

Research Paper



Study of the waveplates based on the hyperbolic metamaterials



Simin Shirin \*<sup>1</sup>, Saeedeh Akbarian<sup>2</sup>, Amir Madani<sup>3</sup>



This paper is an open access and licenced under the CC BY NC licence.



DOI: 10.22034/strap.2024.18923

**Reference to this article:** Shirin, S; Akbarian,S; Madani, A; (2024). Study of the waveplates based on the hyperbolic metamaterials. *Scientific Researches in Theoretical and Applied Physics*, 2 (2): 51-55

Keywords

half waveplate, hyperbolic metamaterial, graphene, phase properties

A B S T R A C T

In this study, the phase properties of graphene-based hyperbolic metamaterial slab have been investigated. Initially, we the transmission spectrum of this structure has been calculated and it was shown the presence of two photonic band gaps that depend on the polarization and incident angle. Next, we determine the phase and phase difference between transverse electric (TE) and transverse magnetic (TM) waves under different incident angles. The results show that there is no phase difference between these polarized waves under normal incidence, indicating isotropic behavior of the structure. However, for non-zero incident angles, a significant phase difference ( ) emerges at the edge of the first photonic bandgap, particularly in the frequency range close to 10 THz. This observed phase difference suggests that the aforementioned structure can be effectively employed in designing half-wave plates within this frequency range. Additionally, we demonstrate that the intensity and working frequency of the designed half-wave plate can be controlled by adjusting the angle of incident light.

Received: 2023/10/05

Accepted: 2024/12/10

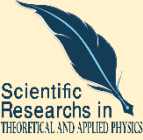

Available: 2025/07/08

\* Corresponding Author: Simin Shirin


E-mail: siminshirin2000@gmail.com

1. Teacher Assistant, Department of Laser and Optical Engineering, University of Bonab, Bonab, Iran.
2. Department of Laser and Optical Engineering, University of Bonab, Bonab, Iran.
3. Department of Laser and Optical Engineering, University of Bonab, Bonab, Iran.

## مقاله پژوهشی

	<h2>مطالعه تیغه‌های موج مبتنی بر فرامواد هایپربولیک</h2>	
<p>سیمین شیرین<sup>1*</sup>، سعیده اکبریان<sup>2</sup>، امیر مدنی<sup>3</sup></p>		

	<p>این مقاله به صورت دسترسی باز و با لایسنس CC BY NC کپی‌رایت کاملاً قابل استفاده است.</p>	
---	--	---

<p><b>ارجاع به این مقاله:</b> شیرین، سیمین؛ اکبریان، سعیده؛ مدنی، امیر؛ (1403). مطالعه تیغه‌های موج مبتنی بر فرامواد هایپربولیک. پژوهش‌های علمی در فیزیک نظری و کاربردی، 2(2): 51-55.</p>	<p>DOI: 10.22034/strap.2024.18923</p>	
---	---------------------------------------	---

چکیده	کلیدواژه‌ها
<p>در این مطالعه، خواص فازی یک بره فرامواد هایپربولیک گرافن پایه بررسی شده است. ابتدا، طیف تراگسیل این ساختار محاسبه شده و نشان داده شده است که دو گاف باند فوتونی بر اساس قطبش و زاویه تابش در این ساختار ایجاد می‌شود. سپس، فاز و اختلاف فاز بین دو موج قطبیده الکتریکی عرضی (TE و مغناطیسی عرضی (TM) در زوایای تابش مختلف محاسبه شده است. نتایج نشان می‌دهد که در تابش عمودی، هیچ اختلاف فازی بین امواج قطبیده الکتریکی و مغناطیسی عرضی وجود نمی‌آید و در این حالت ساختار به صورت مواد همسانگرد رفتار می‌کند. سپس فاز و اختلاف فاز در زوایای تابشی غیر صفر بررسی شده است. مشاهده می‌شود که در زوایای تابشی غیر صفر، یک اختلاف فاز بزرگ ( ) در لبه اولین گاف باند فوتونی در ناحیه فرکانسی نزدیک به ۱۰ تراهرتز به وجود می‌آید. این اختلاف فاز ایجاد شده نشان دهنده قابلیت استفاده از این ساختار برای طراحی تیغه نیمه موج در فرکانس مذکور است. همچنین نشان داده شد که شدت و فرکانس کاری تیغه نیمه موج طراحی شده به وسیله تغییر زاویه نور فرودی قابل کنترل است.</p>	<p>تیغه نیم موج، فرامواد هایپربولیک، گرافن، خواص فازی.</p>
	<p>دریافت شده: 1402/07/13 پذیرفته شده: 1403/09/20 منتشر شده: 1404/04/17</p>

\* نویسنده مسئول: سیمین شیرین

رایانامه: siminshirin2000@gmail.com

1- دکتری تخصصی، گروه مهندسی اپتیک و لیزر، دانشگاه بناب، بناب، ایران.

2- گروه مهندسی اپتیک و لیزر، دانشگاه بناب، بناب، ایران.

3- گروه مهندسی اپتیک و لیزر، دانشگاه بناب، بناب، ایران.

مقدمه

تیغه‌های موج که به عنوان تاخیرساز نیز شناخته می‌شوند نوعی از المان‌های اپتیکی هستند که نور را عبور داده و حالت قطبش آن را بدون تضعیف، انحراف یا جابجایی پرتو تغییر می‌دهند. آنها این کار را با به تاخیر انداختن یک مولفه قطبش نسبت به مولفه متعامد آن انجام می‌دهند. دو نوع رایج از تیغه‌های موج، تیغه‌ی نیم‌موج و تیغه ربع موج می‌باشد. تیغه‌های نیم موج جهت قطبش نور قطبیده خطی را تغییر می‌دهند و تیغه‌ی ربع موج نور قطبیده خطی را به نور قطبیده دایروی و بالعکس تبدیل می‌کنند [۱].

معمولاً از کریستال‌های دوشکستی با ضخامت معین برای ساخت تیغه‌موج استفاده می‌شود. این کریستال‌ها، مشکلات فراوانی در مجتمع‌سازی ادوات نوری ایجاد می‌کنند. برای غلبه بر این مشکلات، اخیراً از مواد نامتعارف و ساختارهای جدید برای طراحی و ساخت تیغه‌های موج استفاده می‌شود. یکی از مهمترین ساختارهایی که در سال‌های اخیر در این زمینه مطرح شده، تیغه‌های موج مبتنی بر فرامواد هایپربولیک است [۲] که به خاطر قابلیت‌های ویژه در کنترل فاز نور اهمیت زیادی پیدا کرده‌اند. از طرف دیگر، گرافن که یک ماده دوبعدی متشکل از اتم‌های کربن است، بنا به خواص جالبی که دارد از جمله تنظیم‌پذیری و اتلاف کم در نواحی تراهرتز و مادون قرمز، ماده مناسبی برای استفاده در فرامواد هایپربولیک می‌باشد [۳]. لذا در این مقاله به بررسی امکان طراحی تیغه‌های موج در یک بره مبتنی بر فرامواد هایپربولیک گرافن‌پایه خواهیم پرداخت. امید است مطالعات پیش رو گامی موثر در جهت توسعه و طراحی تیغه‌های موج تنظیم‌پذیر باشد.

مدل و محاسبات تئوری

ساختار مورد مطالعه یک بره فرامواد هایپربولیک گرافن پایه است که در شکل (1) نشان داده شده است. ساختار شامل لایه‌های دی‌الکتریک با ضخامت 50nm و گرافن با ضخامت 0.34nm و به ترتیب با گذردهی‌های الکتریکی  $\epsilon_d = 2.25$ ،  $\epsilon_g = 1 + i \left( \frac{\sigma_g \eta_0}{k_0 d_g} \right)$  و ضریب‌های تراوایی مغناطیسی  $\mu_d = \mu_g = 1$  می‌باشد. در رابطه فوق  $\eta_0 = 377\Omega$  امپدانس هوا،  $d_g$  ضخامت موثر گرافن و  $k_0 = 2\pi/\lambda$  بردارموج خلا می‌باشد.  $\sigma_g$  رسانندگی سطحی گرافن را نشان می‌دهد که شامل دو بخش درون بانندی و برون بانندی است [۴]. مقدار این کمیت با فرمول کوبو بیان می‌شود که در فرکانس‌های پایین،  $\hbar\omega \leq \mu_c$ ، از رابطه زیر بدست می‌آید [۴]:

$$\sigma_g = \frac{ie^2}{4\pi\hbar} \left( \frac{16k_B T}{\hbar\omega} \ln 2 \cosh \left( \frac{\mu_c}{2k_B T} \right) \right) \quad (1)$$

در این رابطه  $e$  بار یک الکترون،  $\hbar$  ضریب ثابت پلانک کاهش یافته،  $k_B$  ثابت بولتزمن،  $T$  دمای مطلق و  $\mu_c$  پتانسیل شیمیایی گرافن است که از طریق ولتاژ گیت قابل کنترل است. گذردهی الکتریکی موثر محیط با استفاده از تقریب محیط موثر بدست می‌آید که برابر است با :

$$\epsilon_{eff} = (\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z) \quad (2)$$

که در آن

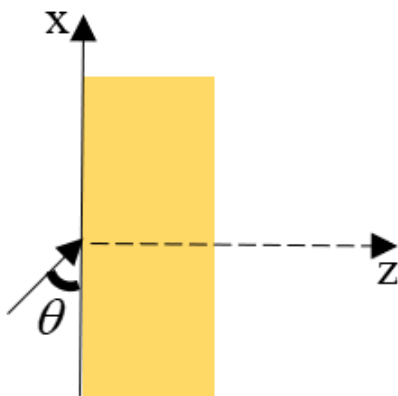
$$\epsilon_z = \epsilon_{\perp} = \frac{\epsilon_g d_d (d_g + d_d)}{\epsilon_g d_d + \epsilon_d d_g} \quad (3)$$

$$\epsilon_{x,y} = \epsilon_{\parallel} = \frac{\epsilon_g d_g + \epsilon_d d_d}{d_g + d_d}$$

است. در اینجا نماد  $\parallel$  و  $\perp$  بیانگر جهت‌های موازی و عمودی نسبت به صفحات گرافن هستند. برای محاسبه ضریب تراگسیل از روش شناخته شده ماتریس انتقال استفاده کرده‌ایم [۵]. با نوشتن ضریب تراگسیل به صورت  $t = |t| e^{i\varphi}$  که در آن  $\varphi$  فاز ضریب تراگسیلی و  $|t|$  بیانگر اندازه ضریب است می‌توان فاز نور تراگسیلی را از رابطه زیر محاسبه کرد.

$$\varphi = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(t)}{\text{Re}(t)} \right) \pm m\pi \quad (4)$$

که در آن  $m$  یک عدد صحیح است و با توجه به اینکه  $\varphi$  تابع یکنواختی از بسامد است، تعیین می‌شود. سپس با استفاده از این فازها اختلاف فاز نور قطبیده الکتریکی عرضی TE و مغناطیسی عرضی TM را با رابطه  $\Delta\varphi = \varphi_{TM} - \varphi_{TE}$  بدست آورده‌ایم.



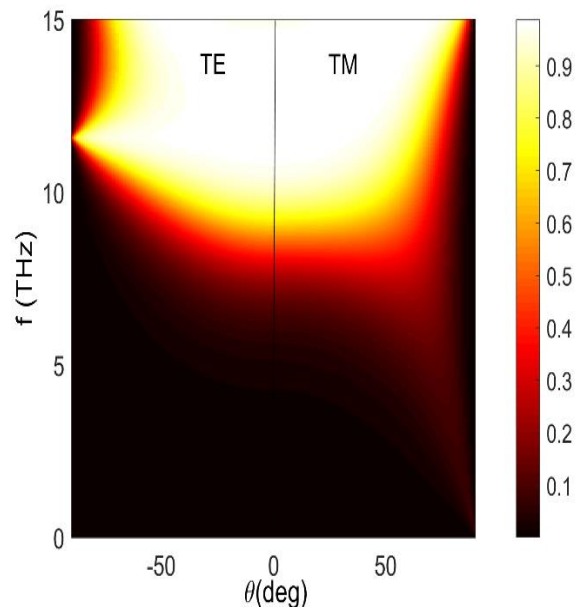
شکل 1. شماتیکی از یک بره فرامواد هایپربولیک مبتنی بر گرافن.

شکل 3. طیف تراگسیل، فاز و اختلاف فازی بین امواجی با فطیش های TE و TM در یک بره فرامواد هایپربولیک مبتنی بر گرافن به صورت تابعی از فرکانس در چندین زاویه تابش مختلف. پارامترهای استفاده شده در این شکل جز زاویه تابش نور فرودی مشابه با شکل 2 است.

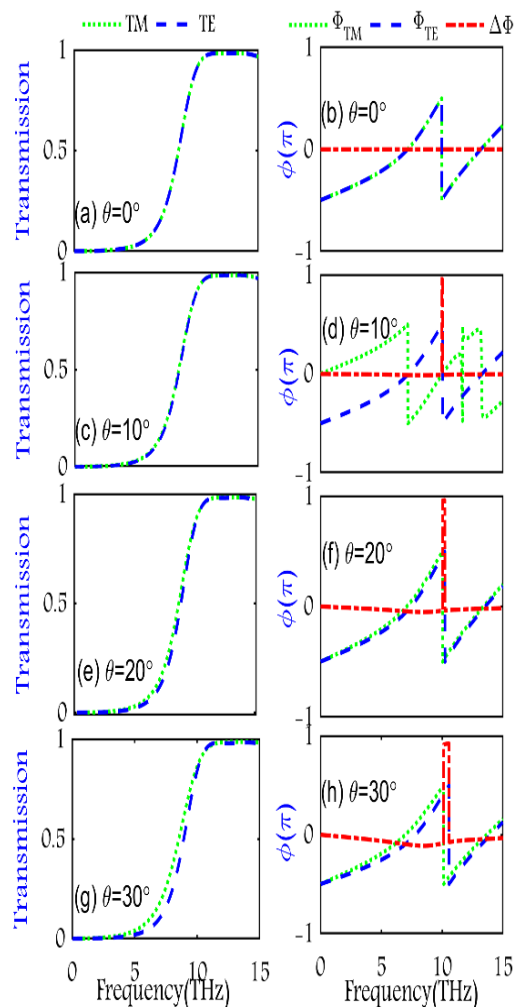
### نتایج

در شکل 2 طیف تراگسیل ساختار را به صورت تابعی از فرکانس ( $f$ ) و زاویه تابش ( $\theta$ ) برای دو نوع قطبش الکتریکی عرضی و مغناطیسی عرضی رسم کرده‌ایم. سمت چپ این شکل، طیف تراگسیل امواجی با قطبش TE و سمت چپ آن طیف تراگسیل امواجی با قطبش TM است. نواحی تاریک بیانگر گاف باندهای فوتونی ساختار است. نتایج ما نشان می‌دهد که در تابش عمودی  $\theta = 0^\circ$  یک گاف باند فوتونی در نزدیکی ناحیه فرکانسی  $0 \leq f \leq 7 \text{THz}$  ایجاد می‌شود. در این حالت هیچ تمایزی بین طیف تراگسیل امواجی با قطبش TE و TM وجود ندارد. این وضعیت نشان می‌دهد که در تابش عمود ساختار مورد مطالعه شبیه مواد همسانگرد رفتار می‌کند. در زاوایای تابش غیر صفر شرایط متفاوت است. برای زاوایای  $\theta \neq 0^\circ$  تشابهی که در طیف تراگسیل امواجی با قطبش TE و TM در تابش عمود وجود داشت، از بین می‌رود. در طیف تراگسیل امواج قطبیده الکتریکی عرضی، در زاوایای  $\theta \leq 60^\circ$  یک گاف باند فوتونی وابسته به زاویه تابش، قطبش و فرکانس ایجاد می‌شود که با افزایش زاویه تابش پهن تر می‌شود. در زاوایای بزرگتر از  $\theta = 60^\circ$  یک گاف باند فوتونی جدیدی علاوه بر گاف فوتونی قبلی در نواحی فرکانسی بزرگتر ظاهر می‌شود که پهنای این گاف باند فوتونی جدید نیز با افزایش زاویه تابش پهن تر می‌شود. در طیف تراگسیل امواج مغناطیسی عرضی برخلاف طیف تراگسیل امواج الکتریکی عرضی تنها یک گاف باند فوتونی وابسته به زاویه تابش و قطبش مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه تابش پهنای این گاف باند فوتونی جدید نیز افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر نتایج ما نشان داد که تغییر زاویه تابش تاثیر متفاوتی بر روی طیف تراگسیل امواجی با قطبش TE و TM دارد. به طوری که پهنای گاف باند فوتونی و تعداد گاف باندها وابسته به قطبش و زاویه تابش نور فرودی است.

در ادامه برای اینکه اثر زاویه تابش نور فرودی بر فاز و اختلاف فازی بین امواجی با قطبش TE و TM مشخص شود، در شکل 3 فاز و اختلاف فازی بین قطبش‌های TE و TM امواج تراگسیلی را به صورت تابعی از فرکانس در زاویه تابش مختلف رسم کرده‌ایم. پارامترهای استفاده شده در اینجا به جز  $\theta$  مشابه با پارامترهای شکل 2 است.



شکل 2. طیف تراگسیل یک بره فرامواد هایپربولیک مبتنی بر گرافن.



## نتیجه گیری

با مطالعه مقدار اختلاف فاز ما بین دو پرتو تراگسیلی با قطبش الکتریکی و مغناطیسی عرضی در لبه گاف باند فوتونی وابسته به قطبش و زاویه تابش مشخص شد که در این ناحیه فرکانسی یک تیغه نیم موج ایجاد می‌شود که با تغییر زاویه تابش نور فرودی می‌توان فرکانس کاری تیغه نیم موج ایجاد شده را تنظیم کرد.

## منابع و مراجع

- [1] A. M. Title, Improvement of birefringent filters. 2: Achromatic waveplates, Applied Optics 14 (1975) 229-237.
- [2] P. Weis, O. Paul, C. Imhof, R. Beigang, and M. Rahm, Strongly birefringent metamaterials as negative index terahertz waveplates, Applied Physics Letters 95(2009) 171104.
- [3] A. Madani, and S.R. Entezar, Optical properties of one-dimensional photonic crystals containing graphene-based hyperbolic metamaterials, Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications, 25(2017) 58-64.
- [4] L. A. Falkovsky, S.S. Pershoguba, Optical far-infrared properties of graphene monolayer and multilayers, Physical Review B 76(2007) 153410.
- [5] P. Yeh, A. Yariv, and C.S. Hong Electromagnetic Propagation in periodic stratified media. I. General theory, Optical Society of America 67(1977) 423-438.

در سمت راست شکل 3، طیف های تراگسیل و در سمت چپ آن فاز و اختلاف فاز در زوایای تابش متناظر نشان داده شده است. زوایای تابش استفاده شده به ترتیب  $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$  انتخاب شده است. در  $0^\circ = \theta$ ، همانطور که از شکل 2 انتظار داریم طیف تراگسیل امواجی با قطبش‌های TE و TM بر هم منطبق شده‌اند. متناظراً فاز طیف تراگسیل امواج الکتریکی عرضی و مغناطیسی عرضی نیز برابر بوده و بنابراین  $\phi_{TE} = \phi_{TM}$  است. همچنین در این حالت هیچ اختلاف فازی بین امواج الکتریکی و مغناطیسی عرضی وجود ندارد و بنابراین  $\Delta\phi = 0$  شده است. در زوایای تابش غیر صفر نیز، مقایسه طیف‌های تراگسیل ساختار نشان می‌دهد که با افزایش زاویه تابش لبه گاف باند فوتونی به سمت فرکانس‌های بزرگتر جابجا شده و پهنای آن افزایش می‌یابد. علاوه بر این بررسی اختلاف فازی بین امواج الکتریکی و مغناطیسی عرضی طیف تراگسیلی در زوایای غیر صفر نیز نشان می‌دهد که اختلاف فاز نور تراگسیلی در ناحیه داخل گاف باند فوتونی در این زوایا بسیار ناچیز و تقریباً صفر است. در حالی که اندازه اختلاف فازی در لبه گاف باند فوتونی بسیار قابل توجه است. به طوری که در ناحیه نزدیک به  $10^\circ$  تراهرتز اختلاف فازی شدید نزدیک به  $\Delta\phi = \pi$  مشاهده می‌شود. این اختلاف فازی بیانگر ایجاد یک تیغه نیم‌موج در ناحیه فرکانسی فوق است. مقایسه اختلاف فاز در این زوایا نیز نشان می‌دهد که با افزایش زاویه تابش فرکانس کاری تیغه نیم‌موج ایجاد شده افزایش یافته و اندکی به سمت فرکانس‌های بزرگتر جابجا می‌شود که بیانگر تنظیم‌پذیری فرکانس کاری تیغه نیم‌موج ایجاد شده در این ساختار با تغییر زاویه تابش است.