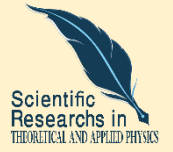


Research Paper



## Numerical Simulation of Laminar Convection Flow Past an In-Line Elliptical Cylinder Array With Changing the Aspect Ratio



Diyar Azizi<sup>\*1</sup>, Mehrdad Malekzadeh Dirin<sup>2</sup>, Ramin Ghasemi Asl<sup>3</sup>



This paper is an open access and licenced under the CC BY NC licence.



DOI:  
[10.22034/STRAP.2025.56597.1018](https://doi.org/10.22034/STRAP.2025.56597.1018)

**Reference to this article:** Azizi, D; Malek Zade Dirin, M; Ghasemi Asl, R; (2025). Numerical Simulation of Laminar Convection Flow Past an In-Line Elliptical Cylinder Array With Changing the Aspect Ratio. *Scientific Researches in Theoretical and Applied Physics*, 3 (1): 1-14

Keywords

Linear displacement, flow separation, Nusselt number, aspect ratio

Received: 2023/05/13

Accepted: 2025/03/02

Available: 2025/03/02

ABSTRACT

The phenomenon of flow field separation due to adverse pressure gradient around the elliptical and circular cylinders across the channels which will intensify the drag coefficient. In this paper, a two-dimensional laminar flow inside a rectangular-shaped channel along with elliptical cylinders and rotating arrangement is investigated. Here, 5 inclined cylinders whose angles vary from 0 to 90 degrees are considered. The aim of this study is to examine the flow separation behavior and vortex shedding around the cylinders in addition to the amount of heat transfer due to the presence of such cylinders. As a result, the arrangement of elliptical cylinders inside the channel has caused the minimum pressure drop in the flow direction. Vortex generation frequency is also reported to be at least for the first cylinder located along the channel, and by moving from the channel inlet, magnitude of these vortexes becomes larger. The maximum drag force is imposed on the cylinder number 5 (last cylinder) while, as opposed to what expected, the least drag force is applied to cylinder number 2. The innovation of this article is based on the investigation and comparison of the change in aspect ratio of elliptical cylinders in two smaller and larger states of heat amount and flow distribution and finally proposing the best aerodynamic and thermodynamic state.

\* Corresponding Author: Diyar Azizi  
E-mail: diyarazizi1400@gmail.com

1. Department of Mechanical Engineering, West Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.
2. Department of Mechanical Engineering, West Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran
3. Department of Mechanical Engineering, West Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

## مقاله پژوهشی



## شبیه سازی عددی جریان جابجایی خطی گذرنده بروی استوانه های بیضوی هم راستا با تغییر ضریب منظر



دیار عزیزی<sup>1\*</sup>، مهرداد ملک زاده دیرین<sup>2</sup>، رامین قاسمی اصل<sup>3</sup>



این مقاله به صورت دسترسی باز و با لایسنس CC BY NC کرییتیو کامنز قابل استفاده است.



**ارجاع به این مقاله:** عزیزی، دیار؛ ملک زاده دیرین، مهرداد؛ قاسمی اصل، رامین؛ (1404). شبیه سازی عددی جریان جابجایی خطی گذرنده بروی استوانه های بیضوی هم راستا با تغییر ضریب منظر. *پژوهش‌های علمی در فیزیک نظری و کاربردی*, 3(1): 1-14

DOI:  
[10.22034/STRAP.2025.56597.1018](https://doi.org/10.22034/STRAP.2025.56597.1018)



## چکیده

پدیده جدایش جریان در اثر گرادیان فشار نامطلوب حوله سیلندره‌های دایروی و بیضوی در جریان‌های داخل کانال باعث افزایش ضریب درگ فشاری می‌شود. در این مقاله، جریان آرام دو بعدی در داخل یک کانال مستطیلی شکل به همراه سیلندره‌های بیضوی شکل و آرایش چرخان مورد بررسی قرار گرفته است. این مقاله 5 عدد سیلندر در نظر گرفته شده که زاویه آنها از صفر تا 90 درجه تغییر می‌کند. هدف از این مقاله، بررسی رفتار جدایش جریان بر روی سیلندرها و تشکیل شدینگ گردابه‌ها حول سیلندرها به همراه بررسی میزان انتقال حرارت به دلیل حضور این سیلندرها می‌باشد. آرایش سیلندره‌های بیضوی در کانال باعث ایجاد کمترین مقدار افت فشار در جهت جریان شده است. همچنین، فرکانس تولید گردابه‌ها در سیلندر اول کمترین مقدار را داشته و با فاصله گرفتن از ابتدای کانال، اندازه این گردابه‌ها بزرگتر شده است. بیشترین نیروی درگ به سیلندر شماره 5 (آخرین سیلندر) و کمترین آن به سیلندر شماره 2 وارد می‌شود. نوآوری این مقاله، بر پایه بررسی و مقایسه تغییر در ضریب منظر استوانه های بیضوی در دو حالت کوچکتر و بزرگتر مقدار حرارت و توزیع جریان و در نهایت پیشنهاد بهترین حالت ایرودینامیکی و ترمودینامیکی است.

## کلیدواژه‌ها

جابجایی خطی، جدایش جریان، عدد ناسلت، ضریب منظر،

دریافت شده: 1402/02/23

پذیرفته شده:  
1403/12/12

منتشر شده: 1403/12/12

\* نویسنده مسئول: دیار عزیزی

رایانامه: diyarazizi1400@gmail.com

1- دانشجوی دکتری مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، واحد تهران غرب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

2- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد تهران غرب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

3- دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد تهران غرب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

## 1- مقدمه و هدف

سیلندرها با هندسه سطح مقطع متفاوت مانند دایروی، بیضوی و مستطیلی بلوک های اصلی ساختمان بسیاری از مسائل پیچیده مهندسی مانند مبدل های حرارتی، راکتورهای هسته ای، سازه های ساحلی و غیره می باشند [2, 3]. در عمل، سیلندرها ممکن است تحت جریان نامحدود قرار گیرند که در این حالت اثرات مجاورت و نزدیکی سازه ها به یکدیگر مانند جریان بر روی ردیف های توربین بادی و تیرهای چراغ برق قابل چشم پوشی است، و یا تحت جریان محدود قرار گیرند که در این حالت اثرات همسایگی (مجاورت) سازه ها مهم واقع می شود [4]. به عبارتی دیگر، جریان بر روی یک سیلندر که در یک محیط باز (اتمسفرف) قرار داشته باشد جریان نامحدود در نظر گرفته می شود [5]. از این رو، به دلیل اهمیت این نوع جریان در کاربردهای مختلف، تحقیقات زیادی بر روی فیزیک جریان نامحدود در کاربردهای مهندسی به طور ثنوری، آزمایشگاهی، عددی و تحلیلی صورت گرفته است [6-9]. در میان تمامی اشکال مختلف سیلندرها، سیلندرها دایروی بیشترین کاربرد را در بخش مهندسی به خود اختصاص داده اند [10]. به طور خاص، دراوکوویچ و همکاران [11] به طور دقیق و جامع بر روی سیلندرها دایروی تحقیقات انجام داده اند. جریان سیال با سرعت یکنواخت بر روی نقطه پیشرو یک سیلندر استوانه ای موجب افزایش فشار و نتیجتاً توسعه لایه مرزی در طول استوانه می شود. نقطه پیشرو بر روی سیلندر نقطه ای است که سرعت جریان صفر می شود که به آن نقطه سکون جلو گفته می شود [10, 12]. در صورت کوچک بودن عدد رینولدز، جریان سیال به دو دسته قرینه ای مساوی تقسیم شده که از دو طرف سیلندر عبور کرده و به نقطه سکون پشت سیلندر می رسند. در این حالت، در قسمت نقطه سکون جلو سیلندر به دلیل سکون سیال و متقابلاً تبدیل انرژی جنبشی سیال به نیروی فشاری، فشار به طور نسبی بالا می رود. در ادامه، جریان سیال اطراف قسمت جلویی سیلندر شروع به شتاب گرفتن می کند، جایی که گرادیان فشار مطلوب است (گرادیان فشار کوچکتر از صفر و گرادیان سرعت بزرگتر از صفر است) [10]. با رسیدن گرادیان فشار به صفر، میدان سرعت به بیشترین مقدار خود می رسد در حالیکه این روند با افزایش گرادیان فشار معکوس می شود و شتاب سیال شروع به کاهش می کند. همینطور، با افزایش عدد رینولدز و عبور آن از مقدار رینولدز بحرانی، گرادیان فشار نامطلوب در پشت سیلندر افزایش می یابد [10]. تخمین هایی بر روی شروع عدد رینولدز بحرانی به طور آزمایشگاهی زده شده است که مقادیر آن 5 مرجع [13] و 4.4 مرجع [14] اعلام شده است. این اعداد ارائه شده برای رینولدز بحرانی به طور آزمایشگاهی توسط مراجع [15, 16] و به طور عددی توسط مراجع [17] تایید شده است. تغییرات کوچکی که در مقدار عدد رینولدز بحرانی وجود دارد به دلیل وجود گردابه های کوچک که در مجاورت نقطه سکون پشت سیلندر شروع به رشد می کنند است. بدیهی است که در این نقطه میدان سرعت بسیار کوچک است. به همین خاطر یافتن گردابه بلافاصله پس از ایجاد آن ها توسط تصاویرهای آزمایشگاهی و ابزارهای اندازه گیری سرعت بسیار دشوار است. به همین خاطر، منطقه ی گردش مجدد جریان به صورت پایا، دو بعدی و

متقارن نسبت به خط مرکزی جریان باقی می ماند تا زمانی که گذار به جریان پریودیک در عدد رینولدز دوم اتفاق بیفتد [18]. این جریان گذار دوم یا رینولدز بحرانی دوم به طور آزمایشگاهی توسط مراجع [19, 20] معادل با عدد 40 اعلام شده است. عبور رینولدز از عدد 40 باعث می شود که مقداری از بی ثباتی های جریان که به صورت تصادفی یا غیرتصادفی به وجود می آیند دمپ شوند مرجع [21]. این امر سبب تشکیل الگوهای گردابه های نامتقارن و همینطور باعث تولید جدایش ورتیسیتها<sup>1</sup> می شود و نهایتاً آنها به سمت جریان پایین دست سیل و هدایت می شوند که موجب ایجاد پدیده مشهور مسیر یا خیابان ورتکس کارمان<sup>2</sup> می شود مرجع [22]. در حقیقت، منشا تخریب الگوهای متقارن حضور منابع اغتشاش مانند شرایط ورودی غیریکنواخت سیال، شرایط مرزی های بی قاعده و یا اغتشاشات در خود جریان می باشد مرجع [23]. مرجع [24] در یک آزمایش بر روی یک سیلندر ساکن در داخل یک تونل باد با سرعت پایین دریافت که اولین نوسانات سینوسی ضعیف سرعت در مجاورت نقطه سکون ویک در جریان پایین دست گردابه ها در پشت سیلندر در رینولدز 48 به وجود می آید. مرجع [17] مقدار این عدد رینولدز بحرانی را با استفاده از روش گلرکین برای حالت گذار برابر با 54 دانسته است. ویلیامسون و همکاران [25] یک سری آزمایش بر روی یک تانک یدکی انجام دادند و یافتند که این گذار را در عدد رینولدز 49 رخ می دهد که این مقدار در حال حاضر به عنوان دقیق ترین معیار در نظر گرفته می شود. شیئرد و همکاران [26] این مقدار را با استفاده از روش عنصر-طیعی اعتبار سنجی کردند و مقدار 47 را برای عدد رینولدز برای حالت گذار معرفی کردند. عدد رینولدز یافته شده توسط آنها در سال 1994 دوباره در طی یک کار عددی توسط مرجع [27] اعتبار سنجی شد و عدد 47.1 برای عدد رینولدز معرفی شد. بنا به ادبیات ارائه شده، مشهود است که باید ورتیسیتها<sup>1</sup> پایداری در پشت سیلندر در رینولدز 40 وجود داشته باشند. این ورتیسیتها می توانند توسط محل مرز بیرونی، موقعیت مراکز ورتکس و همینطور طول و عرض ویک ایجاد شده توسط دو ورتیسیت مشخص شوند. در این رابطه، مرجع [13] تغییرات طول ویک را به عنوان تابعی از عدد رینولدز به طور آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند. در یک کار مشابه، مرجع [14] تمامی پارامترهای مربوط به ویک مانند طول، هسته های ویک و موقعیت آنها و همینطور مرز بیرونی ویک را در طی یک مطالعه آزمایشگاهی بررسی کرد. همینطور، محققان بسیاری [28-32] ضریب نیروی درگ و زاویه جدایش لایه مرزی برای یک سیلندر دایروی را در عدد رینولدزهای مختلف (رینولدزهای پایین تا مقادیر متوسط آن) به طور آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند. طبق نتایج آنها، با افزایش عدد رینولدز در بازه 5 تا 40 ضریب نیروی درگ کاهش می یابد و زاویه جدایش لایه مرزی به سمت جلو سیلندر حرکت می کند. در حالیکه جریان بر روی سیلندرها دایروی به خوبی بررسی شده است، مطالعات بر روی سیلندرها بیضوی بسیار محدود است.

افزایش چشم گیر تمایلات برای استفاده از سیلندرها بیضوی در مبداهای حرارتی به دلیل مقاومت پایین آنها در برابر جریان سیال در مقایسه به

نیاز اساسی به بررسی حرارت و سیالات و همینطور پیش‌بینی جدایش جریان و تشکیل گردابه‌ها حول انواع آرایش سیلندرها در کارهای گذشته اشاره شده است. در این مقاله، جریان آرام دو بعدی در داخل یک کانال مستطیلی شکل به‌همراه سیلندره‌های بیضوی شکل مورد بررسی قرار گرفته است. آرایش سیلندرها در داخل کانال در جهت حرکت سیال به‌صورت چرخان در نظر گرفته شده است به‌طوری که زاویه سیلندر اول با محور افق کانال صفر بوده و سیلندره‌های بعدی تحت زاویه نسبت به سیلندر جلویی قرار می‌گیرند. برای بررسی خواص جریان و مقدار انتقال حرارت نسبت به گذر زمان، از پارامتر بی‌بعد زمان استفاده شده است. برای اعتبارسنجی حل عددی جریان بر روی سیلندره‌های بیضوی در این مقاله، از نتایج مقاله مرجع [1] استفاده شده است. در انتها با تغییر در ضریب منظر استوانه‌های بیضوی در دو حالت کوچکتر و بزرگتر، بعنوان ارائه هدف نهایی و نوآوری در این مقاله، مقدار حرارت و توزیع جریان با هم مقایسه می‌شود و نتایج طی نمودارهای هم پوشانی شده با هم مورد ارزیابی قرار می‌گردد، که بهترین حالت نیز پیشنهاد شده است.

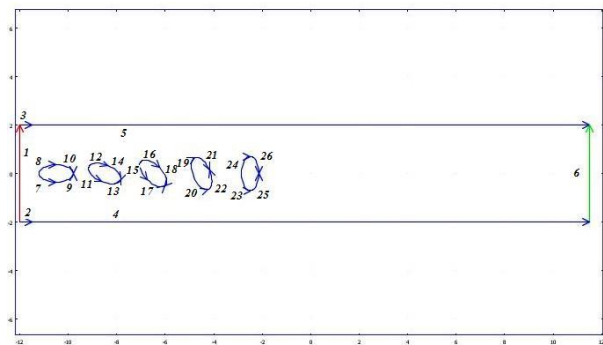
## 2- روش‌های تجربی یا اصول نظری

### 2-1- فیزیک مساله

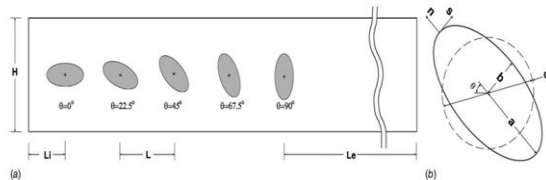
هندسده مورد مطالعه در این مقاله شامل یک کانال دوبعدی مستطیلی شکل است که در داخل آن سیلندره‌های بیضوی شکل قرار داده شده اند. کانال بصورت کشیده و افقی بروی سطح بوده و مشتمل بر 5 عدد استوانه بیضوی می‌باشد که در اصطلاح به آنها دسته استوانه‌های بیضوی گفته می‌شود. کانال دارای طول 23 واحد بوده و از مختصات 12- در دهنه ورودی شروع شده و تا مختصات 11+ در دهنه خروجی پایان می‌پذیرد. استوانه‌های بیضوی در نیمه اول سمت چپ کانال قرار گرفته و مراکز آنها از مختصات افقی  $y=0$  کانال عبور می‌کند. کل عرض کانال نیز 4 واحد بوده که استوانه‌ها در مرکز این عرض واقع شده‌اند. استوانه اول به فاصله 1/5 واحد از دهنه ورودی قرار گرفته و فاصله مراکز استوانه‌ها از یکدیگر مساوی و برابر 2 واحد می‌باشد. زاویه چرخش هر استوانه نیز نسبت به استوانه قبلی 22/5 درجه بوده که برای استوانه اول زاویه صفر و برای استوانه پنجم 90 درجه می‌باشد. استوانه‌های بیضوی دارای اندازه‌هایی برابر بوده، به گونه‌ای که قطر بزرگ استوانه 1/4 واحد و قطر کوچک استوانه 0/7 می‌باشد. مشخصات فیزیکی و مختصات طولی و عرضی مسئله دسته استوانه‌های بیضوی در کانال افقی در شکل 1 نشان داده شده است.

سیلندره‌های دایروی می‌باشد. به‌عبارتی، توان مورد نیاز برای پمپ کردن سیال به داخل مبدل‌ها با سیلندره‌های بیضوی کمتر از حالت دایروی می‌باشد. در این رابطه، مرجع [33] اثر ضریب منظر بر روی ضریب نیروی درگ برای جریان سیال در یک کانال برای هر دو حالت سیلندر بیضوی و دایروی مورد بررسی و مقایسه قرار داده است. طبق نتایج آنها، با افزایش ضریب منظر، ضریب نیروی درگ افزایش می‌یابد در حالیکه عدد رینولدز بحرانی برای شروع شدینگ و رتکس یا شدینگ گردابه کاهش می‌یابد.

مرجع [34] ارتعاش عرضی ناشی از جریان بر روی یک سیلندر بیضوی با ضریب منظرهای متفاوت را بررسی کردند. سیلندر مورد مطالعه آنها به یک ارتعاش در جهت حرکت سیال محدود شده بود و عدد رینولدز را ثابت و برابر با عدد 100 در نظر گرفتند. همچنین، ضریب منظر در کار آنها از 0.1 تا 1 متغییر در نظر گرفته شد. طبق نتایج آنها، پاسخ‌گویی سیلندر بیضوی با ضریب منظر 0.1 تقریباً دو برابر مدل مشابه با سیلندر دایروی گزارش شده است. کارلسون و همکاران [35] به بررسی طول و رتکس تشکیل شده در یک جریان عبوری از یک سیلندر بیضوی پرداخته‌اند. عدد رینولدز و ضریب منظر مورد نظر در کار آنها 10 تا 100 و 0.4 تا 1.4 به ترتیب متغییر بوده است. آنها یافتند که در رژیم پایا، تغییرات در طول و رتکس با توجه به عدد رینولدز از یک الگو خطی پیروی می‌کند در حالیکه در رژیم ناپایا، طول میانگین و رتکس با افزایش عدد رینولدز به‌صورت سهموی کاهش پیدا می‌کند. در یک کار متفاوت، مرجع [36] جریان آرام جابجایی آزاد از دو سیال نیوتنی و غیر نیوتنی که در یک سیلندر بیضوی ایزوترمال افقی جریان دارند را به‌طور عددی مورد بررسی قرار دادند. آنها همچنین از قانون ویسکوزیته ارتقا یافته برای تعیین خواص سیال غیرنیوتنی استفاده کردند. پارامترهای مورد بررسی در کار آنها ضرایب اصطکاک محلی و نرخ انتقال حرارت از سطح سیلندر (عدد ناسلت محلی) به‌عنوان تابعی از زاویه سیلندر بیضوی شکل با ضریب منظرهای متفاوت بوده است. ضرایب اصطکاک محلی برای سیال غیرنیوتنی بیشتر از سیال نیوتنی گزارش شده است. همچنین، مقدار انتقال حرارت کل برای سیلندر بیضوی با موقعیت قرارگیری ضعیف‌تر بیشتر از حالت ضخیم بوده است. در یک کار مشابه، مرجع [37] اثر اندازه سیلندر بیضوی را بر میزان انتقال حرارت در یک کانال مستطیلی شکل در نظر گرفته‌اند. آنها همچنین از روش شرط مرزی غرق شده برای شناختن مرز دیوار سیلندر در روش حجم محدود استفاده کردند. محدوده عدد رینولدز آنها بین 10000 تا 1000000 در نظر گرفته شده است. طبق نتایج آنها، مقدار انتقال حرارت وابسته به مقدار شعاع سیلندر بیضوی می‌باشد. علی‌رغم بررسی‌های انجام شده در ادبیات این مقاله، نیاز اساسی به پیش‌بینی جدایش جریان و تشکیل گردابه‌ها حول سیلندره‌های بیضوی می‌باشد. هدف از این مقاله، بررسی جریان حرارت و سیالات دو بعدی در یک کانال مستطیلی شکل به‌همراه سیلندره‌های بیضوی چرخان و بررسی اثرات حضور این استوانه‌های چرخان بر پارامترهایی مانند میزان انتقال حرارت، جدایش جریان حول سیلندرها، تشکیل گردابه‌ها و شدینگ آنها، افت فشار ایجاد شده و نیروی درگ وارده به سیلندرها می‌باشد.



شکل 3. نمایی از خطوط مرزی سیلندرهای بیضوی.



شکل 1. شماتیکی از یک کانال افقی به همراه سیلندرهای بیضوی

ابعاد این هندسه دقیقاً مشابه ابعاد مقاله مرجع [1] بوده و در حالت اولیه ضریب منظر 0.5 در نظر گرفته شده است. هندسه مورد مطالعه در این مقاله به شکلی در نظر گرفته شده است که حداقل افت فشار را ایجاد کند و در عین حال حداکثر نرخ انتقال حرارت را از خود عبور دهد. برای این منظور، چرخش تدریجی استوانه‌ها در جهت جریان در نظر گرفته شده است. جهت مشخص شدن تاثیر ضریب منظر استوانه‌های بیضوی، جریان مقطع سیلندر بیضی شکل و ضریب منظرهای مختلف (کمتر و بیشتر از 0.5 که در مقاله مرجع استناد شده است) نیز مورد مطالعه قرار گرفته است. شکل 2 نمایی از هندسه مورد نظر با توجه به ضریب منظرهای متفاوت را نشان می‌دهد. همچنین مشخصات فیزیکی و مختصات طولی و عرضی مسئله نیز در جدول 1 آورده شده است. هندسه مورد استفاده در این مقاله از 26 خط مرزی تشکیل شده که در شکل 3 الف نشان داده شده است. این خطوط مرزی در واقع قسمتی از بدنه کانال یا منحنی اطراف استوانه‌های بیضوی هستند. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، دهنه ورودی کانال با خط شماره 1 و خروجی با خط شماره 6 مشخص شده است. همچنین هر استوانه بیضوی نیز از 4 منحنی شماره دار تشکیل شده است. هر نقطه نیز دارای شماره‌ای منحصر به خود می‌باشد و همینطور استوانه‌های بیضوی با چهار نقطه مشخص می‌شود. کانال نیز با نقاط 1 و 2 در قسمت ورودی و نقاط 7 و 8 در خروجی کانال مشخص می‌گردند.



شکل 2. نمایی از هندسه مورد مطالعه با توجه به ضریب منظر 0.5

جدول 1. مشخصات فیزیکی و مختصات طولی و عرضی مسئله

علائم	a	b	C	d	E	f	g
فاصله					فاصله	فاصله	فاصله
دو					دهنه	ابتدای	دو
استوانه					ورودی	استوانه	استوانه
بیضوی					از از	بیضوی	بیضوی
از					اولین	از لبه	از
یکدیگر					استوانه	پایینی	یکدیگر
					بیضوی	کانال	
اندازه	0/7	1/4	4	23	1/5	2	2

به طور کل، معادلات حاکم بر جریان سیال بر روی دسته سیلندرها توسط معادلات دیفرانسل جزئی که از قوانین بقای جرم و ممنتوم (ناویر-استوکس) استنتاج شده‌اند تعیین می‌شوند. برای جریان پایا، لزج و تراکم ناپذیر، معادلات ممنتوم و پیوستگی برای به دست آوردن میدان سرعت و توزیع فشار در محدوده مورد نظر با توجه به شرایط مرزی مناسب حل می‌شوند. از آنجایی که در این مقاله کانال مورد نظر دو بعدی در نظر گرفته شده است، معادلات مربوطه در حالت دو بعدی استفاده می‌شود.

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

معادله ممنتوم در جهت X:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

معادله ممنتوم در جهت Y:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

که در معادلات بالا،  $u$  و  $v$  پروفایل سرعت در جهت X و Y به ترتیب هستند. همچنین،  $\rho$  چگالی،  $P$  فشار سیال و  $\mu$  ویسکوزیته دینامیکی هستند. در این مقاله فرض شده است که جریان تراکم ناپذیر است. معادلات حاکم 1 تا 3 برای محدوده شکل 1 در نرم افزار کامسول مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین، در این مقاله از پارامتری تحت عنوان ضریب منظر استفاده شده است که از رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$AB = \frac{b}{a} \quad (4)$$

که در معادلات بالا،  $c$  ضریب پخش،  $a$  ضریب جذب،  $f$  ترم منبع،  $\alpha$  ضریب جابجایی شار نگهدارنده،  $\beta$  ضریب جابجایی و  $\Gamma$  سیرکولیشن<sup>1</sup> است.

### 2-3- شبیه‌سازی عددی

در این مقاله، از نرم افزار کامسول و روش المان محدود برای حل معادلات حاکم بر مساله که شامل معادلات ناویراستوکس و انتقال حرارت است استفاده شده است. در جریان آشفته معادلات توربولانس نیز به این مجموعه اضافه می‌گردد. در تحقیق جاری از مدل توربولانس k-E برای مدل سازی توربولانس استفاده شده است. حل به صورت ناپایا و وابسته به زمان است. همینطور، گام زمانی به شکلی انتخاب می‌گردد که خطاهای باقیمانده حل به حداقل رسیده و معادلات در هر گام زمانی همگرا شوند. بدین منظور از روش گام زمانی متغیر در این تحقیق استفاده شده است و نرم افزار کامسول به شکل خودکار گام زمانی را تنظیم می‌نماید. در بیشتر موارد بخصوص حل جریان آشفته گام زمانی مورد نیاز در حدود 0.001 ثانیه است. در تمامی حالات مورد مطالعه، حل تا زمانی ادامه یافته است که نوسانات اولیه جریان از بین رفته و شرایط حل به شرایط شبه پایا و یا پریودیک برسد. همینطور، خواص سیال و سرعت ورودی به‌عنوان شرایط مرزی مسئله به شکلی تنظیم شده است که بیانگر عدد رینولدز ورودی باشند. همچنین عدد پرانتل سیال در 0.71 در نظر گرفته شده است که معادل عدد پرانتل هوا است.

با مشخص کردن مختصات و زیر فضا و خطوط مرزی، مسئله وارد مرحله دیگری تحت عنوان شبکه‌بندی می‌شود. تعداد گره‌هایی که مسئله هر بار در آن حل می‌گردد، مشخص می‌شود. مش‌بندی مسئله بر اساس مقدار دقت مورد نیاز در خروجی و جواب مسئله می‌تواند ریز یا درشت باشد. اگرچه ریز کردن شبکه می‌تواند به دقت خوبی در نتایج منتهی گردد، لیکن در ریز کردن شبکه باید توجه منطقی به امکانات موجود محاسباتی و زمان مورد نیاز داشته باشد. بنابراین با دو مولفه دقت مورد نیاز و صرفه اقتصادی مسئله وارد مرحله قیاس کردن شبکه می‌شویم. همچنین این شبکه‌ها می‌توانند به حالت مختلف مثلثی، دوزنقه ای و غیره شبکه‌بندی شوند. در این مقاله، از شبکه‌های مثلثی استفاده شده است. شکل 4 نمای کلی از شبکه‌بندی هندسه مورد مطالعه را نشان می‌دهد.

که در معادله بالا،  $a$  اندازه طول محور بزرگ استوانه بیضوی و  $b$  اندازه طول محور کوچک استوانه بیضوی می‌باشد. با استفاده از این تعریف، پارامترهایی مانند عدد رینولدز، ضریب نیروی پسا و برآ به شکل زیر تعریف می‌شوند. در معادلات زیر،  $F_D$  نیروی درگ،  $C_D$  ضریب نیروی پسا و  $C_L$  ضریب نیروی برآ می‌باشند.

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} = \frac{2ua}{\nu} \quad (5)$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho u^2 a} \quad (6)$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho u^2 a} \quad (7)$$

برای تکمیل معادلات ناویر استوکس که در بالا به آن اشار شد نیاز به ارائه کمیت‌ها و بیان یک سری اطلاعات دیگر می‌باشد. این کمیت‌ها شامل سه مجموعه؛ خواص سیال زیرفضا، تثبیت معادلات زیرفضا و اندازه مقادیر اولیه می‌باشد. خواص سیال زیرفضا به‌وسیله چگالی، لزجت دینامیکی، لزجت انبساط، نیروی حجمی در جهت  $x$ ، نیروی حجمی در جهت  $y$  بیان می‌شود. مقادیر این ضرایب در جدول 2 آورده شده است. معادلات مربوط به سیستم زیرفضای حرارتی و سیالاتی که شامل کلیه معادلات برای کلیه زیرفضاهای حرارتی و سیالاتی می‌باشد در زیر ارائه شده است:

$$c = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \nabla u} \quad (8)$$

$$a = -\frac{\partial F}{\partial u} \quad (9)$$

$$\gamma = \Gamma \quad (10)$$

$$\beta = -\frac{\partial F}{\partial \nabla u} \quad (11)$$

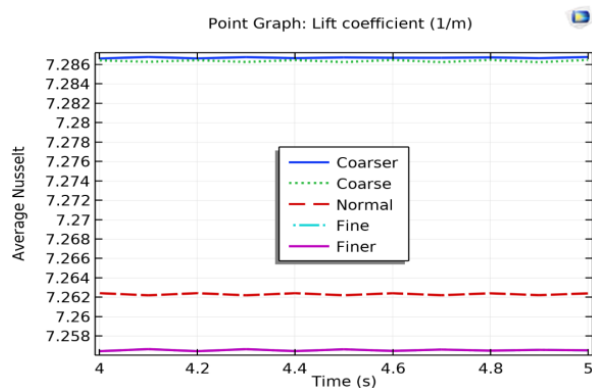
$$\alpha = -\frac{\partial \Gamma}{\partial u} \quad (12)$$

$$f = F \quad (13)$$

جدول 2- فیزیک‌های منابع و خواص سیال در زیر فضای ماژول سیالاتی.

عنوان	مقدار	واحد
چگالی	1.2	$Kg / m^3$
لزجت دینامیکی	$1.5 \times 10^{-3}$	Pa.s
لزجت انبساط	0	Pa.s
نیروی حجمی در جهت $x$	0	$N / m^3$
نیروی حجمی در جهت $y$	0	$N / m^3$

شبکه بندی ریز<sup>1</sup> تغییرات چندانی با حالت شبکه بندی ریزتر<sup>2</sup> ندارد که این نتیجه حاکی از آن است که شبکه ریز انتخاب مناسبی برای اندازه شبکه در تحقیق حاضر بوده و با انتخاب این اندازه از شبکه، حل مستقل از تعداد شبکه می باشد.



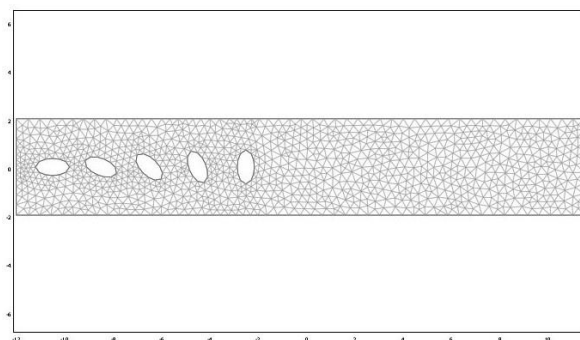
شکل 5. نمایی از شبکه بندی ریز شده در اطراف سیلندر و مش لایه مرزی .

## 5-2- اعتبار سنجی

برای اطمینان از صحت حل عددی نیاز به مقایسه نتایج حاصله از نرم افزار کامسول با سایر مطالعات تجربی و عددی است. از آنجائیکه مطالعات درباره جریان حول استوانه بیضوی کم است، مطابق روش عملکرد مقاله [1]، نتایج بدست آمده با نتایج حاصل از جریان حول استوانه مورد مقایسه قرار گرفته است. این مقایسه در هر دو حالت جریان آرام و جریان آشفته انجام شده است.

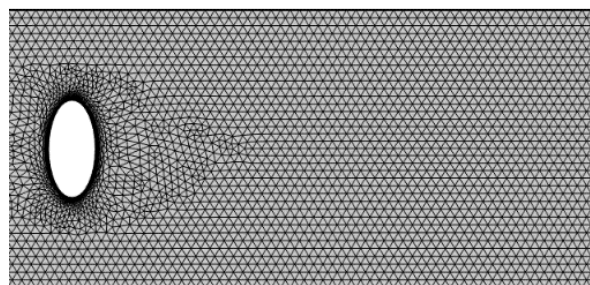
در این قسمت نتایج حاصل از شبیه سازی عددی برای جریان آرام با نتایج بدست آمده از مطالعات مرجع [1] مورد مقایسه قرار گرفته است. جهت هماهنگی با مقاله مرجع، عدد رینولدز در این حالت معادل 100 و 200 و ضریب منظر برابر با 0.5 در نظر گرفته شده است. برای ارائه نتایج اعتبارسنجی، عدد ناسلت به عنوان معیار انتقال حرارت و عدد اشتروهل به عنوان معیاری برای توصیف نوسانات جریان در داخل کانال انتخاب شده است و با نتایج حاصل از مطالعات محققین دیگر در جدول 3 خلاصه شده است.

**جدول 3.** نتایج حاصل از اعتبار سنجی برای عدد ناسلت و اشتروهل در جریان آرام از مقاله حاضر با سایر مطالعات تجربی و عددی.



شکل 4. نمایی از شبکه بندی کانال به همراه سیلندره های بیضوی

برای تولید شبکه در این مقاله از ابزار مش زنی استاندارد نرم افزار کامسول برای استفاده شده است. این شبکه بندی از نوع نامنظم و مثلثی است. بدین ترتیب که مش از نوع Fluid Dynamic بوده و اندازه آن Fine انتخاب شده است. همچنین مش در نزدیکی استوانه ها ریز شده و از مش لایه مرزی در اطراف استوانه ها استفاده شده است. این امر موجب بهتر شدن پیش بینی جریان سیال و انتقال حرارت در اطراف استوانه ها خواهد شد. همچنین، تعداد کل شبکه در محدوده حل در حدود 160000 المان مثلثی بوده است که معادلات جریان باید در هر گام زمانی بر روی این مش ها گسسته سازی و حل شوند. نمونه ای از شبکه تولید شده در دامنه محاسباتی به شکل زوم شده در زیر آورده شده است.



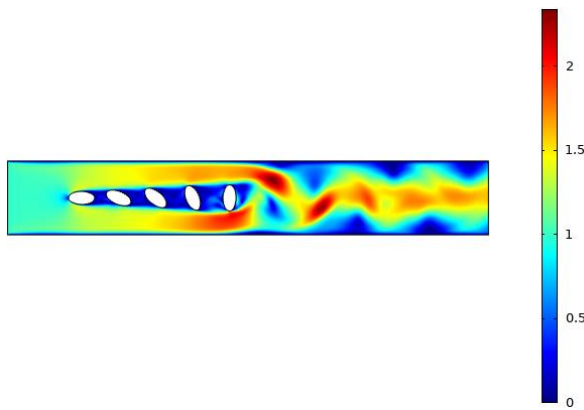
شکل 5. نمایی از شبکه بندی ریز شده در اطراف سیلندر و مش لایه مرزی .

## 4-2- بررسی استقلال از شبکه

برای بررسی استقلال از شبکه ابتدا حالت های مختلف شبکه شامل حالت 1- ریزتر 2- ریز 3- معمولی 4- درشت 5- درشت تر را در حالت شبکه مثلثی جلوه پیشرفته ارائه شده و انتقال حرارت و توزیع دما بروی میدان دمایی با یکدیگر مقایسه می شود. نتایج حاصل از بررسی های استقلال از شبکه برای تغییرات عدد ناسلت متوسط بر روی استوانه آخر با زمان در شکل 6 رسم شده است. همانگونه که مشاهده می گردد رفتار عدد ناسلت با افزایش تعداد شبکه و ریزتر شدن مش تغییر می کند اما الگوی این رفتار برای حالت

Finer<sup>2</sup>

Fine<sup>1</sup>



شکل 7. کانتور سرعت بی‌بعد با توجه به تغییرات زمان بی‌بعد  $t^*=31.66$

Reynolds number	Strouhal number		Nusselt Number	
	Re=100	Re=200	Re=100	Re=200
Present study (Num.)	0.164	0.196	5.182	7.220
Zhuuskas [38]	-----	-----	5.1	7.212
Knudsen and Katz [39]	-----	-----	6.294	7.197
Roshko [42]	0.16-0.17	0.17-0.19	-----	-----
Norberg [43]	0.168	0.18-0.197	-----	-----
Ding et all [45]	0.166	0.196	-----	-----
Alawadhi [41]	0.163	0.196	-----	-----

### 3- بحث و تفسیر نتایج

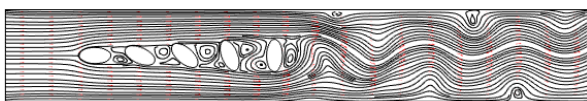
#### 3-1- جریان آرام در داخل کانال با ضریب منظر 0.5

در این قسمت، نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی برای حالت جریان آرام داخل کانال همراه با سیلندرها بیضوی با ضریب منظر 0.5 بررسی می‌شود. همچنین، تاثیر آرایش سیلندرها بیضوی در طول کانال بر شدینگ گردابه و تشکیل گردابه‌ها و مقادیر ضرایب پسا و برا به همراه تغییرات این پارامترها با گذر زمان (پارامتر زمان بی‌بعد) بررسی می‌شوند. با استفاده از کوپل معادلات جریان سیال و انتقال حرارت در کانال مذکور و با در نظر گرفتن ضریب منظر 0.5 و جریان آرام نتایج زیر حاصل شده است. در شکل 7 تغییرات کانتور سرعت بی‌بعد با توجه به زمان بی‌بعد آورده شده است. لازم به ذکر است که زمان شدینگ گردابه در این حالت 0.3 ثانیه فرض شده است و زمان با این مقدار بی‌بعد سازی شده است.

به دلیل پایین بودن عدد رینولدز، ترم نیروهای لزجی به نیروی اینرسی غالب بوده و همین باعث ایجاد جریان متقارن در دو طرف سیلندرها می‌شود که خطوط جریان از روی سطح سیلندرها جدا نمی‌شوند، درحالی‌که با افزایش نیروی اینرسی و افزایش عدد رینولدز، اغتشاش جریان بیشتر شده و به دنبال آن اثر نیروی لزجی کم شده که این امر سبب ایجاد جدایش جریان می‌شود. همانطور که انتظار می‌رود، فشار در قسمت جلویی سیلندرها بیشتر بوده و نهایتاً سرعت سیال بر روی سطح سیلندر به صفر می‌رسد که بیانگر نقطه سکون سیال می‌باشد. همینطور، به خاطر حضور دسته سیلندرها فشار در پشت آخرین سیلندر کمتر شده که این امر بیانگر نیروی درگ کمتر در این محدوده است. همانطور که از کانتور شکل 7 مشاهده می‌شود، سرعت بی‌بعد سیال با گذر زمان در پشت آخرین سیلندر کاهش بیشتری نسبت به سیلندره‌های جلویی پیدا می‌کند.

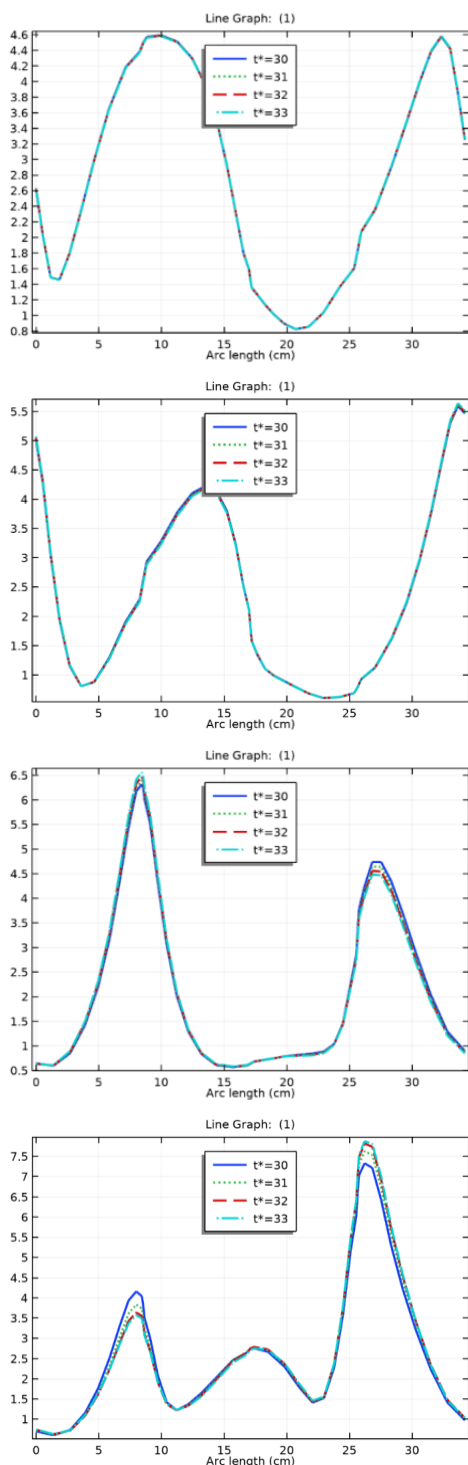
تشکیل و رهاسازی گردابه‌های که موجب تشکیل خیابان‌های گردابه (Vortex Shedding) شده و جریان پایین دست استوانه‌های بیضوی را تحت تاثیر خود می‌گذارند در این شکل کاملاً محسوس است. برای درک بهتر ماهیت جریان، مسیره‌های خطوط جریان در زمان‌های بی‌بعد اعلام شده بالا در شکل 8 ارائه شده است. همانطور که در کانتور خطوط جریان در شکل 8 قابل مشاهده است، هرچه تعداد سیلندر بیشتر می‌شود به دلیل ایجاد موانع در مقابل حرکت سیال میزان گردابه و اندازه آنها بزرگتر می‌شود و بزرگترین گردابه‌ها در پشت آخرین سیلندر تشکیل می‌شود. هر چقدر از سیلندرها در جهت  $y$  فاصله بگیریم، خواص لایه مرزی از بین رفته و میدان سرعت و فشار جریان مطابق با جریان آزاد می‌باشد که این مسئله در کانتورها قابل مشاهده است.

همینطور، به دلیل نحوه آرایش سیلندرها که در طول مسیر حرکت سیال چرخش می‌کنند و بیشتر شدن زاویه آنها و نهایتاً ایجاد موانع بزرگتر در برابر حرکت سیال، اندازه گردابه‌های تشکیل شده بیشتر شده است. افزایش عدد رینولدز به ازای افزایش سرعت جریان آزاد سیال می‌تواند باعث کاهش بیشتر فشار در قسمت جلوی سیلندرها شود و در نتیجه منجر به کاهش بیشتر ضریب نیروی درگ و افزایش طول گردابه‌ها شود. بنا به کانتورهای خطوط جریان در زمان‌های مختلف، می‌توان نتیجه گرفته که با گذر زمان و افزایش پارامتر زمان بی‌بعد اندازه این گردابه‌ها مخصوصاً در فضای بین سیلندرها افزایش یافته که نشان از بی‌نظمی و اغتشاش بیشتر در جریان سیال دارد. پراکنده بودن گردابه‌ها به دلیل عدد رینولدز پایین و به طبع سرعت سیال پایین می‌باشد که در سرعت‌های پایین‌تر گردابه‌ها راحت‌تر پخش می‌شوند.



شکل 8. کانتور خطوط جریان برای زمان بی‌بعد.

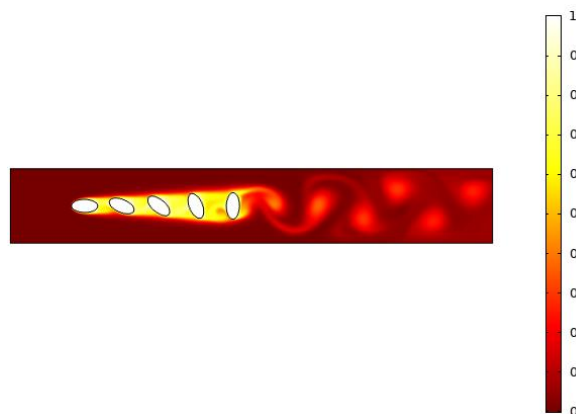
بررسی کانتورهای دمای بی بعد نشان می دهد که ناپایداری های جریان علاوه بر دمای پائین دست جریان پائین دست توزیع دما در اطراف استوانه ها را نیز تحت تاثیر قرار می دهد که بر انتقال حرارت از سطح استوانه ها تاثیر می گذارد. همینطور، تغییرات عدد ناسلت محلی بر روی سیلندرها با زمان بی بعد در شکل 10 رسم شده است.



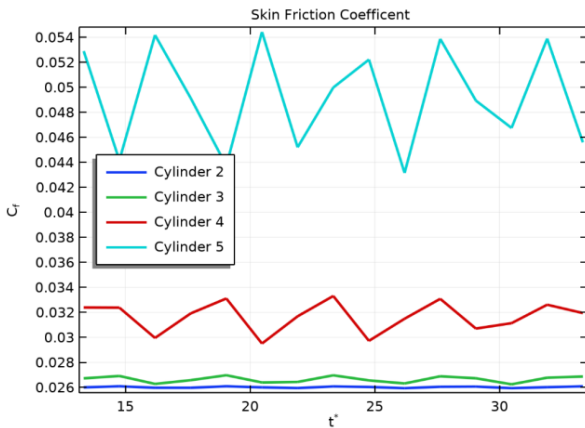
شکل 10. نمودار تغییرات عدد ناسلت محلی با توجه به زمان بی بعد.

علاوه بر جریان پائین دست استوانه، گردابه های تشکیل شده میان استوانه ها نیز مشهود است. همانگونه که مشخص است شکل و اندازه این گردابه ها با زمان تغییر می کند که منجر به تغییرات عمده در میدان جریان و انتقال حرارت می گردد. بدین منظور کانتور دمای بی بعد در زمان های مختلف یک دوره نوسان در شکل 10 ارائه شده است. جریان سیال آزاد با دمای پایین وارد کانال شده و با تبادل حرارت با سیلندرها دمای آن با گذر زمان افزایش می یابد. با توجه به تبادل حرارت سیال سرد با سیال گرم شده ناشی از حضور پنج سیلندر و جایگزینی سیال از جریان آزاد، تنها رگه های از گرما و حرارت در وسط کانال باقی می ماند. این رگه های گرما از مختصات تقریبی 4 شروع شده و تا خروجی که در مختصات 11 می باشد ادامه دارد. تفاوت این رگه در ابتدا و انتهای کانال این است که در ابتدای کانال بیشتر بوده و در انتهای کانال کمتر و کم رنگ تر می شود. در انتهای استوانه پنجم نیز با توجه به اینکه شکل قرارگیری آن در کانال بصورت زاویه 90 درجه و متقارن می باشد کومه گرما بعد از آن بصورت تقریباً متقارن ظاهر می شود. علت عدم تقارن کامل پخش دمایی در بالا و پایین این کومه بخاطر تاثیر چرخش استوانه های اول تا چهارم و تاثیر فزونی گرمای آنها در کومه استوانه پنجم می باشد.

همانطوریکه از شکل کانتور 9 پیدا است قسمت پایینی بزرگتر و پررنگتر می باشد و این بعلاوه زاویه چرخش استوانه ها قبلی است که به سمت پایین بوده و باعث تغییر در تبادل حرارت سیال در اطراف استوانه ها شده اند. در بین استوانه ها چون سرعت سیال کمتر می شود و سیال زیادی از آن در زمانی مشخص عبور نمی کنند، زمان کافی برای تبادل حرارت و گرم شدن را فراهم می کند. به همین دلیل در فاصله بین استوانه ها می توان افزایش دمای سیال را مشاهده کرد. این افزایش دما در بین استوانه ها براساس شمارش استوانه ها متفاوت می باشد. زیرا با افزایش زاویه چرخش، هم فضای بین استوانه دچار تغییر می شود و هم جهت حرکت سیال تا حدودی بهم می خورد.

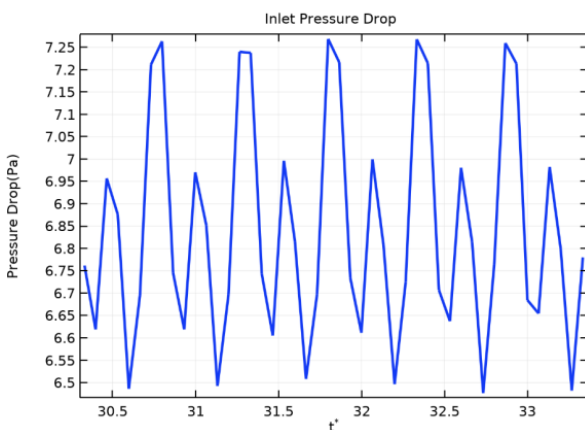


شکل 9. کانتور دمای بی بعد با توجه به زمان بی بعد  $t^* = 3.67$



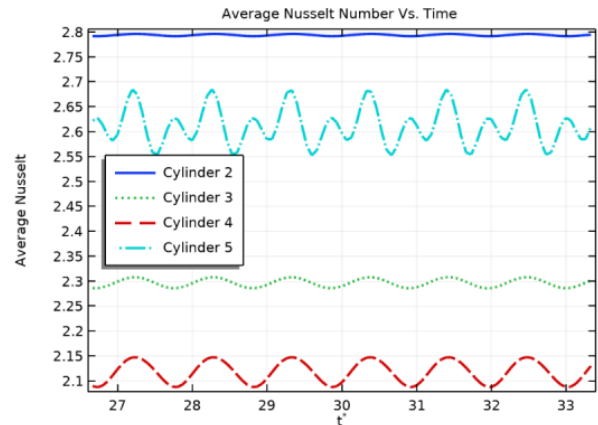
شکل 12. نمودار تغییرات ضریب برآ با توجه به زمان بی‌بعد.

با عبور سیال و برخورد با دسته سیلندرها، گردابه‌هایی در پشت هر یک از این سیلندرها ایجاد شده و این گردابه‌ها در بالا دست جریان از بین می‌روند. هر چه فشار سیال در پشت سیلندرها کمتر شود، گردابه‌های بیشتری در آن قسمت تشکیل می‌شود. از طرفی، به دلیل طراحی سیلندرها در این مقاله (افقی بودن شکل اولین سیلندر در داخل کانال و افزایش زاویه آن‌ها به ترتیب تا رسیدن به زاویه 90 درجه یا حالت عمودی آخرین سیلندر) و همچنین بیضوی بودن سیلندرها این امکان به سیال داده می‌شود گردایان فشار در طول بیشتری توزیع شود و در نتیجه گردایان فشار معکوس کاهش یابد. این امر سبب به تاخیر افتادن جدایش لایه مرزی می‌شود و به عنوان نتیجه می‌توان گفت که افت فشار کمتری در برابر حرکت سیال ایجاد می‌شود. تغییرات افت فشار متوسط در قسمت ورودی کانال با توجه به گذر زمان در شکل 13 ارائه شده است. همانطور که از نمودار مشاهده می‌گردد، افت فشار در کانال نیز مانند سایر متغیرهای مورد مطالعه با زمان بی‌بعد تغییر می‌نماید.



شکل 13. نمودار تغییرات افت فشار در قسمت ورودی کانال با توجه به زمان بی‌بعد.

مشاهده می‌گردد که تغییرات عدد ناسلت محلی با زمان برای سیلندر 1 (زاویه صفر-همراستا با جریان) حداقل بوده و این تغییرات با افزایش زاویه نسبت به جهت جریان بیشتر می‌گردد بطوریکه این تغییرات در سیلندر 5 حداکثر می‌گردد. شکل 11 تغییرات عدد ناسلت متوسط با توجه به زمان را نشان می‌دهد.



شکل 11. نمودار تغییرات عدد ناسلت میانگین برای هر کدام از سیلندرها با توجه به زمان بی‌بعد.

برای محاسبه عدد اشتروهل برای بررسی رفتار ضریب برآ با توجه به گذر زمان (زمان بی‌بعد)، از روش آنالیز فوریه برای به دست آوردن فرکانس تولید گردابه استفاده شده است. شکل 12 تغییرات ضریب برآ برای هر کدام از سیلندرها با توجه به تغییرات زمان بی‌بعد را نشان می‌دهد. به طور کلی، رفتار ضریب برآ برای تمامی سیلندرها با گذر زمان به صورت تناوبی می‌باشد. همانطور که از شکل مشخص است، کمترین مقدار ضریب برآ به دلیل پدیده‌های ناهمسو در مکانیک سیالات به سیلندر شماره 2 اختصاص داده شده است. همچنین، می‌توان نتیجه گرفت که سیلندر شماره 5 بیشترین مقدار فرکانس شدینگ گردابه و بیشترین تغییرات دامنه نیروی برآ و در پی آن بیشترین مقدار نیروی درگ را دارد در حالیکه سیلندر شماره 2 کمترین مقدار فرکانس شدینگ گردابه و کمترین دامنه تغییرات نیروی برآ و در پی آن کمترین نیروی درگ را به خود اختصاص داده است. همینطور می‌توان نتیجه گرفت که مقدار شدینگ گردابه در کانال به همراه دسته سیلندرها بیضوی به طور خطی با افزایش تعداد سیلندرها افزایش پیدا می‌کند. دلیل این امر این است که سیلندرهایی که در ردیف‌های پشتی قرار دارند در ناحیه کم فشاری به نسبت سیلندر جلویی قرار دارند و به دلیل اثرات تداخلی شدینگ گردابه‌ها نیروی برآی بیشتری به سیلندرهایی پشتی وارد می‌شود.

کانال متحمل چرخش شده و تغییر زاویه می دهند. تعداد سیلندرها بیضوی مورد مطالعه 5 عدد بوده که زاویه آنها از صفر تا 90 درجه تغییر می کند. پارامترهای مورد بررسی در این مقاله مانند عدد ناسلت، میدان سرعت سیال و شدینگ گردابه ها با توجه به گذر زمان در نظر گرفته شده اند که برای این کار از پارامتر زمان بی بعد استفاده شده است. با استفاده از حل عددی جریان و انتقال حرارت حول سیلندرها نتیجه شده است که گردابه های تولید شده در دو طرف سیلندرها تقارن خود را حفظ کرده اند. طبق نتایج به دست آمده از حل عددی، میزان انتقال حرارت حول استوانه ها به دلیل چرخیدن سیلندرها بیشتر شده است. همچنین، به دلیل وجود موانع در بالادست جریان، کانتورهای خطوط جریان بیانگر تولید بیشترین میزان گردابه ها و بیشترین نیروی درگ وارده به سیلندر آخر هستند. این در حالی است که سیلندر دوم کمترین مقدار نیروی درگ و کمترین اندازه تولید گردابه ها را دارد. با توجه به کانتورهای افت فشار می توان نتیجه گرفت که آرایش سیلندرها به شکل چرخان باعث ایجاد کمترین مقدار افت فشار در جهت جریان شده است. همچنین، نتیجه شده است که در نظر گرفتن آرایش چرخان برای سیلندرها باعث ایجاد گردابه های نامتقارن حول سیلندرها نشده است.

## 5- نمادها

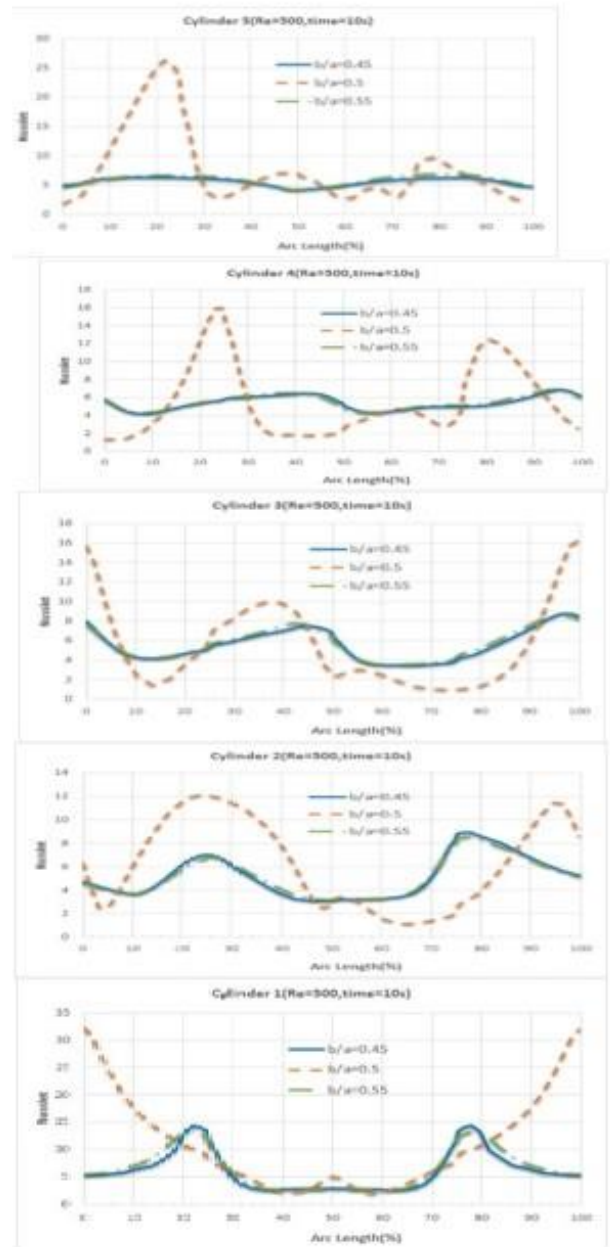
### علائم انگلیسی

ضریب نسبت	AR
ظرفیت گرمایی KJ/Kg K	Cp
ضریب اصطکاک پوستی	Cf
قطر دایره	d
نوسلت متوسط	Nu
فشار $N/M^2$	P
عدد پرانتل	Pr
سرعت در جهت محور x m/s	U
سرعت در جهت محور y m/s	V
جابجایی در جهت محور x m	X
جابجایی در جهت محور y m	Y

## مراجع

- [1] Matos, R., et al., Three-dimensional optimization of staggered finned circular and elliptic tubes in forced convection. International Journal of Thermal Sciences, 2004. 43(5): p. 477-487.

در انتها در شکل 14 با تغییر در ضریب منظر استوانه های بیضوی در دو حالت کوچکتر و بزرگتر، بعنوان ارائه هدف نهایی و نوآوری در این مقاله، مقدار حرارت و توزیع جریان با هم مقایسه می شود و نتایج طی نمودارهای هم پوشانی شده با هم مورد ارزیابی قرار می گردد.



شکل 14. مقایسه انتقال حرارت با توجه به تغییرات عدد نوسلت در 5 استوانه برای ضریب منظرهای متفاوت

## 4- جمع بندی

در این مقاله، جریان در اطراف سیلندرها بیضوی در داخل یک کانال مستطیلی مورد بررسی قرار گرفته است. آرایش سیلندرها در داخل کانال به طوری قرار داده شده است که سیلندرها در جهت حرکت سیال در داخل

- [19] Kovasznay, L., Hot-wire investigation of the wake behind cylinders at low Reynolds numbers. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 1949. 198(1053): p. 174-190.
- [20] Roshko, A., On the development of turbulent wakes from vortex streets. 1953.
- [21] Braza, M., P. Chassaing, and H.H. Minh, Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields in the near wake of a circular cylinder. Journal of fluid mechanics, 1986. 165: p. 79-130.
- [22] El Baroudi, M.Y., Measurement of two-point correlations of velocity near a circular cylinder shedding a Karman vortex street. 1960, Citeseer.
- [23] Nishioka, M. and H. Sato, Measurements of velocity distributions in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers. Journal of Fluid Mechanics, 1974. 65(1): p. 97-112.
- [24] Nishioka, M. and H. Sato, Mechanism of determination of the shedding frequency of vortices behind a cylinder at low Reynolds numbers. Journal of Fluid Mechanics, 1978. 89(1): p. 49-60.
- [25] Williamson, C.H., Defining a universal and continuous Strouhal-Reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular cylinder. The Physics of fluids, 1988. 31(10): p. 2742-2744.
- [26] Sheard, G.J., M.C. Thompson, and K. Hourigan, From spheres to circular cylinders: the stability and flow structures of bluff ring wakes. Journal of Fluid Mechanics, 2003. 492: p. 147-180.
- [27] Dušek, J., P. Le Gal, and P. Fraunić, A numerical and theoretical study of the first Hopf bifurcation in a cylinder wake. Journal of Fluid Mechanics, 1994. 264: p. 59-80.
- [28] Kawaguti, M., Numerical solution of the Navier-Stokes equations for the flow around a circular cylinder at Reynolds number 40. Journal of the Physical Society of Japan, 1953. 8(6): p. 747-757.
- [29] You, D. and P. Moin, Effects of hydrophobic surfaces on the drag and lift of a circular cylinder. Physics of Fluids, 2007. 19(8): p. 081701.
- [30] Seo, I.W. and C.G. Song, Numerical simulation of laminar flow past a circular cylinder with slip conditions. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2012. 68(12): p. 1538-1560.
- [31] Silva, A.L.E., A. Silveira-Neto, and J. Damasceno, Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. Journal of Computational Physics, 2003. 189(2): p. 351-370.
- [32] Kawamura, T., et al., Flow around a finite circular cylinder on a flat plate: Cylinder height greater than turbulent boundary layer thickness. Bulletin of JSME, 1984. 27(232): p. 2142-2151.
- [33] Pulletikurthi, V., et al., On the development of low frequency structures in near and far laminar wakes. Physics of Fluids, 2019. 31(2): p. 023604.
- [2] Parnaudeau, P., et al., Experimental and numerical studies of the flow over a circular cylinder at Reynolds number 3900. Physics of Fluids, 2008. 20(8): p. 085101.
- [3] Lu, X., C. Dalton, and J. Zhang, Application of large eddy simulation to flow past a circular cylinder. 1997.
- [4] Breuer, M., A challenging test case for large eddy simulation: high Reynolds number circular cylinder flow. International journal of heat and fluid flow, 2000. 21(5): p. 648-654.
- [5] Chen, W.-L., et al., Numerical investigation of steady suction control of flow around a circular cylinder. Journal of Fluids and Structures, 2015. 59: p. 22-36.
- [6] Sarpkaya, T., An analytical study of separated flow about circular cylinders. 1968.
- [7] Davis, M.D., An analytical study of separated flow about a circular cylinder. 1969, Naval Postgraduate School.
- [8] Verzicco, R., et al., Numerical and experimental study of the interaction between a vortex dipole and a circular cylinder. Experiments in fluids, 1995. 18(3): p. 153-163.
- [9] Gushchin, V., et al., Numerical and experimental study of the fine structure of a stratified fluid flow over a circular cylinder. Journal of applied mechanics and technical physics, 2007. 48(1): p. 34-43.
- [10] Dinarvand, S., et al., Series solutions for steady three-dimensional stagnation point flow of a nanofluid past a circular cylinder with sinusoidal radius variation. Meccanica, 2013. 48(3): p. 643-652.
- [11] Zdravkovich, M.M., Flow around circular cylinders. Fundamentals, 1997. 1: p. 566-571.
- [12] Salleh, M., R. Nazar, and I. Pop, Forced convection boundary layer flow at a forward stagnation point with Newtonian heating. Chemical Engineering Communications, 2009. 196(9): p. 987-996.
- [13] Taneda, S., Experimental investigation of the wakes behind cylinders and plates at low Reynolds numbers. Journal of the Physical Society of Japan, 1956. 11(3): p. 302-307.
- [14] Coutanceau, M. and R. Bouard, Experimental determination of the main features of the viscous flow in the wake of a circular cylinder in uniform translation. Part 1. Steady flow. Journal of Fluid Mechanics, 1977. 79(2): p. 231-256.
- [15] Marris, A., A review on vortex streets, periodic wakes, and induced vibration phenomena. 1964.
- [16] Lienhard, J.H., Synopsis of lift, drag, and vortex frequency data for rigid circular cylinders. Vol. 300. 1966: Technical Extension Service, Washington State University Pullman, WA.
- [17] Noack, B.R. and H. Eckelmann, A global stability analysis of the steady and periodic cylinder wake. Journal of Fluid Mechanics, 1994. 270: p. 297-330.
- [18] Lin, C., et al., Characteristics of recirculation zone structure behind an impulsively started circular cylinder. Journal of engineering mechanics, 2012. 138(2): p. 184-198.

- [40] Churchill, S. and M. Bernstein, A correlating equation for forced convection from gases and liquids to a circular cylinder in crossflow. 1977.
- [41] Alawadhi, E.M., Laminar forced convection flow past an in-line elliptical cylinder array with inclination. Journal of heat transfer, 2010. 132(7).
- [42] Roshko, A., On the drag and shedding frequency of two-dimensional bluff bodies. 1954.
- [43] Norberg, C., Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements. Journal of Fluids and Structures, 2003. 17(1): p. 57-96.
- [44] Meneghini, J., et al., Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangements. Journal of fluids and structures, 2001. 15(2): p. 327-350.
- [45] Ding, H., et al., Numerical simulation of flows around two circular cylinders by mesh-free least square-based finite difference methods. International journal for numerical methods in fluids, 2007. 53(2): p. 305-332.
- [34] Vijay, K., et al., Flow-induced transverse vibration of an elliptical cylinder with different aspect ratios. Ocean Engineering, 2020. 214: p. 107831.
- [35] Karlson, M., B.G. Nita, and A. Vaidya, Numerical Computations of Vortex Formation Length in Flow Past an Elliptical Cylinder. Fluids, 2020. 5(3): p. 157.
- [36] Nag, P., M.M. Molla, and M.A. Hossain. Non-Newtonian shear thinning effect on natural convection flow over an isothermal elliptical cylinder. in AIP Conference Proceedings. 2019. AIP Publishing LLC.
- [37] Seo, Y.M., M.Y. Ha, and Y.G. Park, A numerical study on the three-dimensional natural convection with a cylinder in a long rectangular enclosure. Part I: Size effect of a circular cylinder or an elliptical cylinder. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2019. 134: p. 420-436.
- [38] Žukauskas, A., Heat transfer from tubes in crossflow, in Advances in heat transfer. 1972, Elsevier. p. 93-160.
- [39] Knudsen, J.G., D.L. Katz, and R.E. Street, Fluid dynamics and heat transfer. Physics Today, 1959. 12(3): p. 40.

