار حاضر از دقت بالاتری نسبت به کارهای اولیه برخوردار می‌باشد. همچنین شبیه‌سازی انجام شده برای هوا خطای کمتری نسبت به فرئون دارد. در شکل ۸ نسبت فشار برای ترکیب ۳ مرحله‌ای شامل روتور - استاتور - روتور در زاویه ۳۰ درجه نشان داده شده است. برای ترکیب سه مرحله‌ای در سرعت ۰/۹ کار حاضر نسبت فشار ۱۶۳ و کار اولیه نسبت فشار ۲۷۰ را می‌دهد که اختلافی در حدود ۶۶ درصد را دارد. باتوجه به آنکه با افزایش سرعت پره اختلاف از نتایج تجربی برای کارهای اولیه افزایش می‌یابد می‌توان گفت برای سرعت‌های بالاتر از ۰/۹ روند شبیه‌سازی کارهای گذشته اشتباه شده و از قابلیت اطمینان پایینی برخوردار می‌باشند. همچنین حداکثر نسبت تراکم برای ترکیب روتور - استاتور -



شکل ۶- شبیه‌سازی حاضر و شبیه‌سازی اولیه برای روتور - استاتور ترکیب شماره ۲



شکل ۷- شبیه‌سازی حاضر و شبیه‌سازی اولیه برای روتور - استاتور ترکیب شماره ۳



شکل ۸- شبیه‌سازی حاضر و شبیه‌سازی اولیه برای روتور - استاتور - روتور ترکیب شماره ۲

همان‌طور که در شکل‌های ۵ تا ۷ مشاهده می‌شود با کاهش زاویه پره از ۴۰ به ۲۰ درجه، فاصله از داده‌های تجربی برای کارهای اولیه با افزایش سرعت، افزایش می‌یابد. برای نمونه در شکل ۵، زاویه ۲۰ درجه، در سرعت زاویه‌ای حدود ۱۸۰۰۰ دوردردقیقه این اختلاف برای گاز فرئون به ٪۶۵ خواهد رسید در حالی که برای کار حاضر این اختلاف به ٪۸ کاهش می‌یابد. در جداول زیر میزان اختلاف از نتایج تجربی برای

۵- نمادها

علائم انگلیسی

r	مؤلفه شعاعی مکان مولکول (mm)
z	مؤلفه محوری مکان مولکول (mm)
N	تعداد پره
P	فشار (Pa)
W	سرعت بی‌بعد پمپاژ
w	ضخامت پره (mm)
L	طول پره (mm)
Q	دبی بی‌بعد
A_p	مساحت سطح ورودی ناحیه محاسباتی (mm^2)
C_{mp}	محتمل‌ترین سرعت مولکول (m/s)
U_b	نسبت سرعت
R	ثابت گاز ($\text{J}^\circ\text{K.mol}$)
T	دما، $^\circ\text{K}$
R_f	دنباله اعداد تصادفی
R_1	شعاع محور (mm)
R_2	شعاع پوسته (mm)

علائم یونانی

θ	مؤلفه دورانی مکان مولکول (rad)
α	زاویه نصب پره (rad)
ψ	زاویه محور تقارن پره در دستگاه مرجع (rad)
ω	سرعت زاویه‌ای پره (rad/s)
ρ	مؤلفه تابع توزیع سرعت مولکولی
φ	مؤلفه تابع توزیع سرعت مولکولی
ξ	زاویه پره در لحظه صفر (rad)
Σ	ضریب عبوردهی مولکولی

زیر نویس

0	موقعیت اولیه
1	ورودی یا بالادست جریان
2	خروجی یا پایین دست جریان
12	بالادست جریان به پایین دست

۶- مراجع

- [1] Nesterov SB, Burmistrov A V, Androsov A V. Metody rascheta slozhnykh vakuumnykh sistem. Calculation of Complex Vacuum Systems), Nesterov, SB and Burmistrov, AV, Eds ...; 2012.
- [2] Demikhov KE, Nikulin NK Optimizatsiya vysokovakuumnykh mekhanicheskikh nasosov [Optimization of high-vacuum mechanical pumps]. Moscow, MG TU im NE Bauman Publ. 2010;
- [3] Fomin M V, Chernyshev OR. Gas Flow in a Multistage Turbomolecular Vacuum Pump. Russ Eng Res. 2020;40:564-6.
- [4] Chambers A. Modern vacuum physics. CRC Press; 2004.
- [5] Becker W. The turbomolecular pump, its design, operation and theory; calculation of the pumping speed for

روتور بیشتر از ترکیب روتور - استاتور شده است. باتوجه به ماهیت روتور که جلوگیری از برگشت مولکول‌ها می‌باشد و استاتور که افزایش نسبت تراکم است، می‌توان گفت که با افزایش تعداد طبقات در پمپ توربومولکولی تاثیر استاتور بیشتر از روتور خواهد شد.

در جدول ۵ خطای ترکیب دومرحله‌ای در مقایسه با ترکیب سه‌مرحله‌ای برای ترکیب شماره ۲ ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود برای هوا عملکرد ترکیب سه مرحله‌ای نسبت به ترکیب دو مرحله‌ای تغییر چندانی در خطا ایجاد نکرده است اما برای گاز فرئون ترکیب سه مرحله‌ای نسبت به ترکیب دو مرحله‌ای خطای کمتری را نشان داده است. بنابراین با افزایش طبقات پمپ عملکرد شبیه‌سازی انجام شده بهبود می‌یابد و خطای آن کمتر خواهد شد.

جدول ۵- خطای ریشه میانگین مربعات برای ترکیب دو و سه مرحله‌ای

نوع گاز	شماره ترکیب	خطا کار حاضر	خطا کار اولیه
هوا	۲ (روتور - استاتور)	۰/۱۵	۰/۳۸
		۰/۴۹۶	۲/۳۳
هوا	۲ (روتور - استاتور - روتور)	۰/۱۶	۰/۳۷
		۰/۴۱	۲/۸۶

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش شبیه‌سازی جریان آزاد مولکولی در یک طبقه پمپ توربومولکولی به روش ذره آزمون مونت‌کارلو با در نظر گرفتن هندسه واقعی و سه‌بعدی پره شامل لقی بین نوک پره و پوسته، فاصله بین روتور و استاتور و ضخامت پره انجام شده است. همچنین زمان برخورد مولکول با پره و مرزهای تناوبی با وارد کردن زمان برخورد با نوک پره در معادلات مربوط به پره‌ها و مرزهای تناوبی، اصلاح شد. تطابق خوب بین کار حاضر و نتایج تجربی، صحت شبیه‌سازی حاضر را تأیید می‌کند.

در ادامه نتایج حاصل از این پژوهش به شرح زیر ارائه می‌گردد.

(۱) با توجه به خطای کمتر شبیه‌سازی حاضر نسبت به کارهای گذشته لازم است تا در محاسبه زمان حرکت مولکول برای پره‌ها و مرزهای تناوبی، زمان برخورد مولکول با نوک پره لحاظ گردد.

(۲) با کاهش زاویه پره و افزایش سرعت، فاصله از داده‌های تجربی افزایش می‌یابد. برای کار حاضر در زاویه ۲۰ درجه و سرعت زاویه‌ای حدود ۱۸۰۰۰ دور در دقیقه این اختلاف برای گاز فرئون در حدود ۸٪ خواهد بود.

(۳) حداکثر نسبت تراکم برای ترکیب روتور - استاتور - روتور بیشتر از ترکیب روتور - استاتور می‌باشد. باتوجه به ماهیت روتور و استاتور می‌توان نتیجه گرفت، با افزایش تعداد طبقات در پمپ توربومولکولی تاثیر استاتور بیشتر از روتور می‌شود.

(۴) با افزایش تعداد مراحل در پمپ توربومولکولی، خطا برای هوا تقریباً ثابت ولی برای فرئون کاهش می‌یابد. بنابراین افزایش تعداد مراحل بر روی گاز با جرم بیشتر تاثیر مثبت خواهد داشت.

- various gases and their dependence on the forepump. *Vacuum*. 1966;16(11):625-32.
- [6] Kruger CH. The axial-flow compressor in the free-molecule range. Massachusetts Institute of Technology; 1960.
- [7] Sawada T, Murakami K. The Axial Flow Molecular Pump (I). *Shinku*. 1971;14(2):33-41.
- [8] SAWADA T, SUZUKI M, TANIGUCHI O. On the Axial Flow Molecular Pump : 2nd Report, The Performance of a Combination of Blade Rows. *Trans Japan Soc Mech Eng*. 1970;36(285):781-91.
- [9] Katsimichas S, Goddard AJH, Lewington R, De Oliveira CRE. General geometry calculations of one-stage molecular flow transmission probabilities for turbomolecular pumps. *J Vac Sci Technol A Vacuum, Surfaces, Film*. 1995;13(6):2954-61.
- [10] Skovorodko PA. The Topology of Molecular Flow in Axial Compressor. *AVS 47th Int Symp*. 2000
- [11] Amoli A, Ebrahimi R, Hosseinalipour SM. Some features of molecular flow in a rotor-stator row with real topology. *Vacuum*. 2004;72(4):427-38.
- [12] Wang S, Ninokata H. The pumping performances of the turbomolecular pump simulated by direct simulation monte carlo method. *Prog Nucl Energy*. 2005;47(1-4):664-71.
- [13] Iqbal M, Wasy A, Batani D, Rashid H, Lodhi MAK. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A Design modification in rotor blade of turbo molecular pump. *Nucl Inst Methods Phys Res A* [Internet]. 2012;678:88-90. Available from: <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2012.02.030>
- [14] Sengil N. Performance increase in turbomolecular pumps with curved type blades. *Vacuum*. 2012;86(11):1764-9.
- [15] Hsieh F, Lin P, Liu D, Chen F. Pumping performance analysis on turbomolecular pump. *Vacuum* [Internet]. 2012;86(7):830-2. Available from: <http://dx.doi.org/10.1016/j.vacuum.2011.02.010>
- [16] Zhang X, Han B, Liu X, Chen Y, Zhai L. Prediction and experiment of DC-bias iron loss in radial magnetic bearing for a small scale turbomolecular pump. *Vacuum*. 2019;163:224-35.
- [17] Mao K, Liu G. An improved braking control method for the magnetically levitated TMP with a fast transient response. *Vacuum*. 2018;148:312-8.
- [18] Huang Z, Han B, Le Y. Multidisciplinary Design Strategies for Turbomolecular Pumps with Ultrahigh Vacuum Performance. *IEEE Trans Ind Electron*. 2019;PP(c):1.
- [19] Sun. K, Zhang SW, Han F, Zhao F, Zhang ZJ, Han J. A New Modeling Method to Reveal Pumping Mechanism of Turbomolecular Pump. *J Appl Fluid Mech*. 2020;14(1):165-73.
- [20] Chen Z, Wang W, Li Z, Yan H. Modeling and Optimization of the Blade Structural Parameters for a Turbomolecular Pump. *Machines*. 2023;11(5):517.
- [21] Sereshgi MH, Ebrahimi R. Modeling the Performance of a Single Rotor Row in a Turbomolecular Pump Using the TPMC Method: Effects of Operational and Geometric Variables. 2024;
- [22] Bird. *Molecular Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows* [Internet]. 1994. p. 458. Available from: http://books.google.fr/books?id=xd2knQEACAAJ&dq=intitle:molecular+gas+dynamics+and+the+direct+simulation+of+gas+fows&hl=&cd=1&source=gbs_api%0Apapers3://publication/uuid/F724D34A-63BB-47F1-8C3B-C7F8A5FFC126
- [23] Amoli A, Hoseinalipour M, Ebrahimi R. Direct simulation of free molecular flow in fully 3-d axial rotor. In: 36th AIAA Thermophysics Conference. 2003. p. 3777.