

EXTENDED ABSTRACT

Optimally Placement of Active Tendons with Consideration of Various Uncertainties

Hossein Ghaffarzadeh*, Alireza Aran

Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Iran

Received: 14 July 2023; Reviewed: 18 September 2023; Accepted: 02 December 2023

Keywords:

Optimally actuators placement, Active tendons, Parametric uncertainty, Time delay, Sensor faults, Actuator faults.

1. Introduction

In this research, active tendons' optimal placement based on an enumeration method has been investigated in the presence of various uncertainties such as parametric uncertainty, time delay, and sensor/actuator faults. To design the appropriate controller against uncertainties, H_{∞} method has been used as a useful method according to the robust control theory.

2. Methodology

The illustration of the effect of different uncertainties in optimally placing the active tendons is the aim of this paper. First, the formulation of the H_{∞} problem is performed to synthesize the proper controller against uncertainties. Then, enumeration optimization is utilized to achieve the best location of active tendons. At last, the effect of each uncertainty in active tendons optimally placement is illuminated. Three and five-story shear building structures with different patterns of tendons are considered which are excited with a synthetic earthquake. The synthetic earthquake record, which is scaled to 0.35g, is shown in Fig. 1.

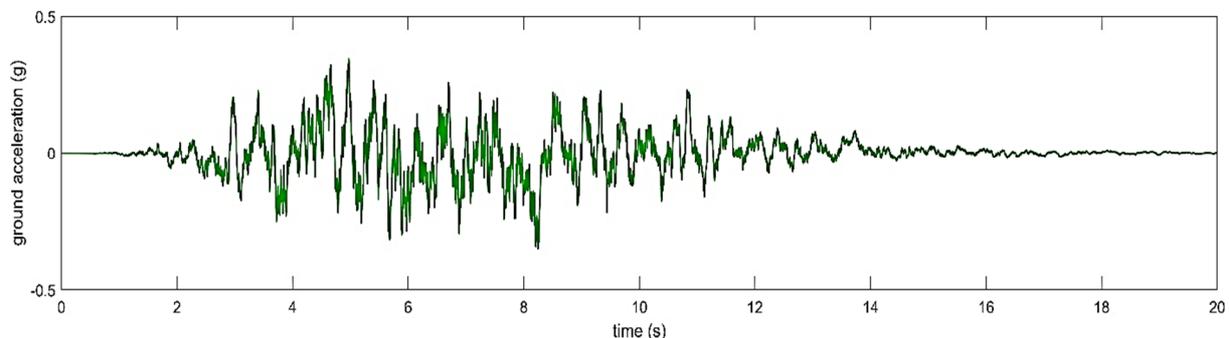


Fig. 1. Synthetic earthquake acceleration time history

3. Results and discussion

To evaluate the optimal placement of active tendons in the presence of various uncertainties, Three and five-story shear structures are considered under the vibration of a synthetic earthquake. Various decision-making indices can be selected to examine the optimal location of active tendons. The root mean square of the response of displacement, velocity, acceleration, and control force can also be considered for the purpose of this paper. Therefore, the indices are calculated as follows

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \frac{\sum_{j=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(d_c)_i^2}{T_s}}}{\sum_{j=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(d_{uc})_i^2}{T_s}}} & J_2 &= \frac{\sum_{j=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(v_c)_i^2}{T_s}}}{\sum_{j=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(v_{uc})_i^2}{T_s}}} \\
 J_3 &= \frac{\sum_{j=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(a_c)_i^2}{T_s}}}{\sum_{j=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(a_{uc})_i^2}{T_s}}} & J_4 &= \frac{\sum_{j=1}^r \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(U_c)_i^2}{T_s}}}{\sum_{j=1}^n m_j}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Indices J_1 to J_4 are related to displacement, velocity, acceleration, and control force, respectively. Parameters d , v , a , and U indicate displacement of floors, velocity of floors, acceleration of floors, and control force of actuators, respectively. The subscripts c and uc are used for the controlled structure and uncontrolled structure, respectively. T_s means the number of time steps of time history analysis or structural response information extraction. The mass of floors is also indicated by m_j .

The considered three-story structures with different positioning of active tendons are shown in Fig. 2. According to Fig. 3 and 4, it is concluded that structure 5 has reduced the structural responses more than structures 6 and 7, with a lower control force. Also, comparing structures with two active tendons, structure 4 has a better performance compared to other structures in terms of reducing structural responses, but the required control force of this structure is raised with the increase of parametric uncertainty.

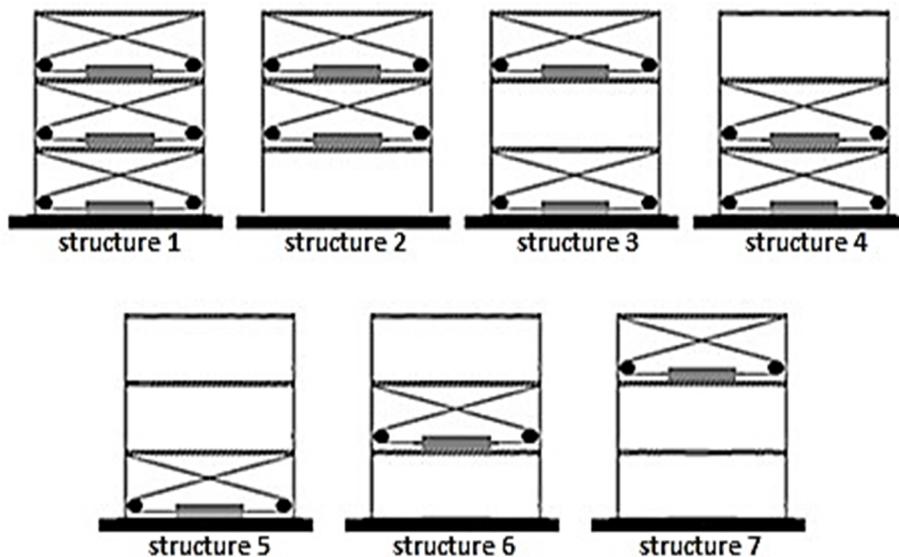


Fig. 2. Three-story shear structures with different number and placement of active tendons

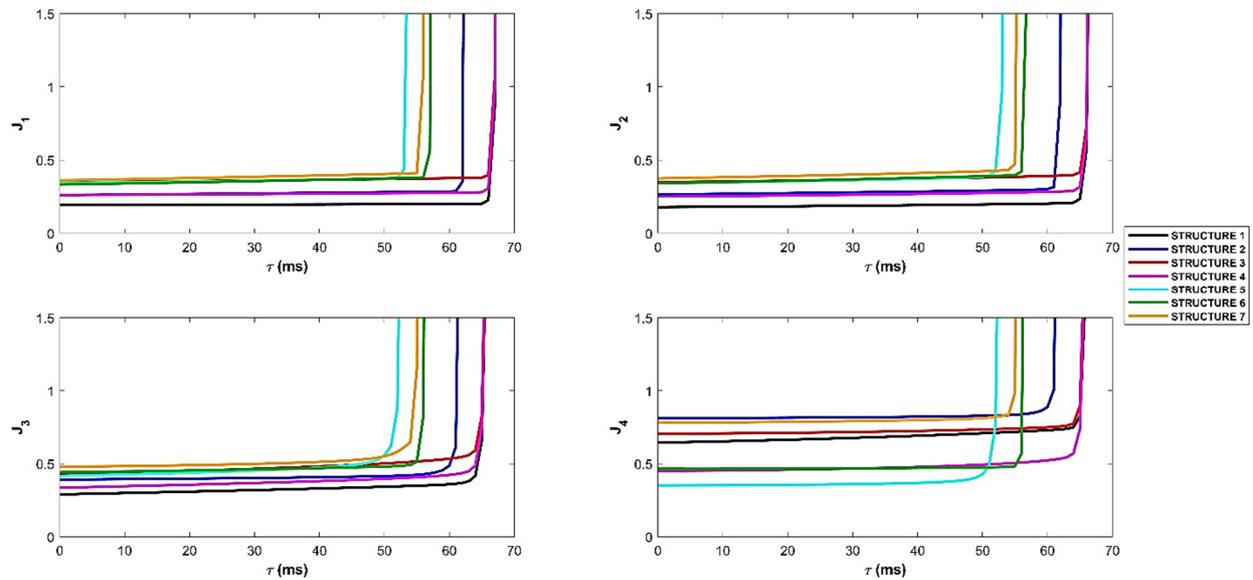


Fig. 3. Response ratios with parametric uncertainty=0% for 3-story shear buildings

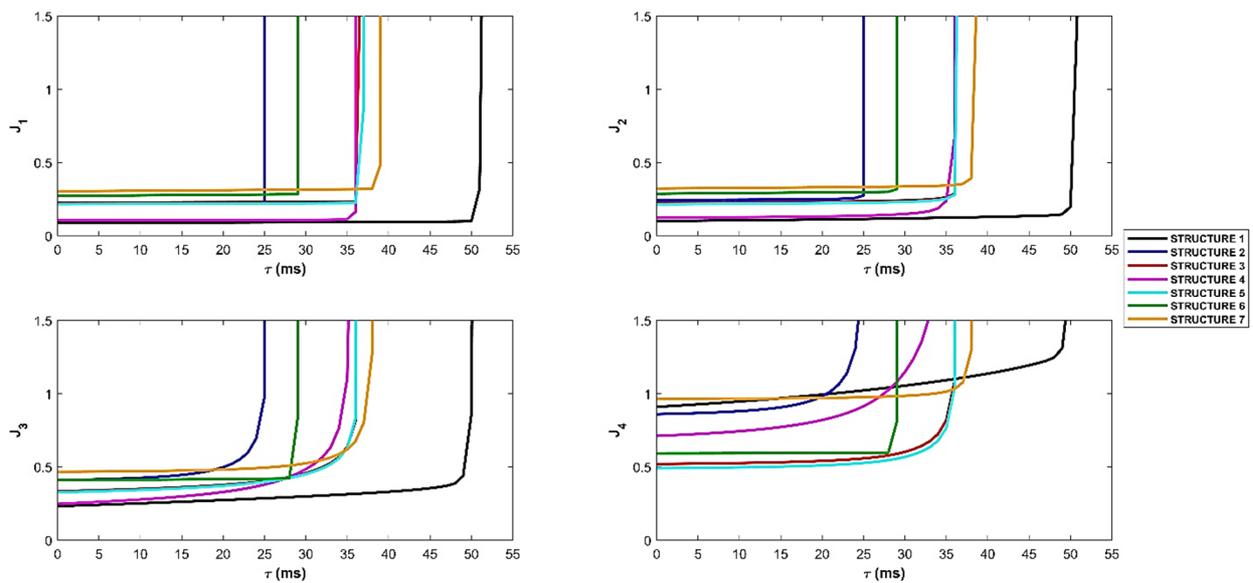


Fig. 4. Response ratios with parametric uncertainty=5% for 3-story shear buildings

The five-story structures are named with the symbols of $SI_{i(j)}$ and $SE_{i(j)}$, which mean the presence and the absence of active tendons in $i(j)$ floor(s), respectively. Also, the presence of active tendons in all floors of the structure is indicated by the SI_F symbol. Fig. 5 and 6 show that structures SI_2 and SI_{23} have reduced the structural responses more than structures SI_1 and SI_{34} , with a lower control force, respectively.

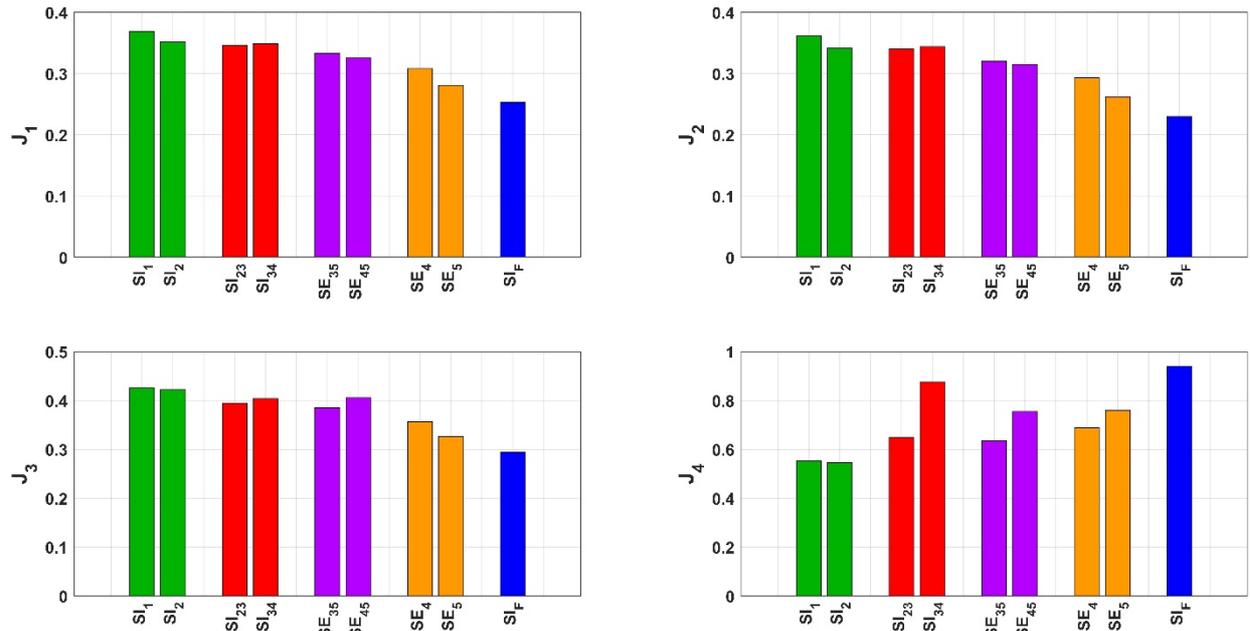


Fig. 5. Response ratios with parametric uncertainty=0% for 5-story shear buildings

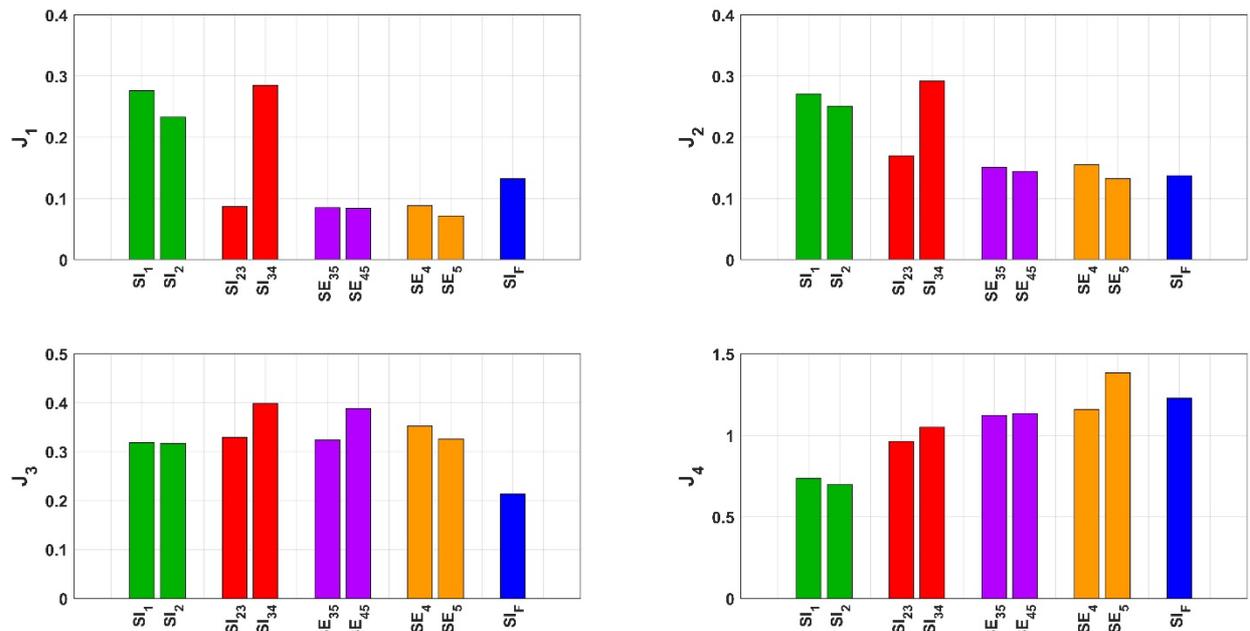


Fig. 6. Response ratios with parametric uncertainty=5% for 5-story shear buildings

4. Conclusions

In this research, the effect of parametric uncertainties, time delay, and sensor/actuator fault on the optimal placement of active tendons was investigated. A three and five-story shear structures vibrated by synthetic earthquake was evaluated by considering the different positions of the active tendons in terms of number and location. The results showed that parametric uncertainty has an important effect on the optimal placement of active tendons. As a result, uncertainties can play vital role in optimally placement of active tendons.

جانمایی بهینه تاندون‌های فعال با در نظر گرفتن انواع عدم قطعیت‌ها

حسین غفارزاده^{1*}، علیرضا آران²

¹ استاد دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

² دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

دریافت: 1402/4/23، بازنگری: 1402/6/27، پذیرش: 1402/9/11، نشر آنلاین: 1402/9/11

چکیده

در طراحی سیستم‌های کنترل فعال، بهینه‌یابی تعداد و محل محرک‌ها نه تنها نقش مهمی در کنترل سازه‌ها دارند، بلکه منجر به پیاده‌سازی مقرون به صرفه سیستم کنترلی می‌شوند. جهت جایابی بهینه محرک‌ها، توابع هزینه و شاخص‌های تصمیم مختلفی می‌توانند توسط طراح بررسی شوند. اما با توجه به حضور اجتناب‌ناپذیر انواع عدم قطعیت‌ها در سیستم‌های کنترل فعال مانند تأخیر زمانی، عدم قطعیت پارامترها و خطای سنسورها/محرک‌ها، بایستی عدم قطعیت‌های مذکور در طراحی کنترل‌کننده لحاظ شوند. در این پژوهش، جانمایی بهینه محرک‌ها برای سیستم کنترلی تاندون‌های فعال در حضور انواع عدم قطعیت‌ها بررسی می‌شود و تأثیر هر یک از آن‌ها ارزیابی می‌شود. بدین منظور، هفت سازه برشی سه طبقه و 31 سازه برشی پنج طبقه با جای‌گیری مختلف تاندون‌های فعال تحت ارتعاش زلزله ساختگی در نظر گرفته می‌شوند. با بررسی حضور هم‌زمان تأخیر زمانی و عدم قطعیت پارامتری نشان داده می‌شود که برخی حالات جای‌گیری تاندون‌های فعال به عدم قطعیت پارامترها حساس‌تر بوده و کنترل‌کننده طراحی شده تأخیر زمانی مجاز کمتری را پوشش می‌دهد. بنابراین، عدم قطعیت پارامتری در جانمایی بهینه تاندون‌های فعال می‌تواند نقش اساسی داشته باشد. همچنین پاسخ‌های جابه‌جایی، سرعت، شتاب و نیروی کنترلی در حضور تأخیر زمانی و عدم قطعیت پارامترها ارزیابی شده و عملکرد هر کدام از حالات جای‌گیری تاندون‌های فعال بررسی می‌شوند. بررسی خطای سنسورها/محرک‌ها به همراه عدم قطعیت‌های پارامترها و تأخیر زمانی نشان می‌دهد که این نوع عدم قطعیت در تعیین جانمایی بهینه تاندون‌های فعال نقش چندانی ندارد. بنابراین می‌توان از عدم قطعیت خطای سنسورها/محرک‌ها در جایابی بهینه تاندون‌های فعال صرف‌نظر کرد.

کلیدواژه‌ها: جانمایی بهینه محرک‌ها، تاندون‌های فعال، عدم قطعیت پارامتری، تأخیر زمانی، خطای سنسورها، خطای محرک‌ها.

1- مقدمه

فعال از انرژی خارجی برای بهبود شرایط سازه استفاده می‌کند. سازگاری این نوع سیستم کنترلی با شرایط محیط بالا بوده ولی نسبت به عدم قطعیت‌ها حساس است. در سیستم‌های کنترل فعال، اطلاعات پاسخ‌های سازه توسط سنسورها اندازه‌گیری شده و محاسبات لازم جهت حصول نیروی کنترلی مورد نیاز توسط کنترل‌کننده‌ها انجام می‌شوند. در نهایت نیروی به دست آمده توسط محرک‌ها تولید می‌شود. یکی از مطمئن‌ترین دستگاه‌های کنترل فعال، تاندون‌های فعال هستند (Boduroğlu و Nigdeli، 2013؛ Aran و همکاران، 2024).

در صورت استفاده از تاندون‌های فعال، نیروی تولید شده توسط محرک‌ها به کمک تاندون‌ها به سازه اعمال می‌شود. از جمله موضوعات مهم در کنترل فعال سازه، جای‌گیری مناسب و بهینه

سازه‌های هوشمند مقاوم در برابر نیروهای زلزله به سازه‌هایی اطلاق می‌شوند که با اضافه شدن دستگاه‌های کنترلی، سازه قابلیت انطباق با شرایط محیط را داشته باشد. در این سازه‌ها، تغییر در شرایط محیط یا سازه احساس می‌شود، شرایط جدید ارزیابی شده و داده‌های اندازه‌گیری شده جمع‌آوری می‌شوند تا دستورات لازم جهت ارتقای عملکرد سیستم صادر شود. در نتیجه، ایمنی، سرویس‌دهی و یکپارچگی سازه حفظ می‌شود. سازه‌های کنترل شده که بخشی از سازه‌های هوشمند می‌باشند، به چهار گروه با سیستم‌های کنترلی غیرفعال، فعال، نیمه‌فعال و ترکیبی طبقه‌بندی می‌شوند. تئوری کنترل فعال سازه در طی دهه‌های اخیر به سرعت توسعه یافته است. یک سازه کنترل شده به روش



ژنتیک چند هدفه برای قرارگیری بهینه محرک‌ها در مقالات مختلف دیگری مورد مطالعه قرار گرفته است. برای مثال، Guo و همکاران (2012) دو سازه ساختمانی با رفتار غیرخطی مصالح را با در نظر گرفتن تعداد کل محرک‌ها و شتاب‌سنج‌ها به‌عنوان تابع هدف بررسی کردند. در پژوهش دیگری، تعداد و جانمایی بهینه تاندون‌های فعال در ساختمان‌های نامنظم با در نظر گرفتن اندرکنش خاک و سازه مورد ارزیابی قرار گرفت (Nazarimofrad و همکاران، 2019). همچنین، قرارگیری بهینه تاندون‌های فعال برای ساختمان‌هایی با نامنظمی جرمی یا سختی بررسی شده است (Rather و Alam، 2022).

قرارگیری بهینه محرک‌ها یک مسئله بهینه‌سازی ترکیبی است؛ زیرا فضای طراحی گسسته است. در نتیجه، هیچ الگوریتم کلی و مؤثری برای حل مسئله قرارگیری بهینه محرک‌ها وجود ندارد (Lu و همکاران، 1994). خوشبختانه محل قرارگیری محرک‌ها در سازه‌های ساختمانی در برخی موارد دارای انتخاب محدودی است. به‌عنوان مثال، اگر r محرک در یک ساختمان n طبقه قرار گیرند، تعداد مکان‌های عملی محرک‌ها به‌صورت $n!/(r!(n-r)!)$ محاسبه می‌شود. بنابراین، الگوریتم‌های مبتنی بر روش‌های شمارشی می‌توانند کاربردی باشند.

مطالعات تحقیقاتی زیادی برای جانمایی بهینه محرک‌ها از طریق روش‌های شمارشی مانند اندازه‌گیری کنترل‌پذیری مودال¹⁰، شاخص عملکرد¹¹، شاخص کنترل‌پذیری¹² و روش‌های آماری¹³ انجام شده است. روش کنترل‌پذیری مودال، قابل کنترل بودن یا نبودن یک سیستم را آشکار می‌کند. این معیار ساده است؛ زیرا مکان بهینه محرک‌ها را می‌توان در سیستم کنترل حلقه باز بدون نیاز به نیروی کنترل فعال تعیین کرد. همچنین، این روش مستقل از اغتشاش ورودی به سیستم مانند نیروی زلزله است. با این حال، این اندازه‌گیری برای پاسخ سازه‌ای با یک مود غالب که کمتر برای سازه‌های برانگیخته شده توسط زلزله کاربرد دارد، مؤثر است (Yang و Morris، 2014؛ Zhang و همکاران، 2021).

با توجه به نقاط ضعف روش کنترل‌پذیری مودال، روش‌های بهتری بر اساس شاخص عملکرد ارائه شده‌اند. شاخص عملکرد به‌صورت ادغام انرژی کنترلی و پاسخ‌های سازه‌ای در تاریخچه زمانی لحاظ می‌شوند. این روش‌ها برای سازه‌های هوشمند با چندین مود ارتعاشی غالب در پاسخ سیستم بسیار مفید هستند، اما آن‌ها به تحریک خارجی وابسته بوده و به محاسبات بسیار

محرک‌ها یا تاندون‌ها می‌باشد. به‌همین دلیل، روش‌های مختلف بهینه‌سازی جهت جانمایی بهینه و مناسب محرک‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند.

روش‌های بهینه‌سازی در حالت کلی به سه دسته محاسباتی¹، شمارشی² و تصادفی³ طبقه‌بندی می‌شوند. الگوریتم‌های شمارشی به‌دلیل ساده و کاربردی بودن، برای بهینه‌سازی ترکیبی⁴ ایده‌آل هستند. به‌دلیل ارزیابی و مقایسه همه طرح‌ها، تضمین می‌شود که روش‌های شمارشی می‌توانند پاسخ‌های بهینه سراسری را در یک فضای جستجوی محدود پیدا کنند. عیب این روش این است که چنین الگوریتم‌هایی برای مسائل بهینه‌سازی بزرگ ناکارآمد هستند. روش‌های شمارشی به سه نوع تقسیم می‌شوند: شمارش کامل صریح⁵، شمارش کامل ضمنی⁶ و شمارش ناقص⁷. در روش شمارشی نوع اول، تمامی پاسخ‌های ممکن با یکدیگر مقایسه می‌شوند. این نوع شمارش برای مسائل پیچیده‌تر مناسب و امکان‌پذیر نیست. برای کاهش پیچیدگی حل مسئله بهینه‌سازی، بخش‌هایی از حل مسئله که قطعاً کمتر از حد بهینه هستند حذف می‌شوند. در این صورت، شمارش از نوع ضمنی است. در نوع شمارش ناقص، بخش‌هایی از فضای جستجو با نگاه شهودی انتخاب می‌شوند. بنابراین، پاسخ‌های تقریبی نه لزوماً بهینه به‌دست می‌آیند.

روش‌های جستجوی تصادفی برای جایابی بهینه محرک‌ها در مطالعات مختلف استفاده شده‌اند. الگوریتم ژنتیک (GA)⁸ محبوب‌ترین الگوریتم بهینه‌سازی فراابتکاری برای مکان‌یابی محرک‌ها می‌باشد (Abdullah و همکاران، 2001).

برای مثال، Rao و همکاران (1991) از روش الگوریتم ژنتیک در سازه‌ای با سیستم کنترل فعال برای تعیین مکان بهینه محرک‌ها استفاده کردند.

Liu و همکاران (2003) از یک مسئله بهینه‌سازی گسسته و غیرخطی و همچنین الگوریتم ژنتیک برای یافتن مکان بهینه محرک‌ها در ساختمان‌های بلند استفاده کردند.

Li و همکاران (2004) تعداد و قرارگیری بهینه محرک‌ها را در یک سازه با کنترل فعال توسط الگوریتم ژنتیک دو سطحی بررسی کردند.

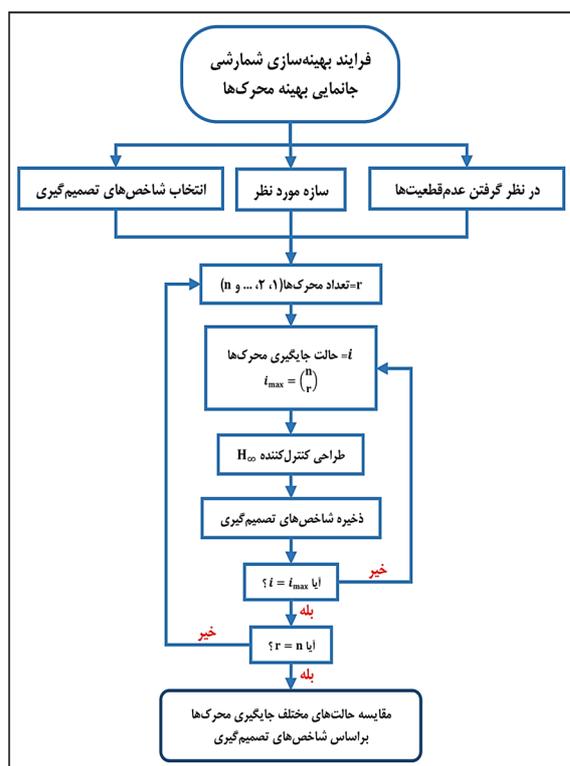
Askari و همکاران (2017) با استفاده از روش بهینه‌سازی چندهدفه⁹ بر اساس یک الگوریتم ژنتیک جدید، تعداد و مکان بهینه محرک‌ها و میراگرهای مغناطیسی را برای سیستم‌های کنترل نیمه‌فعال و فعال به‌طور هم‌زمان پیدا کردند. الگوریتم

8. Genetic algorithm
9. Multi objective optimization
10. Modal controllability measuring
11. Performance index
12. Controllability index
13. Statistical method

1. Computational
2. Enumerative
3. Random
4. Combinatorial optimization
5. Explicit complete enumeration
6. Implicit complete enumeration
7. Incomplete enumeration

تقسیم‌بندی کرد. برای مثال، عدم قطعیت‌های سیستم‌های کنترلی برای جایابی بهینه محرک‌ها می‌توانند بدین صورت بیان شود:

روش به کار رفته در این پژوهش، روش H_∞ می‌باشد که در بخش بعد با کمک ناتساوی‌های ماتریسی خطی (LMI)⁸ فرمول‌بندی خواهد شد. باتوجه به این که در فرمول‌بندی مسئله از لِم‌ها⁹ استفاده می‌شود تا حاشیه اطمینانی برای کنترل‌کننده طراحی شده در نظر گرفته شود. بنابراین عدم قطعیت در طراحی بهینه کنترلر وارد مسئله می‌شود. از طرفی مدل‌سازی سازه و سیستم کنترلی به دلیل وجود عدم قطعیت پارامتری، تأخیر زمانی و خطای سنسور/محرک دارای عدم قطعیت می‌باشد. همچنین شاخص‌های تصمیم‌گیری برای جایابی بهینه محرک‌ها می‌تواند تأخیر زمانی مجاز، ماکزیمم پاسخ، جذر میانگین مربعات (RMS)¹⁰ پاسخ‌ها و ... متناسب با نظر طراح انتخاب شود که در تعیین بهترین محل محرک‌ها تأثیر دارد. باتوجه به توضیحات فوق، فرایند جایابی بهینه محرک‌ها در حضور عدم قطعیت‌ها بسیار پیچیده می‌باشد. در این تحقیق، تأثیر عدم قطعیت‌های مدل و تصمیم‌گیری در سیستم کنترلی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.



شکل 1- نمودار گردشی فرایند بهینه‌سازی شمارشی برای جانمایی بهینه محرک‌ها

بیشتری نیاز دارند تا بهترین مکان را برای محرک‌ها تعیین کنند (Darivandi و همکاران، 2013؛ Gupta و همکاران، 2010).

علاوه بر شاخص عملکرد، سایر معیارهای عملکردی بر اساس انرژی تلف شده، آسیب سازه‌ای و سطح آسایش قابل بررسی است (Cheng و همکاران، 2008؛ Askari و همکاران، 2017). برای کاهش پیچیدگی محاسبه شاخص عملکرد، شاخص کنترل‌پذیری توسط محققان برای جایابی بهینه محرک‌ها توسعه داده شد (Amini و Tavassoli، 2005). این معیار بر اساس طیف پاسخ و شکل مودی سازه کنترل‌نشده می‌باشد که به دلیل تقریب، دقت معیار و قابلیت اجرای آن تحت تأثیر قرار می‌گیرد. از مزایای این معیار می‌توان به تابع هدف ساده و قابلیت در نظر گرفتن چندین مود ارتعاشی اشاره کرد. روش دیگر، روشی تصادفی و آماری است که معایب روش‌های قبلی را بهبود می‌بخشد. این روش محاسبات پیچیده‌ای ندارد، چندین مود ارتعاشی را در نظر می‌گیرد و جانمایی بهینه محرک‌ها مستقل از رکورد زلزله انجام می‌شود (Cheng و همکاران، 2002).

با توجه به مطالعات انجام شده، به نظر می‌رسد عدم قطعیت‌های سیستم‌های کنترلی حلقه مفقوده موقعیت‌یابی بهینه محرک‌ها می‌باشند. بنابراین، هدف این پژوهش بررسی اثر عدم قطعیت‌ها بر جانمایی بهینه محرک‌ها با رویکرد بهینه‌سازی شمارشی است. یکی از روش‌های متداول طراحی کنترلر مطابق نظریه کنترل مقاوم¹، روش کنترل H_∞ می‌باشد. عدم قطعیت‌های پارامتریک² (عدم قطعیت پارامترها مانند جرم، سختی و میرایی)، تأخیر زمانی³ و خطای حسگرها/محرک‌ها⁴، عدم قطعیت‌های معمول سیستم‌های کنترلی هستند که می‌توانند در طراحی کنترل‌کننده H_∞ گنجانده شوند. در نظر گرفتن این عدم قطعیت‌ها در مطالعات مختلف برای سازه‌های ساختمانی مورد بررسی قرار گرفته‌اند (Raji و همکاران، 2018؛ Lezgy-Nazargah و همکاران، 2020). در نظر گرفتن هم‌زمان این عدم قطعیت‌ها در طراحی کنترلر از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بنابراین، طراحی کنترل‌کننده H_∞ با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامتری، تأخیر زمانی و خطای حسگرها/محرک‌ها برای ارزیابی اثر چنین عدم قطعیت‌هایی بر جانمایی بهینه محرک‌ها هدف این پژوهش است.

عدم قطعیت‌های موجود در طراحی سازه‌ها و سیستم‌های کنترلی جهت جای‌گیری بهینه محرک‌ها را می‌توان به سه دسته عدم قطعیت روش⁵، عدم قطعیت مدل⁶ و عدم قطعیت تصمیم‌گیری⁷

6. Uncertainty of model
7. Uncertainty of decision-making
8. Linear Matrix Inequality
9. Lemmas
10. Root Mean Square

1. Robust control
2. Parametric uncertainty
3. Time delay
4. Sensors/Actuators fault
5. Uncertainty of method

2- فرایند جانمایی بهینه محرکها

نظر گرفته می‌شوند. نیروی کنترلی تأخیردار تحمل‌پذیر خطای سنسور/محرک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$u(t - \tau) = kF(t)y(t - \tau) \quad (3)$$

که در آن k بهره فیدبک کنترل‌کننده تأخیردار تحمل‌پذیر خطای سنسور/محرک که بعداً طراحی خواهد شد، می‌باشد. $y(t - \tau)$ خروجی اندازه‌گیری شده تأخیردار است. ماتریس خطای سنسور/محرک در کنترل تحمل‌پذیر خطای غیرفعال²، $F(t)$ ، به صورت $f_i \leq f_i(t) \leq \bar{f}_i$ که $F(t) = \text{diag}(f_1(t) \ f_2(t) \ \dots)$ می‌باشد، تعریف می‌شود. f_i و \bar{f}_i به ترتیب حد بالا و پایین $f_i(t)$ را نشان می‌دهند. با فرض خطای تجمعی محرکها و سنسورها به عنوان خطای سنسورها، ماتریس $F(t)$ بیانگر ماتریس خطای سنسورها در نظر گرفته می‌شود. در صورت عدم حضور خطا در سنسور i ام، آنگاه $f_i = \bar{f}_i = 1$ ، اما در صورت خرابی کامل سنسور i ام، $f_i = \bar{f}_i = 0$ قرار داده می‌شود. ماتریس $F(t)$ به صورت زیر محاسبه شود:

$$F(t) = F_{avg}(I + \theta(t)) \quad (2)$$

که در آن $F_{avg} = \text{diag}(f_{avg1}(t) \ f_{avg2}(t) \ \dots)$ و $\theta(t) = \text{diag}(\theta_1(t) \ \theta_2(t) \ \dots)$ می‌باشند. مقادیر نامشخص $f_{avg i}(t)$ و $\theta_i(t)$ به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$f_{avg i} = \frac{f_i + \bar{f}_i}{2} \quad (3)$$

$$\theta_i(t) = \frac{f_i(t) - f_{avg i}}{f_{avg i}}$$

3-2 فرمول‌بندی مسئله H_∞ با استفاده از ناتساوی‌های

ماتریسی خطی

روش H_∞ یک روش سودمند برای طراحی کنترلر مقاوم در برابر عدم قطعیت‌ها می‌باشد. جهت طراحی کنترل‌کننده در برابر ارتعاش زلزله، خروجی‌های هدف جهت کنترل شدن باید مشخص باشند. با فرض متغیر حالت به عنوان خروجی کنترل‌شده مسئله، سیستم کنترل سازه ساختمانی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= A(t)X(t) + B(t)u(t - \tau) + D(t)w(t) \\ z(t) &= X(t) \\ y(t) &= X(t) \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن $w(t) = \ddot{x}_g$ و $z(t)$ خروجی کنترل‌شده است. سیستم فوق بیان می‌کند که جابه‌جایی و سرعت طبقات سازه به عنوان خروجی کنترل‌شده و خروجی اندازه‌گیری شده در نظر گرفته شده‌اند. سیگنال اغتشاش زلزله دارای انرژی محدودی است که

فرایند بهینه‌سازی شمارشی با فرض یک سازه n طبقه آغاز می‌شود. عدم قطعیت‌هایی که قرار است در جانمایی بهینه محرکها نقش داشته باشند، انتخاب می‌شوند و در تحلیل سازه و طراحی کنترل‌کننده در نظر گرفته می‌شوند. شاخص‌های تصمیم‌گیری یا توابع هدف با در نظر گرفتن ملاحظات نظر طراح بررسی شده و بهترین وضعیت قرارگیری محرکها تعیین می‌شوند. در شکل (1)، نمودار گردشی فرایند بهینه‌سازی شمارشی برای جانمایی بهینه محرکها در سازه برشی نمایش داده شده است.

3- طراحی کنترل‌کننده مقاوم H_∞

3-1 معادلات حرکت و عدم قطعیت‌ها

معادله حرکت سیستم n -درجه آزاد با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامتریک و خطاهای سنسورها/محرکها به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$M(t)\ddot{x}(t) + C(t)\dot{x}(t) + K(t)x(t) = Gu(t - \tau) + \delta\ddot{x}_g \quad (1)$$

که در آن $x(t)$ و $\dot{x}(t)$ به ترتیب بردار شتاب، سرعت و جابه‌جایی هستند؛ $M(t)$ ، $K(t)$ و $C(t)$ به ترتیب ماتریس‌های نامعین $n \times n$ جرم، سختی و میرایی هستند؛ $u(t - \tau)$ بردار $1 \times r$ نیروی کنترلی تأخیردار است که τ و r به ترتیب بیانگر مقدار تأخیر زمانی ثابت¹ سیستم کنترلی و تعداد محرکها می‌باشند. Γ ماتریس $n \times r$ است که موقعیت محرکها را مشخص می‌سازد و δ بیانگر بردار ضریب تأثیر نیروی زلزله، \ddot{x}_g با ابعاد $1 \times n$ می‌باشد. برای تبدیل معادله دیفرانسیل مرتبه دوم سیستم‌های پیچیده به معادله دیفرانسیل مرتبه اول می‌توان از فضای حالت به عنوان یک روش مدرن استفاده کرد. با در نظر گرفتن متغیر حالت به صورت $X(t) = [x(t) \ \dot{x}(t)]^T$ می‌تواند به صورت معادله (2) در فضای حالت نوشته شود.

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)u(t - \tau) + D(t)\ddot{x}_g \quad (1)$$

که در آن ضرایب ماتریس‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}(t)K(t) & -M^{-1}(t)C(t) \end{bmatrix}_{2n \times 2n}$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(t)\Gamma \end{bmatrix}_{2n \times r} \quad D(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(t)\delta \end{bmatrix}_{2n \times 1}$$

انحراف از مقادیر میانگین پارامترهای موجود در معادله دینامیکی (1) و معادله حالت (2) به صورت Δ_M ، Δ_K ، Δ_C ، Δ_A ، Δ_B و Δ_D در

لم 2 (متمم شبر): با فرض ماتریس‌های متقارن Ω_1 و Ω_2 در ناتساوی ماتریسی غیر خطی $\Omega_1 + \Omega_2 \Omega_3^{-1} \Omega_2^T < 0$ به طوری که $\Omega_3 > 0$ باشد، ناتساوی ماتریسی خطی معادل به صورت زیر نوشته شود:

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_2 \\ \Omega_2^T & -\Omega_3 \end{bmatrix} < 0$$

لم 3 برای ماتریس‌های حقیقی با ابعاد مناسب S_1, S_2 و S_3 به طوری که $S_3^T S_3 \leq I$ که ناتساوی زیر برای هر $\varepsilon > 0$ برقرار است:

$$(S_1 S_3 S_2) + (S_1 S_3 S_2)^T \leq \varepsilon^{-1} S_1 S_1^T + \varepsilon S_2^T S_2$$

با فرض فیدبک کنترلی $u(t-\tau) = kF(t)X(t-\tau)$ سیستم (6) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= A(t)X(t) + B(t)k\bar{F}X(t-\tau) \\ &\quad + D(t)w(t) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} z(t) &= X(t) \\ X(t) &= \phi(t) \end{aligned}$$

که در آن، شرایط اولیه سیستم به صورت $\Phi(t)$ به ازای $t \in [-\tau, 0]$ بیان شده است. \bar{F} به وضعیت سنسورها که قرار است طراحی برای آن انجام شود، دلالت دارد. معادله حالت سیستم (10) با استفاده از فرمول نیوتن-لیبنیز به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= (A(t) + B(t)k\bar{F})X(t) - \\ &\quad B(t)k\bar{F} \int_{t-\tau}^t \dot{X}(\theta) d\theta + D(t)w(t) \end{aligned} \quad (11)$$

برای تضمین پایداری سیستم و بررسی برقراری دو شرط بیان شده در بخش قبل، تابع لیاپانوف به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V(X, t) = V_1(X, t) + V_2(X, t) + V_3(X, t) \quad (12)$$

که در آن $V_{1-3}(X, t)$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} V_1(X, t) &\triangleq X^T(t)P_1X(t) \\ V_2(X, t) &\triangleq \int_{-\tau}^0 \int_{t+\alpha}^t \dot{X}^T(\beta)P_2\dot{X}(\beta) d\alpha d\beta \\ V_3(X, t) &\triangleq \int_{t-\tau}^t X^T(\beta)P_3X(\beta) d\beta \end{aligned}$$

ماتریس‌های P_1, P_2 و P_3 در توابع لیاپانوف، ماتریس‌های مثبت معین هستند که در حل ناتساوی‌های ماتریسی باید به طور مناسب انتخاب شوند. با معادل سازی $a(\cdot)$ با $X(t)$ و $b(\cdot)$ با $\dot{X}(t)$ و استفاده از لم (1)، حد بالای مشتق تابع $V_1(X, t)$ با فرض $\chi \triangleq P_1B(t)k\bar{F}$ و $0 \leq \tau \leq \bar{\tau}$ به صورت زیر به دست می‌آید:

می‌توان این موضوع را با مقیاس اندازه‌گیری ریشتر توجیه کرد. بنابراین می‌توان انرژی محدود سیگنال اغتشاش را به صورت زیر بیان کرد:

$$\|w(t)\|_2 = \sqrt{\int_0^\infty w^T(t)w(t)dt} < \infty \quad (7)$$

که $w(t)$ در فضای $L_2[0, \infty]$ تعریف می‌شود. محدودسازی انرژی خروجی نسبت به انرژی ورودی موجب کاهش تأثیر اغتشاش بر سیستم کنترلی می‌شود. بنابراین، نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی که با نرم H_∞ شناخته می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\|T_{zw}\|_\infty = \sup \frac{\|z(t)\|_2}{\|w(t)\|_2} \leq \gamma \quad (8)$$

در رابطه (8)، $\|T_{zw}\|_\infty$ بیانگر نرم H_∞ سیستم کنترلی می‌باشد که به $\gamma > 0$ محدود می‌شود. $\|\cdot\|_2$ به نرم H_2 دلالت دارد و منظور از \sup ، کمترین کران بالا در سرتاسر $w(t)$ می‌باشد. در نهایت شاخص عملکرد H_∞ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J_\infty = \int_0^\infty [z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t)] dt \quad (9)$$

به منظور تعیین بهره کنترل تحمل‌پذیر خطا با استفاده از روش H_∞ برای سیستم‌های تأخیردار و نامعین لازم است دو شرط زیر برآورده شوند:

(1) سیستم حلقه بسته بدون اغتشاش خارجی باید پایدار مجانبی باشد.

(2) با وجود اغتشاش خارجی $w(t) \in L_2[0, \infty]$ در سیستم با شرایط اولیه صفر، $\|z(t)\|_2 < \gamma \|w(t)\|_2$ برقرار باشد.

برای حل مسئله H_∞ به کمک ناتساوی‌های ماتریسی خطی، از لم‌ها (برهان‌های کمکی) استفاده می‌شود. در فرمول‌بندی این پژوهش، از سه لم معروف استفاده شده است که در ادامه بیان می‌شوند.

لم 1 برای ماتریس‌های $Z \in \mathbb{R}^{n_a \times n_b}$ ، $Y \in \mathbb{R}^{n_a \times n_b}$ ، $P_2 \in \mathbb{R}^{n_a \times n_b}$ و بردارهای $a(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_a}$ و $b(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_b}$ که در بازه Ω تعریف شده‌اند، ناتساوی زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} &-2 \int_\Omega a^T(\alpha) \chi b(\alpha) d\alpha \\ &\leq \int_\Omega \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Z & Y - \chi \\ Y^T - \chi^T & P_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix} d\alpha \end{aligned}$$

به طوری که:

$$\begin{bmatrix} Z & Y \\ Y^T & P_2 \end{bmatrix} > 0$$

$$\begin{aligned}
& X^T(t)[A^T(t)P_1 + P_1A(t) + \tau Z + Y^T + Y]X(t) + \\
& 2X^T(t)[P_1B(t)k\bar{F} - Y]X(t - \tau) + \\
& w^T(t)D^T P_1 X(t) + X^T(t)P_1 D(t)w(t) + \\
& \bar{\tau}[A(t)X(t) + B(t)k\bar{F}X(t - \tau) + \\
& D(t)w(t)]^T P_2 [A(t)X(t) + B(t)k\bar{F}X(t - \tau) \\
& + D(t)w(t)] + X^T(t)P_3 X(t) - X^T(t - \tau)P_3 X(t) \\
& - \tau)
\end{aligned} \quad (16)$$

با در نظر گرفتن $V(X(t))|_{t=0} = 0$ یعنی شرایط اولیه صفر و مثبت معین بودن تابع لیاپانوف، شاخص عملکرد H_∞ به صورت معادله (17) نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned}
J_\infty & \leq \int_0^\infty [z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t)] dt \\
& + V(X(t))|_{t=\infty} - V(X(t))|_{t=0} \\
& = \int_0^\infty [z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t)] dt \\
& + \dot{V}(X(t)) = \int_0^\infty \Pi^T(t)\Sigma\Pi(t) dt
\end{aligned} \quad (17)$$

که در آن $\Pi(t) = [X(t) \quad X(t - \tau) \quad w(t)]^T$ و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Sigma(t) = \begin{bmatrix} \Xi_1 & P_1 B(t)k\bar{F} - Y + \bar{\tau}A^T(t)P_2 B(t)k\bar{F} & P_1 D(t) + \bar{\tau}A^T(t)P_2 D(t) \\ * & \bar{\tau}\bar{F}^T k^T B^T(t)P_2 B(t)k\bar{F} - P_3 & \bar{\tau}\bar{F}^T k^T B^T(t)P_2 D(t) \\ * & * & -\gamma^2 I + \bar{\tau}D^T(t)P_2 D(t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\Xi_1 = A^T(t)P_1 + P_1 A(t) + \bar{\tau}Z + Y^T + Y + \bar{\tau}A^T(t)P_2 A(t) + I + P_3$$

به ترتیب با ضرب از سمت چپ و راست ماتریس قطری $\Sigma_1(t)$ و ترانهاده آن در $\Sigma_2(t)$ ماتریس به دست می‌آید که در آن ماتریس T برابر با معکوس ماتریس P_1 می‌باشد. با جای‌گذاری و تغییر متغیر به صورت $R = -P_2^{-1}$ و $v = k\bar{F}T$ ، $M \triangleq TP_3T$ ، $N \triangleq TYT$ ، $Q \triangleq TZT$ در $\Sigma_2(t)$ ، ناتساوی ماتریسی $\Sigma_3(t) < 0$ به دست می‌آید.

$$\Sigma_2(t) = \begin{bmatrix} \Xi_3 & B(t)k\bar{F}T - TYT & D(t) & \bar{\tau}TA^T(t) & T \\ * & -TP_3T & 0 & \bar{\tau}\bar{F}^T k^T B^T(t) & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & \bar{\tau}D^T(t) & 0 \\ * & * & * & -\bar{\tau}P_2^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix}$$

$$\Xi_3 = TA^T(t) + A(t)T + \bar{\tau}TZT + TY^T T + TYT + TP_3T \quad (20)$$

$$\Sigma_3(t) = \begin{bmatrix} TA^T(t) + A(t)T + \bar{\tau}Q + N^T + N + W & B(t)v - N & D(t) & \bar{\tau}TA^T(t) & T \\ * & -W & 0 & \bar{\tau}v^T B^T(t) & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & \bar{\tau}D^T(t) & 0 \\ * & * & * & -\bar{\tau}R & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1(X, t) & \leq X^T(t)[A^T(t)P_1 + P_1A(t) + \tau Z \\
& + Y^T + Y]X(t) + \\
& 2X^T(t)[P_1B(t)k\bar{F} - Y]X(t - \tau) \\
& + w^T(t)D^T P_1 X(t) + \\
& X^T(t)P_1 D(t)w(t) + \int_{t-\tau}^t \dot{X}^T(\alpha)P_2 \dot{X}(\alpha) d\alpha
\end{aligned} \quad (13)$$

توجه شود که شرط برقراری ناتساوی ماتریس $\begin{bmatrix} Z & Y \\ Y^T & P_2 \end{bmatrix} > 0$ در استفاده از لم (1) الزامی است. همچنین حد بالای مشتق تابع $V_2(X, t)$ و مشتق تابع $V_3(X, t)$ به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2(X, t) & \leq \bar{\tau}[A(t)X(t) + B(t)k\bar{F}X(t - \tau) \\
& + D(t)w(t)]^T P_2 [A(t)X(t) + B(t)k\bar{F}X(t - \tau) \\
& + D(t)w(t)] \\
& - \int_{t-\tau}^t \dot{X}^T(\alpha)P_2 \dot{X}(\alpha) d\alpha
\end{aligned} \quad (14)$$

$$\dot{V}_3(X, t) = X^T(t)P_3 X(t) - X^T(t - \tau)P_3 X(t - \tau) \quad (15)$$

در نتیجه، حد بالای مشتق تابع لیاپانوف محاسبه می‌شود:

$$\dot{V}(X, t) = \dot{V}_1(X, t) + \dot{V}_2(X, t) + \dot{V}_3(X, t) \leq$$

پایداری مجانبی سیستم با فرض حالت بدون اغتشاش (شرط 1)، اگر $\Sigma(t) < 0$ باشد، با توجه به $\dot{V}(X, t) < 0$ تضمین می‌شود. همچنین با فرض $w(t) \in L_2[0, \infty]$ و $\Sigma(t) < 0$ ، $J_\infty < 0$ برقرار است و $\|z(t)\|_2 < \gamma \|w(t)\|_2$ نتیجه می‌شود. ناتساوی ماتریسی غیر خطی $\Sigma(t) < 0$ ، با استفاده از لم 2، به ناتساوی خطی به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\Sigma_1(t) = \begin{bmatrix} \Xi_2 & P_1 B(t)k\bar{F} - Y & P_1 D(t) & \bar{\tau}A^T(t)P_2 & I \\ * & -P_3 & 0 & \bar{\tau}\bar{F}^T k^T B^T(t)P_2 & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & \bar{\tau}D^T(t)P_2 & 0 \\ * & * & * & -\bar{\tau}P_2 & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix}$$

$$\Xi_2 = A^T(t)P_1 + P_1 A(t) + \bar{\tau}Z + Y^T + Y + P_3 \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} Q & N \\ N^T & T \end{bmatrix} > 0 \quad (23)$$

ماتریس $\Sigma_3(t)$ از دو بخش معین و نامعین به صورت زیر تشکیل شده است. در بخش معین ماتریس Σ_3 ، مقادیر اسمی پارامترها و در بخش نامعین ماتریس $\Delta\Sigma_3$ ، مقادیر انحراف پارامترها از مقادیر اسمی در نظر گرفته شده‌اند.

$$\Sigma_3(t) = \Sigma_3 + \Delta\Sigma_3(t) \quad (24)$$

$$\Sigma_3 = \begin{bmatrix} TA^T + AT + \bar{\tau}Q + N^T + N + W & Bv - N & D & \bar{\tau}TA^T & T \\ * & -W & 0 & \bar{\tau}v^T B^T & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & \bar{\tau}D^T & 0 \\ * & * & * & -\bar{\tau}R & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta A(t) \\ \Delta B(t) \\ \Delta D(t) \end{bmatrix}^T = [F_A \quad F_u \quad F_w] \delta_1(t) \begin{bmatrix} O_A & 0 & 0 \\ 0 & O_u & 0 \\ 0 & 0 & O_w \end{bmatrix} \quad (27)$$

حد بالای بخش نامعین ماتریس $\Sigma_3(t)$ با استفاده از لم (3) به دست می‌آید. در استفاده از این لم، ناتساوی‌های ماتریسی غیرخطی ایجاد می‌شوند؛ لذا لم (2) جهت تبدیل این ناتساوی‌های غیرخطی به ناتساوی‌های خطی به کار گرفته می‌شود. بدین ترتیب، ناتساوی ماتریسی خطی (28) به دست می‌آید که در صورت برقراری آن به همراه سایر ناتساوی‌های به دست آمده، پایداری سیستم تضمین می‌شود.

$$\Delta\Sigma_3(t) = \begin{bmatrix} T\Delta A^T + \Delta AT & \Delta Bv & \Delta D & \bar{\tau}T\Delta A^T & 0 \\ * & 0 & 0 & \bar{\tau}v^T\Delta B^T & 0 \\ * & * & 0 & \bar{\tau}\Delta D^T & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (26)$$

همچنین با ضرب از سمت چپ و راست ماتریس قطری $diag(T \quad T)^T$ در ناتساوی $\begin{bmatrix} Z & Y \\ Y^T & P_2 \end{bmatrix} > 0$ ، ناتساوی ماتریسی (22) به دست می‌آید. ناتساوی ماتریسی به دست آمده به دلیل وجود عبارت $TR^{-1}T$ خطی نیست. با فرض $T = R^{-1}$ جهت سادگی مسئله، می‌توان به حل نسبتاً بهینه به جای بهینه دست یافت (Moon و همکاران، 2001). بنابراین ناتساوی ماتریسی خطی (23) به جای ناتساوی ماتریسی غیرخطی (22) در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{bmatrix} Q & N \\ N^T & TR^{-1}T \end{bmatrix} > 0 \quad (22)$$

عدم قطعیت پارامتریک در نظر گرفته شده در این پژوهش، از نوع ساختار محدود می‌باشد؛ لذا ماتریس عدم قطعیت پارامترها به صورت رابطه (27) نوشته می‌شود که در آن $F_A \in \mathbb{R}^{2n \times n}$ ، $F_u \in \mathbb{R}^{2n \times r}$ ، $F_w \in \mathbb{R}^{2n \times 1}$ ، $O_A \in \mathbb{R}^{n \times 2n}$ ، $O_u \in \mathbb{R}^{r \times r}$ و $O_w \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ می‌باشد. ماتریس نامعین قطری $\delta_1(t)$ $diag([\delta_A]_{n \times n} \quad [\delta_u]_{r \times r} \quad [\delta_w]_{1 \times 1})$ می‌باشد که شرایط $\delta_1^T(t)\delta_1(t) \leq I$ را برآورده می‌سازد.

$$\Lambda_1 = TA^T + AT + \bar{\tau}Q + N^T + N + W + \varepsilon_1 F_A F_A^T + \varepsilon_2 F_u F_u^T + \varepsilon_3 F_w F_w^T$$

$$\Lambda_2 = -\bar{\tau}T + \bar{\tau}\varepsilon_4 F_A F_A^T + \bar{\tau}\varepsilon_5 F_u F_u^T + \bar{\tau}\varepsilon_6 F_w F_w^T$$

ماتریس بهره کنترل تحمل‌پذیر خطا برای سیستم تأخیردار و دارای عدم قطعیت پارامتری به صورت زیر محاسبه می‌شود:

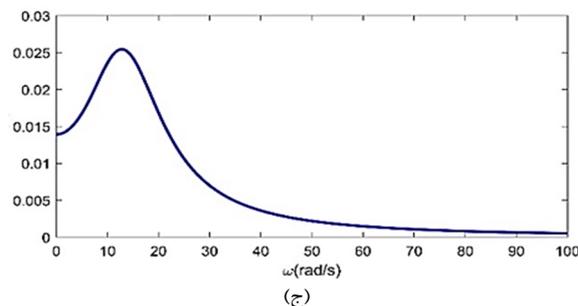
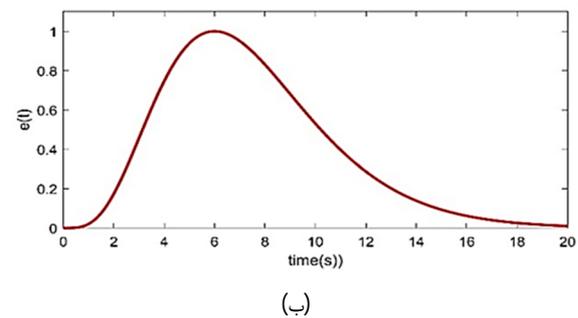
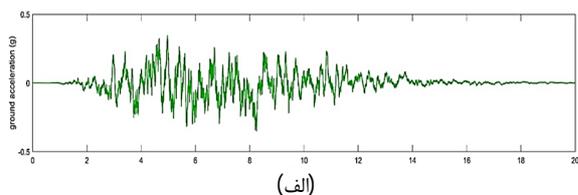
ناتساوی ماتریسی خطی (28) جهت طراحی کنترل‌کننده مقاوم استفاده می‌شود. با حل ناتساوی و به دست آوردن ماتریس v

$$\begin{bmatrix} \Lambda_1 & Bv - N & D & \bar{\tau}TA^T & T & TO_A^T & 0 & 0 & \bar{\tau}TO_A^T & 0 & 0 \\ * & -W & 0 & \bar{\tau}v^T B^T & 0 & 0 & v^T O_u^T & 0 & 0 & \bar{\tau}v^T O_u^T & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & \bar{\tau}D^T & 0 & 0 & 0 & O_w^T & 0 & 0 & \bar{\tau}O_w^T \\ * & * & * & \Lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_2 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_3 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\tau}\varepsilon_4 I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\tau}\varepsilon_5 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\tau}\varepsilon_6 I \end{bmatrix} < 0 \quad (28)$$

پارامترها برای تمامی طبقات سازه پنج طبقه به ترتیب 100 ton، 800 KN.s/m و 160000 KN/m در نظر گرفته می‌شوند (Zhang و Johnson، 2009).

به دلیل اهمیت تصادفی بودن فرایند جانمایی بهینه تاندون‌های فعال و رصد دقیق‌تر پاسخ سازه در حضور عدم قطعیت تأخیر زمانی، اغتشاش ورودی به سازه زلزله ساختگی در نظر گرفته می‌شود. تابع چگالی طیف توان که توصیف‌کننده محتوای فرکانسی حرکت زمین است، با استفاده از روش کانای-تاجیمی در نظر گرفته می‌شود (Guo و Kareem، 2016).

در شکل (3)، تاریخچه زمانی شتاب زلزله ساختگی مقیاس شده به 0/35g، تابع پوش و تابع چگالی طیف توان نشان داده شده است. در بررسی موقعیت بهینه تاندون‌ها، نسبت انرژی خروجی به ورودی یعنی γ ، ثابت و برابر با 20 فرض شده است. همچنین عدم قطعیت پارامترها و خطای سنسورها/محركها با توزیع یکنواخت در نظر گرفته شده‌اند.



شکل 3- مشخصات رکورد زلزله ساختگی: الف) تاریخچه شتاب حرکت زمین، ب) تابع پوش $e(t)$ ، ج) تابع چگالی طیف توان

$$k = \nu T^{-1} F^{-1} \quad (29)$$

برای حل ناتساوی‌های ماتریسی خطی به دست آمده، از نرم‌افزار MATLAB و جعبه ابزار Yalmip استفاده می‌شود. حل‌کننده‌های متعددی در این جعبه ابزار وجود دارند که در این پژوهش برای حل مسئله H_{∞} ، حل‌کننده 1 Mosek به کار رفته است (Lofberg، 2004؛ Ghaffarzadeh و همکاران، 2024).

4- بررسی موقعیت بهینه تاندون‌های فعال برای سازه

برشی سه و پنج طبقه در حضور عدم قطعیت‌ها

سازه‌های برشی 3 و 5 طبقه با تعداد و جانمایی متفاوت تاندون‌های فعال جهت بررسی تأثیر عدم قطعیت‌ها بر جای‌گیری بهینه تاندون‌ها در نظر گرفته می‌شوند. تعداد سازه‌های مورد بررسی سه طبقه، 7 عدد و تعداد سازه‌های مورد بررسی پنج طبقه، 31 عدد می‌باشد. سازه‌های برشی سه طبقه با جای‌گیری مختلف تاندون‌ها در شکل (2) نمایش داده شده است. با توجه به تعداد بیشتر سازه‌های پنج طبقه، از الگوی زیر جهت نام‌گذاری آن‌ها متناسب با جای‌گیری تاندون‌ها استفاده می‌شود:

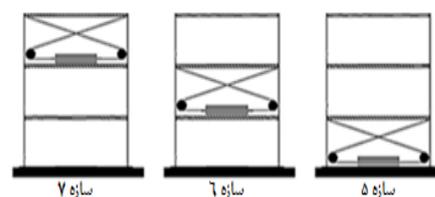
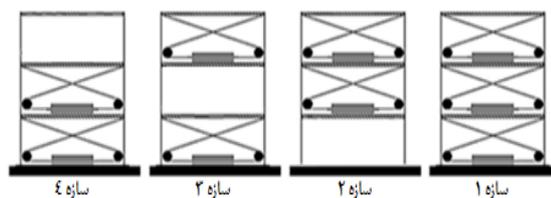
$SI_F \Rightarrow$ قرارگیری تاندون‌های فعال در تمام طبقات

$SI_{ij} \Rightarrow$ قرارگیری تاندون‌های فعال در طبقه i و j ام

$SI_i \Rightarrow$ قرارگیری تاندون فعال در طبقه i ام

$SE_{ij} \Rightarrow$ عدم قرارگیری تاندون‌های فعال در طبقه i و j ام

$SE_i \Rightarrow$ عدم قرارگیری تاندون فعال در طبقه i ام



شکل 2- سازه‌های برشی سه طبقه با تعداد و جانمایی متفاوت تاندون‌های فعال

پارامترهای جرم، میرایی و سختی تمامی طبقات سازه سه طبقه به ترتیب 100 ton، 125/66 KN.s/m و 15791 KN/m فرض می‌شوند (Rashidi و همکاران، 2021). همچنین این

4-1- سازه سه طبقه

در این قسمت، نتایج حاصل از تأثیر انواع عدم قطعیت‌ها بر جانمایی بهینه تاندون‌های فعال با استفاده از روش شمارش کامل صریح برای سازه برشی سه طبقه ارائه می‌شود.

در طراحی کنترل‌کننده H_∞ ، بررسی تأخیر زمانی ممکن (τ_f) و تأخیر زمانی مجاز (τ_a) حائز اهمیت می‌باشند. تأخیر زمانی ممکن، حداکثر تأخیر زمانی است که با در نظر گرفتن آن تأخیر زمانی حل ناتساوی‌های ماتریسی خطی امکان‌پذیر است که در این پژوهش با دقت 0/1 میلی‌ثانیه سنجیده می‌شود. تأخیر زمانی مجاز، حداکثر تأخیر زمانی است که منجر به ناپایداری سیستم نمی‌شود که در این پژوهش با دقت 1 میلی‌ثانیه ارزیابی می‌شود. مطابق جدول (1) مشاهده می‌شود که افزایش عدم قطعیت پارامتری در سیستم منجر به کاهش تأخیر زمانی ممکن و مجاز می‌شود. اگرچه این روند نزولی اکید نیست اما نزولی است. همچنین با افزایش تعداد تاندون‌های فعال، سازه در برابر عدم قطعیت تأخیر زمانی عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد.

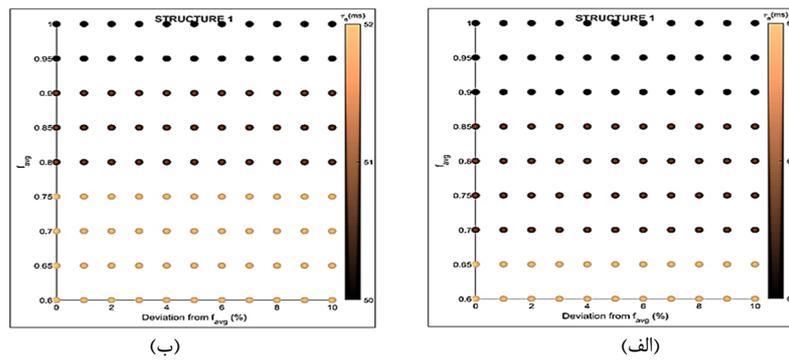
با بررسی سازه‌های دارای دو تاندون فعال، سازه 4 و سازه 2 به ترتیب دارای بهترین و بدترین عملکرد با در نظر گرفتن تأخیر زمانی و عدم قطعیت پارامتری می‌باشند. اما در صورتی که عدم قطعیت پارامتری در نظر گرفته نشود، سازه 3 و سازه 4 عملکرد مشابه از نظر پایداری سازه در برابر عدم قطعیت تأخیر زمانی دارند. همچنین با بررسی سازه‌های مجهز به یک تاندون فعال، سازه 7 و سازه 6 به ترتیب دارای بهترین و بدترین عملکرد با در نظر گرفتن تأخیر زمانی و عدم قطعیت پارامتری می‌باشند. سازه 6 در درصدهای بالاتر عدم قطعیت پارامترها عملکرد مناسبی ندارد، اما اگر عدم قطعیت پارامتری در نظر گرفته نشود، بهترین عملکرد را از نظر پایداری سازه در برابر عدم قطعیت تأخیر زمانی دارد. بنابراین نتیجه می‌شود تأخیر زمانی می‌تواند تصمیم‌ساز در جانمایی بهینه تاندون‌ها را تغییر دهد. علاوه بر این، در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامتری بر تأخیر زمانی ممکن و مجاز تأثیر دارد و بایستی در جایابی بهینه تاندون‌ها در نظر گرفته شود.

جدول 1- تأخیر زمانی ممکن و مجاز با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامتری برای سازه 3 طبقه با حالات مختلف جای‌گیری محرک‌ها

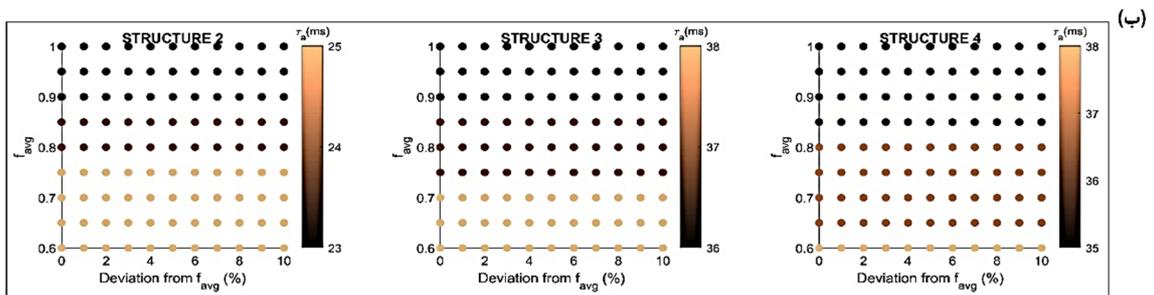
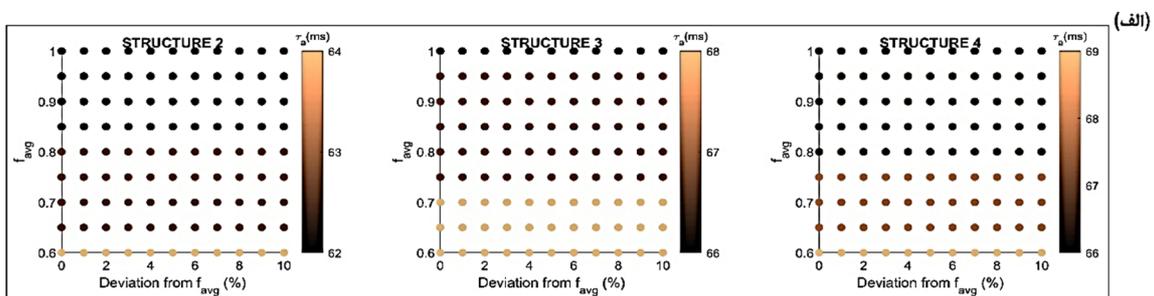
سازه	تأخیر زمانی (ms)	عدم قطعیت پارامتری (%)										میانگین تأخیر زمانی مجاز (ms)	
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		10
1	τ_f	27/3	27/2	28/3	24/5	24/8	20/4	24/4	15/4	20/5	18/0	17/8	56/09
	τ_a	66	66	67	61	62	50	60	38	50	50	47	
2	τ_f	27/4	22/1	21/9	12/4	16/1	10/2	16/7	8/7	7/5	4/8	7/8	33/0
	τ_a	62	46	61	28	35	23	36	20	20	12	20	
3	τ_f	27/3	25/2	23/4	21/8	23/7	17/9	15/0	14/7	16/0	11/9	13/4	37/91
	τ_a	66	49	45	42	48	36	28	29	31	23	20	
4	τ_f	27/3	24/8	20/8	15/6	17/9	13/8	13/8	10/8	9/6	8/9	8/6	38/91
	τ_a	66	64	54	36	46	35	29	27	25	23	23	
5	τ_f	28/8	24/9	23/9	20/8	19/7	18/3	13/9	15/0	15/4	11/8	12/9	36/91
	τ_a	53	48	46	41	39	36	29	30	30	27	27	
6	τ_f	28/4	26/7	22/5	20/9	9/8	11/2	7/6	11/9	3/1	3/9	1/1	29/27
	τ_a	56	52	45	43	26	29	20	28	9	10	4	
7	τ_f	29/7	24/2	23/0	23/0	19/1	19/3	18/0	16/2	16/3	13/6	10/3	38/45
	τ_a	55	48	46	44	39	38	34	33	32	30	24	

مجاز نشده است، ثانیاً با افزایش انحراف از گسیختگی میانگین تأخیر زمانی مجاز ثابت باقی‌مانده است. شاخص‌های تصمیم‌گیری مختلفی برای ارزیابی جای‌گیری تاندون‌های فعال می‌توانند انتخاب شوند که در قسمت‌های قبلی، تأخیر زمانی به‌عنوان یک شاخص تصمیم‌گیری مورد بررسی قرار گرفت. علاوه بر تأخیر زمانی، پاسخ‌های جابه‌جایی، سرعت، شتاب و نیروی کنترلی نیز می‌توانند برای جانمایی بهینه محرک‌ها در نظر گرفته شوند. بنابراین شاخص‌های نسبت پاسخ جابه‌جایی، سرعت، شتاب و نیروی کنترلی به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند.

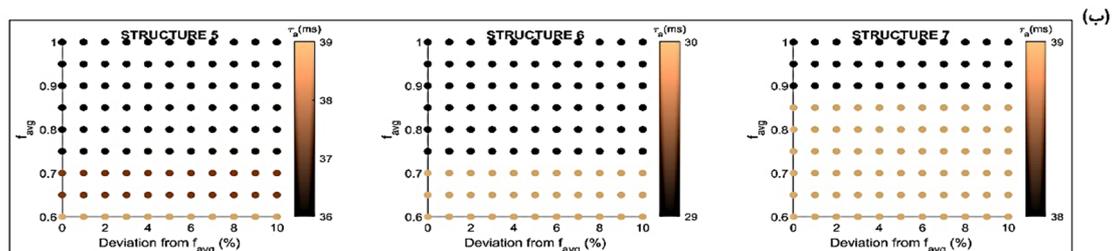
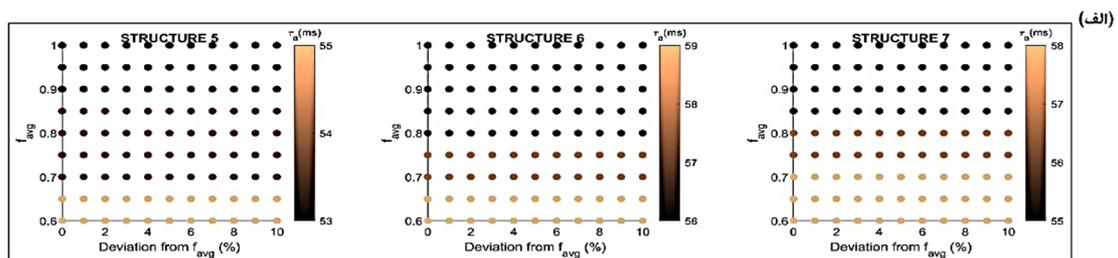
خطای سنسورها/محرک‌ها در دریافت اطلاعات سازه و اعمال نیروهای مورد نیاز کنترل سازه اجتناب‌ناپذیر است. در شکل‌های (4) تا (6) برای عدم قطعیت پارامتری 0 و 5 درصد مقدار تأخیر زمانی با فرض گسیختگی میانگین سنسورها/محرک‌ها به میزان 0 تا 40 درصد و انحراف از گسیختگی به‌میزان 0 تا 10 درصد نمایش داده شده است. مطابق این اشکال، خطای سنسورها/محرک‌ها با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامتری بر مقدار تأخیر زمانی مجاز تأثیر منفی ندارد؛ زیرا اولاً افزایش مقدار گسیختگی میانگین سنسورها/محرک‌ها موجب کاهش مقدار تأخیر زمانی



شکل 4- تأخیر زمانی مجاز برای سازه 1 در حضور عدم قطعیت پارامتری و خطای سنسورها/ محرکها:
الف) عدم قطعیت پارامتری = 0%، ب) عدم قطعیت پارامتری = 5%



شکل 5- تأخیر زمانی مجاز برای سازه‌های 2، 3 و 4 در حضور عدم قطعیت پارامتری و خطای سنسورها/ محرکها:
الف) عدم قطعیت پارامتری = 0%، ب) عدم قطعیت پارامتری = 5%



شکل 6- تأخیر زمانی مجاز برای سازه‌های 5، 6 و 7 در حضور عدم قطعیت پارامتری و خطای سنسورها/ محرکها:
الف) عدم قطعیت پارامتری = 0%، ب) عدم قطعیت پارامتری = 5%

$$J_3 = \frac{\sum_{j=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(a_c)_i^2}{T_s}}}{\sum_{j=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(a_{uc})_i^2}{T_s}}} \quad (32)$$

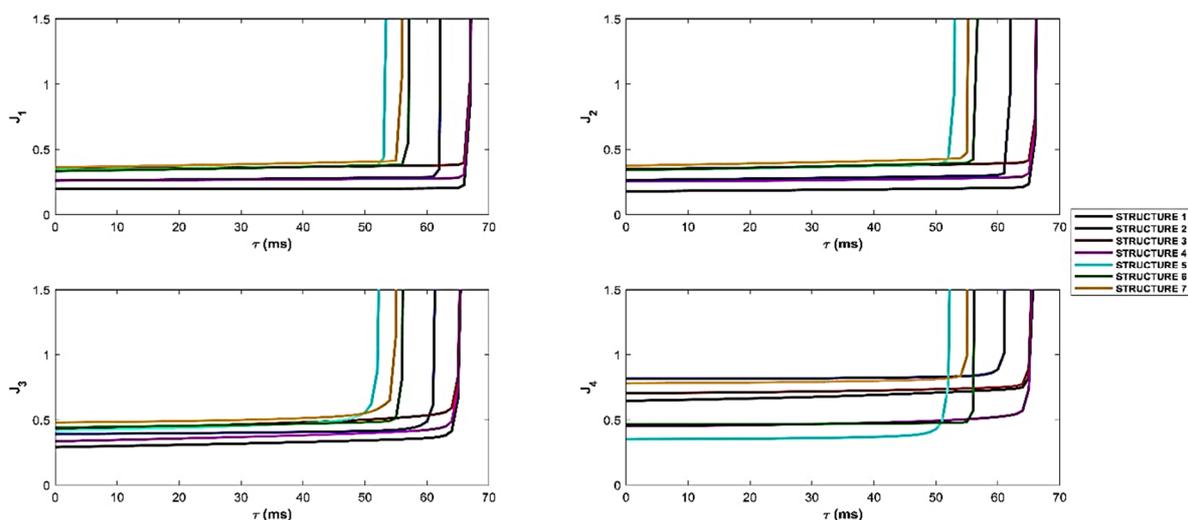
$$J_4 = \frac{\sum_{j=1}^r \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(U_c)_i^2}{T_s}}}{\sum_{j=1}^n m_j} \quad (33)$$

در روابط (33-36)، منظور از T_s تعداد گام‌های زمانی تحلیل تاریخیچه زمانی و برداشت اطلاعات پاسخ سازه است. با بررسی این شاخص‌ها برای انواع جای‌گیری تاندون‌های فعال، مطابق شکل‌های (7) و (8) نتیجه می‌شود که سازه 5 در مقایسه با سازه 6 و 7، با نیروی کنترلی کمتری پاسخ‌های سازه را بیشتر کاهش داده است.

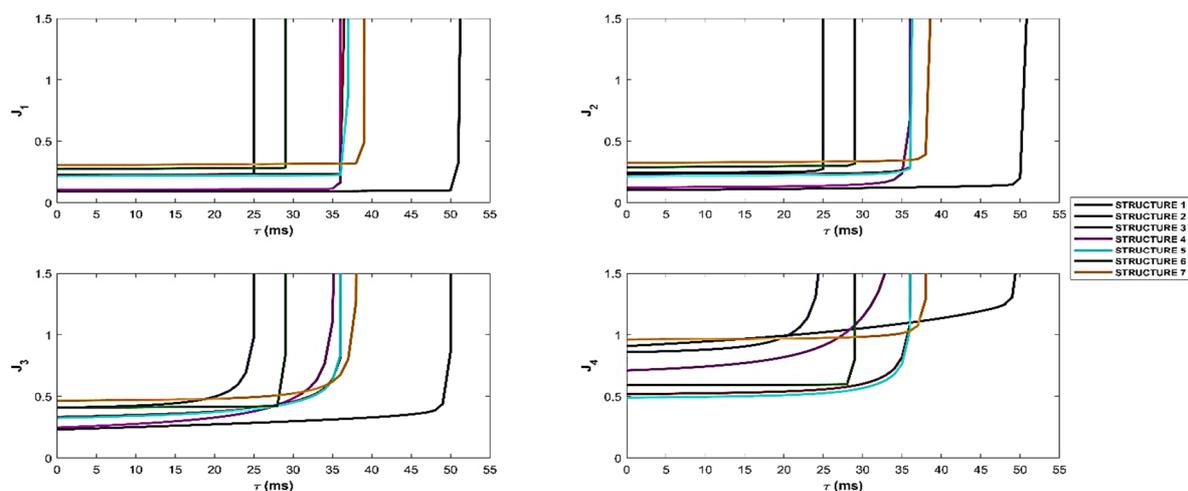
شاخص‌های J_1 تا J_4 به ترتیب مربوط به جابه‌جایی، سرعت، شتاب و نیروی کنترلی می‌باشند و a, v, d و U به ترتیب نشان‌دهنده جابه‌جایی، سرعت، شتاب طبقات و نیروی کنترلی محرک‌ها می‌باشند. اندیس C برای سازه کنترل‌شده و اندیس UC برای سازه کنترل‌نشده به کار رفته است.

$$J_1 = \frac{\sum_{j=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(d_c)_i^2}{T_s}}}{\sum_{j=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(d_{uc})_i^2}{T_s}}} \quad (30)$$

$$J_2 = \frac{\sum_{j=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(v_c)_i^2}{T_s}}}{\sum_{j=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^{T_s} \frac{(v_{uc})_i^2}{T_s}}} \quad (31)$$



شکل 7- نسبت‌های پاسخ جابه‌جایی، سرعت، شتاب و نیروی کنترلی با فرض عدم قطعیت پارامتری = 0% برای سازه‌های سه طبقه



شکل 8- نسبت‌های پاسخ جابه‌جایی، سرعت، شتاب و نیروی کنترلی با فرض عدم قطعیت پارامتری = 5% برای سازه‌های سه طبقه

گام 2) جانمایی بهینه با در نظر گرفتن خطای سنسورها/ محرکها

پس از انتخاب سازه‌ها، با جای‌گیری مناسب تاندون‌های فعال از نظر پایداری در برابر عدم قطعیت تأخیر زمانی، عملکرد آن‌ها در حضور خطای سنسورها/محرکها سنجیده می‌شود. در شکل (9) و (10) برای عدم قطعیت پارامتری 0 و 5 درصد مقدار تأخیر زمانی با فرض گسیختگی میانگین سنسورها/محرکها به میزان 0 تا 40 درصد و انحراف از آن به میزان 0 تا 10 درصد نمایش داده شده است. مشابه نتایج به دست آمده برای سیستم‌های کنترلی سازه‌های سه طبقه، خطای سنسورها/محرکها با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامتری بر مقدار تأخیر زمانی مجاز تأثیر منفی ندارد و تمامی حالات برگزیده جای‌گیری تاندون‌های فعال برای سازه پنج طبقه در گام 1، وارد گام 3 جهت ارزیابی نهایی جایابی بهینه تاندون‌های فعال می‌شوند. همچنین ملاحظه می‌شود که با افزایش تعداد طبقات سازه، کنترل کننده متمرکز طراحی شده تأخیر زمانی مجاز کمتری را تضمین می‌کند.

گام 3) جانمایی بهینه با بررسی پاسخ‌های سازه

در گام آخر، پاسخ‌های جابه‌جایی، سرعت، شتاب و نیروی کنترلی در بیشینه تأخیر زمانی مجاز با فرض حضور عدم قطعیت پارامتری به میزان 0 و 5 درصد ارزیابی می‌شوند. با بررسی سازه‌های برگزیده مجهز به یک تاندون فعال مشخص می‌شود که سازه Sl_2 با نیروی کنترلی کمتری موفق به کاهش بیشتر پاسخ‌های سازه می‌شود. در سازه‌های مجهز به دو تاندون فعال، سازه Sl_{23} در مقایسه با سازه Sl_{34} با صرف نیروی کنترلی کمتری سازه را بهتر کنترل کرده است. در سازه‌های مجهز به سه تاندون فعال، سازه SE_{45} با نیروی کنترلی بیشتر در مقایسه با سازه SE_{35} ، پاسخ‌های سرعت و جابه‌جایی را بیشتر کاهش داده است، اما سازه SE_{35} با وجود مصرف نیروی کنترلی کمتر، در کنترل شتاب سازه که برای اجزای غیرسازه‌ای اهمیت دارد، بهتر عمل کرده است. در سازه‌های مجهز به چهار تاندون فعال، سازه SE_5 با صرف نیروی کنترلی بیشتر در مقایسه با SE_4 ، پاسخ‌های سازه را بیشتر کاهش داده است.

همچنین در مقایسه سازه‌های دارای دو تاندون فعال، سازه 4 در مقایسه با سایر سازه‌ها از نظر کاهش پاسخ جابه‌جایی، سرعت و شتاب عملکرد بهتری دارد، اما با افزایش مقدار عدم قطعیت پارامتری، نیروی کنترلی مورد نیاز این سازه افزایش پیدا می‌کند.

4-2- سازه پنج طبقه

در این قسمت، نتایج حاصل از تأثیر انواع عدم قطعیت‌ها بر جانمایی بهینه تاندون‌های فعال با استفاده از روش شمارش کامل ضمنی برای سازه برشی پنج طبقه ارائه می‌شود. همان‌طور که در بخش‌های پیشین بیان شد، برای کاهش پیچیدگی روش شمارش کامل، بخش‌هایی از مسئله که قطعاً کمتر از حد بهینه هستند می‌توانند از ادامه روند بهینه‌یابی محل تاندون‌های فعال حذف شوند. با توجه به تأثیر مستقیم تأخیر زمانی سیستم کنترلی در ناپایداری سازه، این شاخص اولویت تصمیم‌گیری لحاظ می‌شود. بنابراین، روند جانمایی بهینه تاندون‌های فعال برای سازه پنج طبقه به شرح زیر در سه گام طی می‌شود.

گام 1) جانمایی بهینه با در نظر گرفتن تأخیر زمانی و عدم قطعیت پارامتری

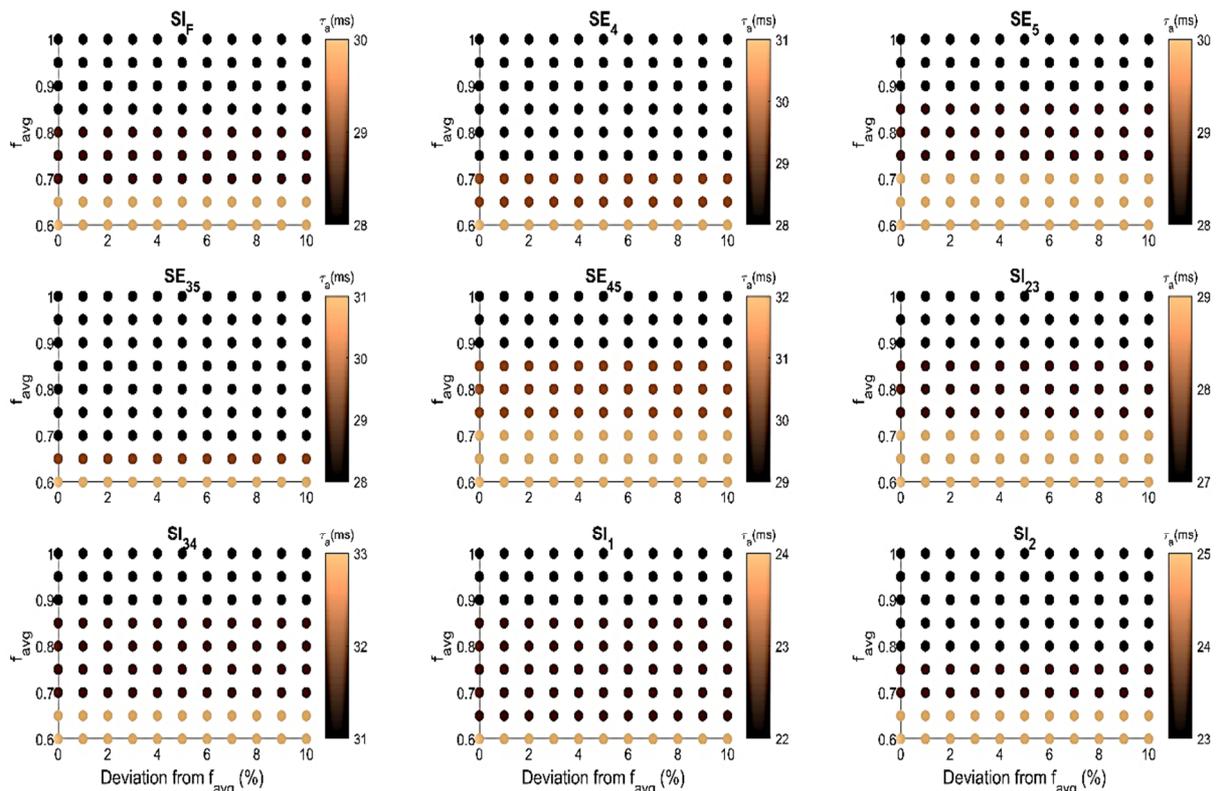
در این گام، 31 سازه برشی پنج طبقه با جای‌گیری متفاوت تاندون‌های فعال و وجود عدم قطعیت در پارامترهای جرم، سختی و میرایی سازه در نظر گرفته می‌شوند و تأخیر زمانی مجاز قبل از ناپایداری سازه محاسبه می‌شود. سازه‌های مناسب از جهت پایداری در برابر عدم قطعیت تأخیر زمانی شناسایی شده و بقیه سازه‌ها از روند جانمایی بهینه تاندون‌های فعال حذف می‌شوند. جدول (2) مقادیر تأخیر زمانی مجاز برای انواع سازه‌های برشی پنج طبقه با جای‌گیری متفاوت تاندون‌های فعال را نمایش می‌دهد. مطابق این جدول، روند نزولی تأخیر زمانی مجاز با افزایش عدم قطعیت پارامتری مشخص است و با افزایش تعداد تاندون‌های فعال، عملکرد سازه در مقابل تأخیر زمانی در حضور عدم قطعیت پارامتری بهتر می‌شود. به منظور ادامه مسیر جانمایی بهینه تاندون‌های فعال، از هر کدام از سازه‌های دارای 1 تا 4 تاندون دو حالت جای‌گیری که از نظر پایداری در برابر میانگین تأخیر زمانی مجاز عملکرد مناسب‌تری دارند، انتخاب می‌شوند که در جدول (2) علامت زده شده‌اند.

جدول 2- تأخیر زمانی ممکن و مجاز با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامتری برای سازه 5 طبقه با حالات مختلف جای گیری محرکها

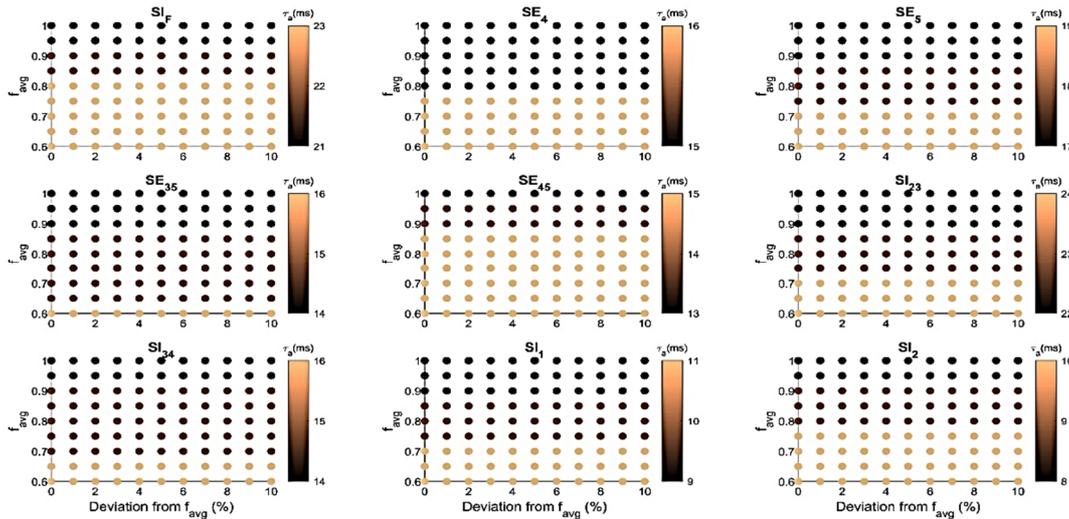
میانگین تأخیر زمانی مجاز (ms)	عدم قطعیت پارامتری (%)											تأخیر زمانی (ms)	سازه
	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0		
★ 23/64	7/0	6/3	8/0	8/4	9/7	8/4	9/4	9/5	11/0	8/4	9/7	τ_f	SI _F
	18	16	21	24	27	21	26	23	31	25	28	τ_a	
14/73	3/1	2/0	4/8	5/3	5/2	5/7	6/5	7/6	7/4	8/4	9/7	τ_f	SE ₁
	9	6	12	12	13	13	16	18	17	18	28	τ_a	
13/91	3/4	2/0	4/5	3/7	5/3	4/8	5/5	7/0	7/6	8/9	9/7	τ_f	SE ₂
	9	5	12	9	13	11	14	17	17	18	28	τ_a	
15/45	3/9	3/2	4/8	4/6	5/9	5/8	6/6	8/0	7/8	10/4	9/7	τ_f	SE ₃
	9	8	11	11	15	14	15	18	18	23	28	τ_a	
★ 18/36	3/4	3/0	4/9	5/0	5/7	6/3	7/0	7/8	8/2	9/8	9/7	τ_f	SE ₄
	9	8	13	13	15	15	19	27	25	30	28	τ_a	
★ 17/09	4/8	3/0	5/4	5/2	6/1	7/1	7/2	7/7	8/5	10/1	9/7	τ_f	SE ₅
	8	8	13	13	15	17	18	19	21	28	28	τ_a	
14/73	4/2	2/3	4/4	2/9	5/4	5/7	6/5	7/3	7/3	11/3	13/8	τ_f	SE ₁₂
	7	5	11	7	12	14	16	16	16	26	32	τ_a	
13/82	3/4	2/0	3/7	2/0	5/0	4/1	6/6	6/6	6/3	10/6	13/6	τ_f	SE ₁₃
	9	5	10	5	12	10	16	15	15	25	30	τ_a	
13/73	3/9	2/3	3/4	2/1	3/7	2/2	5/7	7/3	8/3	11/3	13/7	τ_f	SE ₁₄
	7	5	9	5	10	6	15	17	18	25	34	τ_a	
14/73	3/3	2/6	4/2	2/7	5/1	3/4	6/7	6/8	7/7	12/0	13/7	τ_f	SE ₁₅
	9	7	11	7	13	8	16	16	17	26	32	τ_a	
13/91	3/2	2/7	4/4	3/4	4/3	2/9	6/7	7/2	7/7	9/1	13/8	τ_f	SE ₂₃
	9	6	11	7	11	7	15	17	19	18	33	τ_a	
14/36	3/6	2/2	4/4	3/8	5/4	4/8	6/7	7/4	7/5	9/1	13/3	τ_f	SE ₂₄
	9	6	11	9	13	11	15	17	17	18	32	τ_a	
13/18	3/7	2/3	4/5	3/1	5/2	3/4	6/3	7/1	7/7	9/1	13/9	τ_f	SE ₂₅
	7	5	11	6	14	8	14	15	17	18	30	τ_a	
13/00	3/8	2/3	4/3	4/5	5/3	5/7	6/5	7/2	7/0	9/1	13/5	τ_f	SE ₃₄
	10	5	11	11	13	12	16	17	18	21	31	τ_a	
★ 15/82	3/5	2/1	4/1	4/4	5/2	5/6	6/4	7/1	7/5	9/2	13/7	τ_f	SE ₃₅
	9	8	11	12	13	14	15	19	19	26	28	τ_a	
★ 16/82	3/0	2/9	4/5	4/8	5/7	5/7	6/4	7/0	7/8	9/6	13/7	τ_f	SE ₄₅
	8	5	12	12	14	13	16	17	19	37	32	τ_a	
14/45	2/8	2/1	4/2	4/4	5/0	4/9	6/8	7/3	6/9	8/8	11/5	τ_f	SI ₁₂
	8	6	11	11	14	12	17	18	17	20	25	τ_a	
13/64	3/5	2/5	4/5	3/5	5/7	3/7	6/7	7/3	7/5	9/0	11/8	τ_f	SI ₁₃
	9	6	11	9	14	8	16	17	16	18	26	τ_a	
13/55	3/5	2/1	4/4	3/5	5/5	3/7	6/7	4/1	7/5	9/0	12/8	τ_f	SI ₁₄
	9	6	11	9	13	9	16	15	16	18	27	τ_a	
14/45	3/5	3/1	4/5	3/8	5/6	5/0	6/7	4/1	7/5	9/0	13/1	τ_f	SI ₁₅
	9	8	11	9	14	12	16	15	16	18	31	τ_a	
★ 16/36	4/0	3/1	5/2	3/6	5/0	9/0	5/6	9/1	9/3	10/4	12/4	τ_f	SI ₂₃
	8	7	15	10	14	22	14	20	21	22	27	τ_a	
13/55	2/8	2/5	4/1	4/0	6/5	2/3	6/1	7/9	8/5	9/5	12/4	τ_f	SI ₂₄
	6	5	9	10	15	5	15	18	19	20	27	τ_a	
13/36	2/2	1/3	2/6	4/1	4/5	2/4	5/6	5/3	9/7	11/0	13/0	τ_f	SI ₂₅
	5	4	6	8	11	6	15	15	21	24	32	τ_a	

بقیه جدول 2

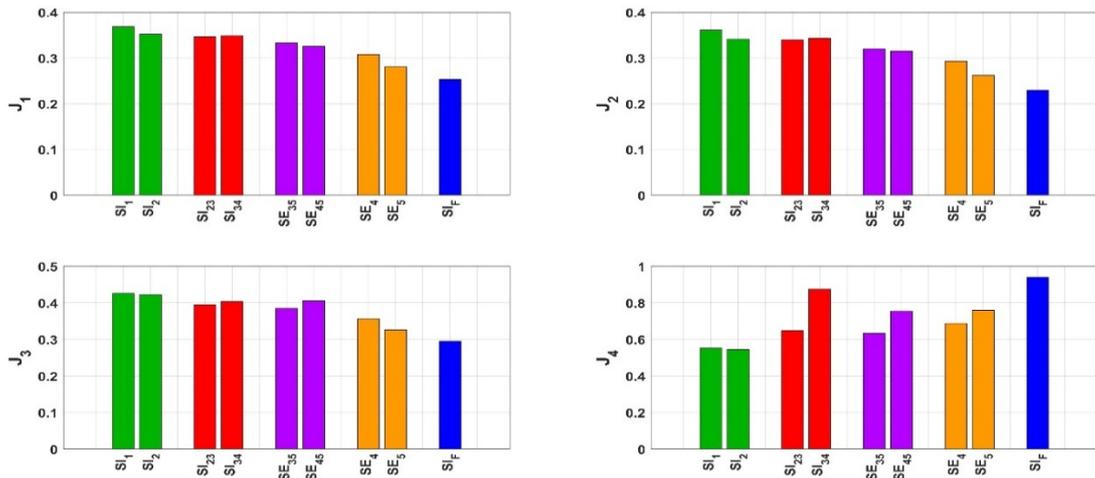
میانگین تأخیر زمانی مجاز (ms)	عدم قطعیت پارامتری (%)												تأخیر زمانی (ms)	سازه
	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0			
★ 16/64	4/7	3/3	4/2	3/3	5/2	5/5	9/0	6/9	11/3	11/0	13/1	τ_f	SI ₃₄	
	10	8	11	8	14	14	20	17	26	24	31	τ_a		
13/73	2/5	2/9	4/5	2/1	7/0	1/9	7/0	6/1	10/8	10/8	13/2	τ_f	SI ₃₅	
	5	5	11	5	15	5	16	16	23	23	27	τ_a		
14/64	3/7	2/7	6/0	3/5	5/7	4/9	7/0	6/2	9/6	8/9	12/3	τ_f	SI ₄₅	
	9	5	13	7	13	11	16	16	21	20	30	τ_a		
★ 13/09	3/4	3/1	4/4	3/6	5/6	3/7	6/7	7/3	7/5	8/9	10/5	τ_f	SI ₁	
	8	6	10	9	14	9	16	17	15	18	22	τ_a		
★ 12/90	2/3	2/0	2/6	2/1	4/7	2/2	6/2	6/8	7/2	9/1	10/4	τ_f	SI ₂	
	7	6	7	8	14	8	16	17	18	18	23	τ_a		
12/18	3/6	2/8	3/3	2/3	4/7	1/9	5/8	6/4	6/6	7/8	11	τ_f	SI ₃	
	7	5	10	6	12	5	15	16	15	18	25	τ_a		
12/00	2/8	2/3	2/9	2/2	3/9	4/9	5/8	7/0	6/6	6/7	11/4	τ_f	SI ₄	
	7	5	8	6	11	10	14	16	16	15	24	τ_a		
11/27	2/5	1/7	3/5	3/1	6/2	3/2	7/0	6/8	6/9	4/3	9/9	τ_f	SI ₅	
	5	4	7	6	10	7	15	16	15	16	23	τ_a		



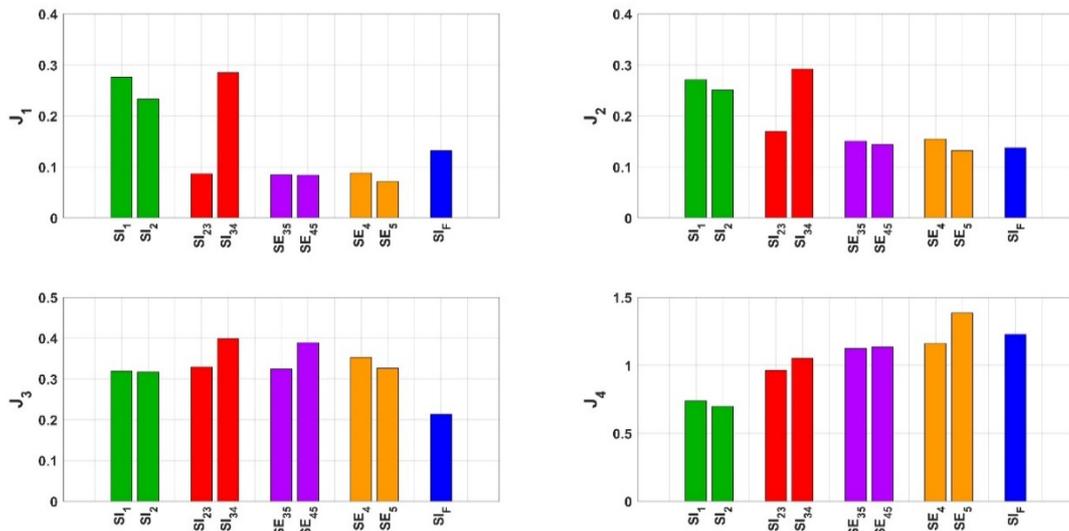
شکل 9- تأخیر زمانی مجاز برای حالات مختلف جای گیری تاندون‌های فعال سازه پنج طبقه در حضور عدم قطعیت پارامتری 10% و خطای سنسورها / محرک‌ها



شکل 10- تأخیر زمانی مجاز برای حالات مختلف جای‌گیری تاندون‌های فعال سازه پنج طبقه در حضور عدم‌قطعیت پارامتری 5% و خطای سنسورها / محرک‌ها



شکل 11- نسبت‌های پاسخ جابه‌جایی، سرعت، شتاب و نیروی کنترلی با فرض عدم‌قطعیت پارامتری =0% برای سازه‌های پنج طبقه



شکل 12- نسبت‌های پاسخ جابه‌جایی، سرعت، شتاب و نیروی کنترلی با فرض عدم‌قطعیت پارامتری =5% برای سازه‌های پنج طبقه

- Askari M, Li J, Samali B, "Cost-effective multi-objective optimal positioning of magnetorheological dampers and active actuators in large nonlinear structures", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2017 Jan, 28 (2), 230-253.
<https://doi.org/10.1177/1045389X16649449>
- Cha YJ, Agrawal AK, Kim Y, Raich AM, "Multi-objective genetic algorithms for cost-effective distributions of actuators and sensors in large structures", *Expert Systems with Applications*, 2012 Jul 1, 39 (9), 7822-7833. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.01.070>
- Cheng FY, Jiang H, Lou K, "Smart structures: innovative systems for seismic response control", CRC press; 2008 Feb 25.
<https://doi.org/10.1201/9781420008173>
- Cheng FY, Jiang H, Zhang X, "Optimal placement of dampers and actuators based on stochastic approach", *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2002 Dec, 1, 237-249.
<https://doi.org/10.1007/s11803-002-0069-y>
- Darivandi N, Morris K, Khajepour A, "An algorithm for LQ optimal actuator location", *Smart Materials and Structures*, 2013 Jan 28, 22 (3), 035001.
<https://doi.org/10.1088/0964-1726/22/3/035001>
- Ghaffarzadeh H, Aran A, Katebi J, "Robust analysis of the designed controller based on the critically damped condition", *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 2024 Aug 22, 54 (115), 35-51.
<https://doi.org/10.22034/ceej.2023.54903.2215>
- Guo Y, Kareem A, "System identification through nonstationary data using time-frequency blind source separation", *Journal of Sound and Vibration*, 2016 Jun 9, 371, 110-131.
<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.02.011>
- Gupta V, Sharma M, Thakur N, "Optimization criteria for optimal placement of piezoelectric sensors and actuators on a smart structure: a technical review", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2010 Aug, 21 (12), 1227-1243.
<https://doi.org/10.1177/1045389X10381659>
- Lezgy-Nazargah M, Elahi A, Pakizeh Tali M, "H ∞ control method for seismically excited building structures with time-delay", *Journal of Vibration and Control*. 2020 Jun, 26 (11-12), 865-884.
<https://doi.org/10.1177/1077546319890010>
- Li QS, Liu DK, Tang J, Zhang N, Tam CM, "Combinatorial optimal design of number and positions of actuators in actively controlled structures using genetic algorithms", *Journal of Sound and Vibration*, 2004 Mar 5, 270 (4-5), 611-624.
[https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(03\)00130-5](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00130-5)
- Liu DK, Yang YL, Li QS, "Optimum positioning of actuators in tall buildings using genetic algorithm", *Computers and Structures*, 2003 Dec 1, 81 (32), 2823-2827.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2003.07.002>
- Lofberg J, "YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB", In 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation (IEEE Cat. No. 04CH37508), 2004 Sep 2, 284-289. IEEE.
<https://doi.org/10.1109/CACSD.2004.1393890>
- Lu J, Thorp JS, Aubert BH, Larson LB, "Optimal tendon configuration of a tendon control system for a

5- بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش، تأثیر عدم قطعیت‌های پارامتری، تأخیر زمانی، خطای سنسورها/ محرک‌ها بر جایابی بهینه تاندون‌های فعال مورد بررسی قرار گرفت. دو سازه سه و پنج طبقه تحت ارتعاش زلزله ساختگی با در نظر گرفتن حالات مختلف جای‌گیری تاندون‌های فعال از نظر تعداد و مکان بررسی شد. نتایج نشان دادند که عدم قطعیت پارامتری تأثیر مهمی در جایابی بهینه تاندون‌های فعال دارد، اما خطای سنسورها/ محرک‌ها در جانمایی بهینه محرک‌ها بی‌تأثیر است و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. با بررسی تأخیر زمانی سیستم کنترلی به‌عنوان یک شاخص تصمیم‌گیری برای جای‌گیری بهینه تاندون‌های فعال، سازه مجهز به دو تاندون فعال در طبقات اول و دوم سازه سه طبقه در مقایسه با سایر سازه‌های کنترل‌شده با دو تاندون فعال عملکرد بهتری دارد. همچنین با مقایسه این شاخص برای سازه‌های سه طبقه مجهز به یک تاندون فعال، سازه دارای تاندون فعال در طبقه سوم مناسب‌تر ارزیابی شد. اما با بررسی سایر شاخص‌های تصمیم‌مانند پاسخ جابه‌جایی، سرعت، شتاب و نیروی کنترلی نشان داده شد که سازه سه طبقه مجهز به یک تاندون فعال در طبقه اول نتایج بهتری دارد. در بررسی این شاخص‌های تصمیم‌برای سازه‌های سه طبقه مجهز به دو تاندون فعال، همچنان سازه با تاندون فعال در طبقات اول و دوم مناسب‌تر ارزیابی شد ولی نتایج به‌دست آمده نشان داد که نیروی کنترلی آن نسبت به عدم قطعیت پارامتری حساس بوده و با افزایش عدم قطعیت پارامترها، افزایش می‌یابد. در جانمایی بهینه تاندون‌های فعال سازه‌های پنج طبقه، سازه‌هایی که از نظر پایداری در برابر عدم قطعیت تأخیر زمانی عملکرد بهتری دارند، ارزیابی شدند. نتایج نشان داد استفاده از تاندون فعال در طبقه دوم سازه پنج طبقه مجهز به یک تاندون فعال می‌تواند پاسخ‌های سازه را با نیروی کنترلی کمتری به‌طور مناسب کاهش دهد. در صورت استفاده از دو تاندون فعال، این موضوع برای سازه مجهز به تاندون فعال در طبقات دوم و سوم نشان داده شد.

6- مراجع

- Abdullah MM, Richardson A, Hanif J, "Placement of sensors/actuators on civil structures using genetic algorithms", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2001 Aug, 30 (8), 1167-1184.
<https://doi.org/10.1002/eqe.57>
- Amini F, Tavassoli MR, "Optimal structural active control force, number and placement of controllers", *Engineering Structures*, 2005 Aug 1, 27 (9), 1306-1316.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.01.006>
- Aran A, Ghaffarzadeh H, Miller D, Talebian N, "Robust controller analysis and synthesis with consideration of various uncertainties for building structures", *Engineering Structures*, 2024 Jun 1, 308, 117901.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.117901>

- Zhang J, Zhu Y, Li Z, Tu J, "Research on optimal placement of actuators of high-rise buildings considering the influence of seismic excitation on structural modes", *Buildings*, 2021 Dec, 23, 12 (1), 8. <https://doi.org/10.3390/buildings12010008>
- flexible structure", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1994 Jan, 17 (1), 161-169. <https://doi.org/10.2514/3.21173>
- Moon YS, Park P, Kwon WH, Lee YS, "Delay-dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems", *International Journal of Control*, 2001 Jan 1, 74 (14), 1447-1455. <https://doi.org/10.1080/00207170110067116>
- Nazarimofrad E, Farahani S, Zahrai SM, "Multiobjective optimal placement of active tendons to control irregular multistory buildings with soil-structure interaction", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 2019 Mar, 28 (4), e1581. <https://doi.org/10.1002/tal.1581>
- Nigdeli SM, Boduroğlu MH, "Active tendon control of torsionally irregular structures under near-fault ground motion excitation", *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2013 Oct, 28 (9), 718-736. <https://doi.org/10.1111/mice.12046>
- Raji R, Hadidi A, Ghaffarzadeh H, Safari A, "Robust decentralized control of structures using the LMI H_∞ controller with uncertainties", *Smart Structures and Systems*, 2018, 22 (5), 547-560. <https://doi.org/10.12989/sss.2018.22.5.547>
- Rao SS, Pan TS, Venkayya VB, "Optimal placement of actuators in actively controlled structures using genetic algorithms", *AIAA Journal*, 1991 Jun, 29 (6), 942-943. <https://doi.org/10.2514/3.10683>
- Rashidi H, Khanlari K, Zarfam P, Ghafory-Ashtiany M, "A novel approach of active control of structures based on the critically damped condition", *Journal of Vibration and Control*, 2021 Jul, 27 (13-14), 1511-1523. <https://doi.org/10.1177/1077546320944300>
- Rather F, Alam M, "Optimal placement of active tendons to control seismic structural response with dual irregularities-mass and stiffness", *In International Conference on Advances in Structural Mechanics and Applications 2021 Mar 26*, 72-84, Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-98335-2_6
- Rather F, Alam M, "Seismic control of structures with mass irregularities through optimally placed active tendons using multi-objective genetic algorithm. in recent advances in earthquake engineering", *Select Proceedings of VCDRR*, Springer Singapore 2021 2022, 357-370. https://doi.org/10.1007/978-981-16-4617-1_29
- Rather F, Alam M, "Seismic response control of structures with stiffness irregularities through optimally placed active tendons using multiobjective genetic algorithm", *In ASPS Conference Proceedings*, 2022 Dec 19, 1 (4), 1123-1128. <https://doi.org/10.38208/acp.v1.631>
- Yang S, Morris K, "Comparison of linear-quadratic and controllability criteria for actuator placement on a beam", *In 2014 American Control Conference*, 2014 Jun 4, 4069-4074. IEEE. <https://doi.org/10.1109/ACC.2014.6858961>
- Zhang D, Johnson EA, "Design of a VSDD brace control system for parameter estimation of shear structures", *In 2009 American Control Conference*, 2009 Jun 10, 4575-4580. IEEE. <https://doi.org/10.1109/ACC.2009.5160688>